1. Résous

a)

$$\frac{2}{3x+2}=\frac{x}{x-1}$$

$$\frac{2}{3x+2}=\frac{x}{x-1};x\neq\frac{-2}{3},1$$

$$\frac{2(x-1)}{(3x+2)(x-1)}=\frac{x(3x+2)}{(3x+2)(x-1)}$$

$$2x-2=3x^2+2x$$

$$3x^2+2x-2x+2=0$$

$$3x^2+2=0$$

$$x^2=\frac{-2}{3}$$

aucune solution

b)

$$2+\frac{x^2}{x-1}=\frac{1}{x-1}$$

$$\frac{2(x-1)+x^2}{x-1}=\frac{1}{x-1};x\neq 1$$

$$x^2+2x-2-1=0$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$(x+3)(x-1)=0$$

$$x=-3 \text{ ou } x=1$$

à rejeter

c)

$$1+\frac{1}{x-1}=\frac{x}{x-1}$$

$$\frac{1(x-1)+1}{x-1}=\frac{x}{x-1};x\neq 1$$

$$x-1+1=x$$

$$0=0$$

$$]-\infty,1[\ \cup\ ]1,\infty[$$

d)

$$\frac{x+2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{1}{x}$$

$$\frac{(x+2)x+3}{x(x+3)}=\frac{1(x+3)}{x(x+3)};x\neq 0,-3$$

$$x^2+2x+3=x+3$$

$$x^2+x=0$$

$$x(x+1)=0$$

$$x=0 \text{ ou } x=-1$$

à rejeter

e)

$$\frac{1}{3x-1}+1=\frac{6}{3x^2-4x+1}$$

$$\frac{1}{3x-1}+1=\frac{6}{(3x-3)(3x-1)/3}$$

$$\frac{1}{3x-1}+1=\frac{6}{3(x-1)(3x-1)/3};x\neq\frac{1}{3},1$$

$$\frac{1(x-1)+1(3x-1)(x-1)}{(3x-1)(x-1)}=\frac{6}{(x-1)(3x-1)}$$

$$x-1+3x^2-3x-x+1=6$$

$$3x^2-3x-6=0$$

$$3(x^2-x-2)=0$$

$$(x-2)(x+1)=0$$

$$x=2 \text{ ou } x=-1$$

f)

$$\frac{2}{x^2+5x+4}-1=\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{2-1(x+4)(x+1)}{(x+4)(x+1)}=\frac{1(x+4)}{(x+4)(x+1)};x\neq -1,-4$$

$$2-x^2-4x-x-4=x+4$$

$$0=x^2+6x+6$$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36-4(1)(6)}}{2}$$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{12}}{2}=\frac{-6\pm2\sqrt{3}}{2}$$

$$x=-3\pm\sqrt{3}$$

g) $\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x+1}{1-x}=-1$

$$\frac{(x-1)(1-x)-(x+1)(x-2)}{(x-2)(1-x)}=\frac{-(x-2)(1-x)}{(x-2)(1-x)};x\neq 1,2$$

$$x-x^2-1+x-x^2+2x-x+2=-x+x^2+2-2x$$

$$0=3x^2-6x+1$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-4(3)(1)}}{6}$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{24}}{6}=\frac{6\pm 2\sqrt{6}}{6}=\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$$

2. En cas de panne de courant, un modèle informatique estime que la température T (en °C) du congélateur d'une usine de transformation des aliments d'une usine de transformation est définie par la fonction $T(t)=\dfrac{2t^2}{t+1}-15$ où t est le temps (en heures) écoulé depuis la panne de courant.

a) Détermine la température habituelle du congélateur.

$$T(0)=\frac{2(0)^2}{0+1}-15=-15$$

b) Quelle est la température du congélateur 90 minutes après la panne de courant.

$$T(90)=\frac{2(1,5)^2}{1,5+1}-15=-13,2$$

c) À quel moment le congélateur atteindra le point de congélation?

$$0=\frac{2t^2}{t+1}-15$$

$$15(t+1)=2t^2$$

$$0=2t^2-15t-15$$

$$t=\frac{15\pm\sqrt{(-15)^2-4(2)(-15)}}{4}$$

$$t=\frac{15\pm\sqrt{345}}{4}=\frac{15\pm 18,57}{4}$$

$$t=\frac{15+18,57}{4}=8,39$$

$$t=\frac{15-18,57}{4}=-0,89$$

8,39heures

$1\text{heure}=60\,\text{min}$

$0,39\text{heure}=x$

$x=23\,\text{min}$

Après 8heures 23 min.

