

# Math 30311 - B

Bloc 1 – Géométrie

## Clinique : Bloc 1 – graphes

1. Pour le graphe ci-contre :

a) déterminez l'ordre; 5

b) déterminez le degré de chaque sommet;

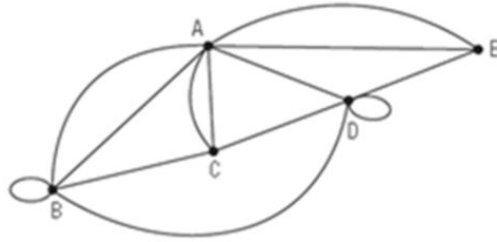
A-7; B-6; C-4; D-6; E-3

c) déterminez les sommets adjacents au sommet A; B, C, D et E

d) nommez toutes les paires de sommets qui sont reliés par des arêtes parallèles;

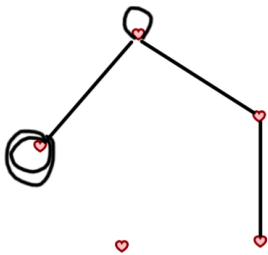
A-B; A-C; A-E

e) nommez les sommets qui ont une boucle. B et D

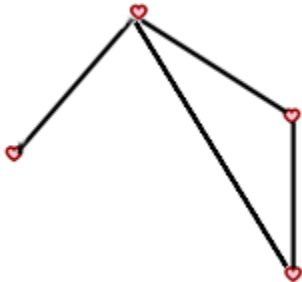


2. Trace un graphe ayant les caractéristiques suivantes : (avec guillemets)

a) D'ordre 5 dont les degrés des sommets sont 5, 4, 2, 1 et 0, et qui ne comporte aucune paire d'arêtes parallèles.



b) Connexe; sans aucune paire d'arêtes parallèles; d'ordre 4; dont les sommets sont de degrés 3, 2, 2, et 1; sans boucle; qui admet un cycle simple de longueur 3.



3. Pour le graphe ci-contre :

a) nommez une chaîne simple de longueur 4 qui commence au sommet A et se termine au sommet F;

A-B-D-E-F

b) nommez, si elle existe, une chaîne hamiltonienne; D-G-A-B-E-F

c) nommez un cycle simple de longueur 5;

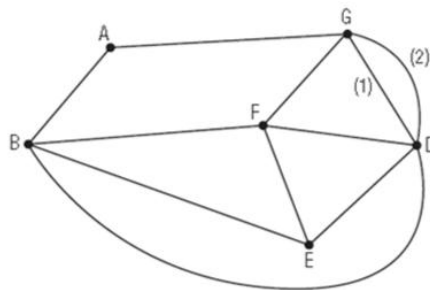
A-B-E-D-G-A

d) déterminez  $d(A, E)$ ; 2

e) déterminez la longueur de la chaîne A-B-F-D-E-B; 5

f) nommez, si elle existe, une chaîne eulérienne; D<sub>1</sub>-G-A-B-D-F-G<sub>2</sub>-D-E-F-B-E

g) nommez, s'il existe, un cycle hamiltonien. D<sub>1</sub>-G-A-B-F-E-D



4. Dans un graphe complet, déterminez le nombre d'arêtes d'un graphe d'ordre :

a) 3 - 3

b) 4 - 6

c) 7 - 21

5. Déterminez le nombre minimal d'arêtes d'un graphe connexe ayant :

a) 3 sommets - 2

b) 4 sommets - 3

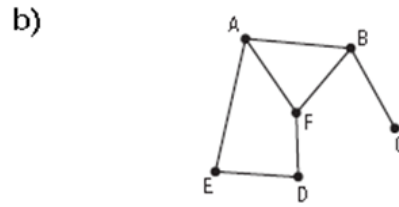
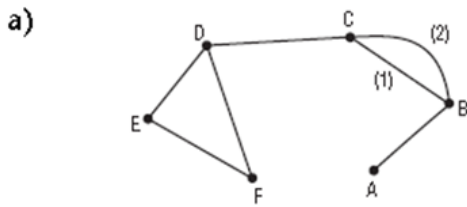
c) 7 sommets - 6

6. Pour chaque :

1) nommez une chaîne simple qui commence au sommet A et qui se termine au sommet D;

2) déterminez  $d(B, E)$ ;

3) nommez un cycle simple.



1) Plusieurs réponses -  $A-B_1-C-D$

2) 3

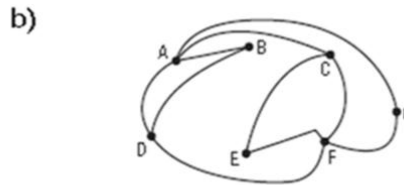
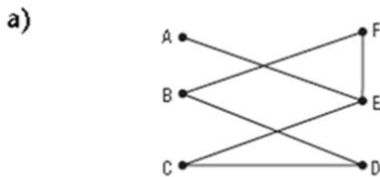
3) Plusieurs réponses -  $E-F-D-E$

1) Plusieurs réponses -  $A-E-D$

2) 2

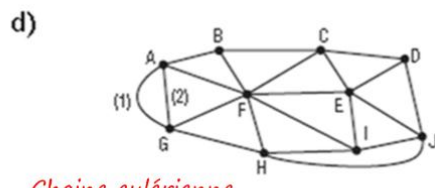
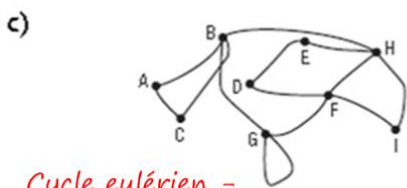
3) Plusieurs réponses -  $A-B-F-A$

7. Pour chacun des graphes, nommez, s'ils existent, un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.



Chaîne eulérienne -  $A-E-F-B-D-C-E$

Chaîne eulérienne -  $D-B-A-D-F-E-C-F-G-A-C$



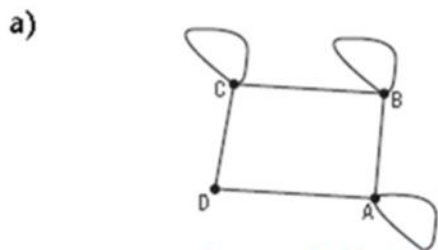
Cycle eulérien -

$B-A-C-D-G-G-F-D-E-H-F-I-H-B$