d) Une génératrice se met en marche quand la température atteint -5°C. En combien de temps cela se produit-il ?

$$-5 = \frac{2t^2}{t+1} - 15$$
$$10(t+1) = 2t^2$$
$$0 = 2t^2 - 10t - 10$$
$$0 = t^2 - 5t - 5$$
$$t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-5)}}{2}$$
$$t = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{5 \pm 6,7}{2}$$
$$t = \frac{5 + 6,7}{2} = 5,85$$
$$t = \frac{5 - 6,7}{2} = -0,85$$

5,85 heures
1 heure = 60 min
0,85 heure = x
x = 51 min

Après 10 heures 55 min.

3. Lorsque le cœur se contracte, la pression systolique P (en mmHg) change après t secondes selon la fonction $P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}; 0 \le t \le 10$. À quel moment la pression systolique est-elle le double celle après 5 secondes ?

$$P(5) = \frac{25(5)^2 + 125}{(5)^2 + 1} = 28,85$$

$$28,85 \times 2 = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}$$
$$57,7(t^2 + 1) = 25t^2 + 125$$
$$57,7t^2 + 57,7 - 25t^2 - 125 = 0$$
$$32,7t^2 = 67,3$$
$$t^2 = 2,05$$
$$t = \pm 1,43$$

Après 1,43 secondes.

4. On considère trois nombres $x, x+1, x+2$. L'inverse du plus petit nombre est égal à la somme des inverses des deux autres nombres. Quelles sont ce nombres ? (Rappel : L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$)

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$$
$$\frac{1(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1x(x+2)+1x(x+1)}{x(x+1)(x+2)}$$
$$x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 2x + x^2 + x$$
$$0 = x^2 - 2$$
$$x = \pm\sqrt{2}$$

les trois nombres sont $\sqrt{2}, \sqrt{2}+1, \sqrt{2}+2$ *ou* $-\sqrt{2}, -\sqrt{2}+1, -\sqrt{2}+2$

5. L'aire de la base d'un prisme à base rectangulaire est égale à son volume divisé par sa hauteur. Pour un certain prisme à base rectangulaire, le volume est représenté par l'expression $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ et la hauteur, par l'expression $x+3$. Ce prisme a une aire de base de 12 unités carrées. Quel est son volume ?

$$V = \text{Aire} \times (x+3)$$
$$\frac{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}{x+3} = \text{Aire}$$
$$\frac{(x+3)(x^2+3x+2)}{x+3} = \text{Aire}$$
$$x^2 + 3x + 2 = \text{Aire}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 6 & 11 & 6 \\ & & 3 & 9 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 12$$
$$x^2 + 3x - 10 = 0$$
$$(x+5)(x-2) = 0$$
$$x = -5 \text{ ou } x = 2$$

à rejeter

$$V(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$
$$V(2) = (2)^3 + 6(2)^2 + 11(2) + 6 = 60 \text{ unités cube}$$

6. Le temps que deux personnes mettent à effectuer une tâche ensemble correspond à $T = \frac{ab}{a+b}$ où a et b représentent le temps qu'il faut à chaque personne pour effectuer la même tâche seule.

a) Sarah peut préparer l'auditorium pour une assemblée en 30 minutes, mais quand José l'aide, ils terminent en 10 minutes. Combien de temps faut-il à José pour préparer l'auditorium seul ?

$a = 30\,min$
$T = 10\,min$

$$10 = \frac{30b}{30+b}$$
$$300 + 10b = 30b$$
$$300 = 20b$$
$$b = 15$$

Il faut 15 minutes à José pour préparer l'auditorium seul.

b) Jean-Paul et son tigre se sont trouvés du boulot. En effet, ils travaillent dans un entrepôt (hélas, le cirque n'a plus le même chiffre d'affaire qu'auparavant…). Étant beaucoup plus jeune, le tigre de Jean-Paul remplit un camion de livraison seul quatre fois plus rapidement que son maître. Ensembles, ils chargent un camion en 1 heure. Combien de temps faut-il à Jean-Paul pour charger seul un camion ?

$a = 4b$
$T = 1\,heure$

$$1 = \frac{(4b)b}{4b+b}$$
$$1 = \frac{4b^2}{5b}$$
$$\frac{5}{4} = b$$

$$a = 4\left(\frac{5}{4}\right)$$
$$a = 5\,heures$$

Il faut 5 heures à Jean-Paul pour charger seul le camion.

7. Jean veut avoir une vitesse moyenne de 80 km/h. Pendant les deux premières heures de son trajet, il a seulement parcouru 120 km. Il augmente sa vitesse à 90 km/h. Pendant combien devra-t-il maintenir cette vitesse afin d'obtenir la vitesse moyenne espérée ?

$$V_{moy} = \frac{\text{distance totale}}{\text{temps totale}}$$
$$80 = \frac{120 + 90x}{2 + x}$$
$$80(2 + x) = 120 + 90x$$
$$160 + 80x = 120 + 90x$$
$$40 = 10x$$
$$x = 4$$

Il devra maintenir cette vitesse pendant 4heures.

8. Un avion parcourt les 4200 km qui séparent Glasgow de Halifax. Pendant le voyage de retour, un vent arrière augmente la vitesse de l'avion de 100 km/h. En tout, le vol aller-retour Glasgow-Halifax dure 13 h. Quelle est la vitesse de vol entre Glasgow et Halifax?

$$V = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{V}$$

$$\frac{4200}{x} + \frac{4200}{x+100} = 13$$

$$\frac{4200(x+100) + 4200x}{x(x+100)} = \frac{13x(x+100)}{x(x+100)}$$

$$4200x + 420000 + 4200x = 13x^2 + 1300x$$

$$0 = 13x^2 - 7100x - 420000$$

$$x = \frac{7100 \pm \sqrt{(-7100)^2 - 4(13)(-420000)}}{26}$$

$$x = \frac{7100 \pm \sqrt{72250000}}{26} = \frac{7100 \pm 8500}{26}$$

$$x = \frac{7100 + 8500}{26} = 600$$

$$x = \frac{7100 - 8500}{26} = -53{,}85$$

La vitesse de l'avion était de 600 km/h.

9. La distance en voiture qui sépare Winnipeg de Billings, au Manitoba, est de 1200 km. Un camion de déménagement a fait le trajet aller-retour en 31 heures, chargement et déchargement non compris. De Winnipeg à Billings, le camion avait une vitesse moyenne inférieure de 5 km/h à celle qu'il avait au retour. Quelle était sa vitesse moyenne entre Winnipeg et Billings?

$$V = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{V}$$

$$\frac{1200}{x-5} + \frac{1200}{x} = 31$$

$$\frac{1200x + 1200(x-5)}{x(x-5)} = \frac{31x(x-5)}{x(x-5)}$$

$$1200x + 1200x - 6000 = 31x^2 - 155x$$

$$0 = 31x^2 - 2555x + 6000$$

$$x = \frac{2555 \pm \sqrt{(-2555)^2 - 4(31)(6000)}}{62}$$

$$x = \frac{2555 \pm \sqrt{5784025}}{62} = \frac{2555 \pm 2405}{62}$$

$$x = \frac{2555 + 2405}{62} = 80$$

$$x = \frac{2555 - 2405}{62} = 2{,}4 \text{ à rejeter}$$

10. Un bateau fait un trajet aller-retour d'une distance totale de 20 km sur une rivière dont le courant est de 5 km/h. Le trajet a pris 6 heures. Combien de temps ce bateau aurait-il pris s'il avait parcouru ces 20 km sur un lac en eau calme ?

$$V = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{V}$$

$$\frac{20}{x-5} + \frac{20}{x+5} = 6$$

$$\frac{20(x+5)+20(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{6(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-5)}$$

$$20x + 100 + 20x - 100 = 6x^2 - 150$$

$$0 = 6x^2 - 40x - 150$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4(6)(-150)}}{12}$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{5200}}{12} = \frac{40 \pm 72,11}{12}$$

$$x = \frac{40 + 72,11}{12} = 9,34$$

$$x = \frac{40 - 72,11}{12} = -2,68 \text{ à rejeter}$$

$$\frac{20\text{km}}{9,34\text{km}/h} = 2,14\text{heures}$$

$$2,14\text{heures}$$
$$1\text{heure} = 60\,\text{min}$$
$$0,14\text{heure} = x$$
$$x = 8\,\text{min}$$

Il faudra environ 2h 8 min.

11. Dans une boîte de noix mélangées de 250 g, les noix de cajou représentent 40 % de la masse. On verse les noix mélangées dans un bol et on y ajoute des noix de cajou jusqu'à ce que ces dernières représentent 60% de la masse. Quelle quantité de noix de cajou a-t-on ajouté?

$$\text{noix de cajou} = 40\%(250g) = 100g$$

$$\frac{\text{noix de cajou}}{\text{total de noix}} = \frac{100+x}{250+x} = 60\%$$

$$100 + x = 150 + 0,6x$$

$$0,4x = 50$$

$$x = 125$$

On a ajouté 125 g de noix de cajou.

12. Jason court à une vitesse qui est 4 km/h de plus que la vitesse de marche de Gérard. Après un certain temps, Jason a franchi 15 km et Gérard, 9 km. Pendant combien de temps se sont-ils déplacés?

$$V = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{V}$$

x : vitesse de Gérard

$x + 4$: vitesse de Jason

$$\frac{9}{x} = \frac{15}{x+4}$$

$$\frac{9(x+4)}{x(x+4)} = \frac{15x}{x(x+4)}$$

$$9x + 36 = 15x$$

$$6x = 36$$

$$x = 6$$

$$\frac{9}{6} = 1,5\text{heures}$$

Il se sont déplacés pendant 1 heure et demi.

13. Si Thierry avait marché 0,5 km/h plus vite, il lui aurait fallu une heure de moins pour faire sa randonnée de 15 km. À quelle vitesse Thierry marchait-il?

$$\frac{15}{x} - \frac{15}{x+0,5} = 1$$

$$\frac{15(x+0,5) - 15x}{x(x+0,5)} = \frac{1(x(x+0,5))}{x(x+0,5)}$$

$$15x + 7,5 - 15x = x^2 + 0,5x$$

$$0 = x^2 + 0,5x - 7,5$$

$$x = \frac{-0,5 \pm \sqrt{(0,5)^2 - 4(1)(-7,5)}}{2}$$

$$x = \frac{-0,5 \pm \sqrt{30,25}}{2} = \frac{-0,5 \pm 5,5}{2}$$

$$x = \frac{-0,5 + 5,5}{2} = 2,5$$

$$x = \frac{-0,5 - 5,5}{2} = -3 \text{ à rejeter}$$

Thierry marchait 2,5 km/h.

14. Un fabriquant prévoit un bénéfice B (en milliers de dollars) de la vente de x tonnes d'engrais en utilisant l'équation $B(x) = \dfrac{600x - 15000}{x + 100}$. Effectue les étapes suivantes :

i) Détermine combien de tonnes d'engrais doit être vendues pour que les bénéfices soient de 600 000$

$$600 = \frac{600x - 15000}{x + 100}$$

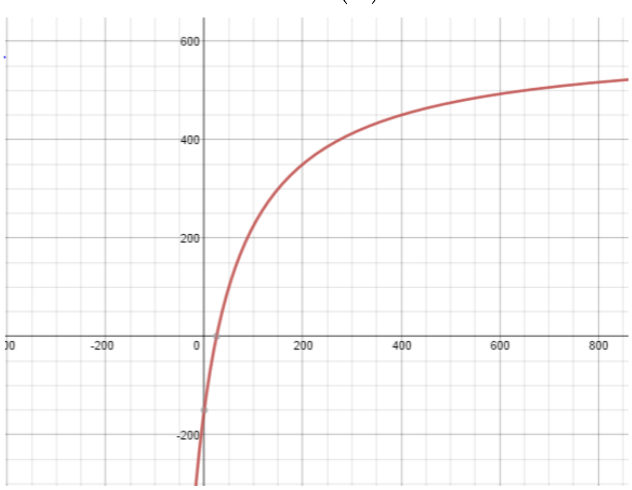
$$600x + 60000 = 600x - 15000$$

$$0x = -75000$$

aucune solution

l'asymptote

ii) Trace un croquis de $B(x)$.



iii) Explique le résultat obtenu en i). Que représente un bénéfice de 600 000$ dans cette situation ?

C'est la limite supérieure des bénéfices possibles.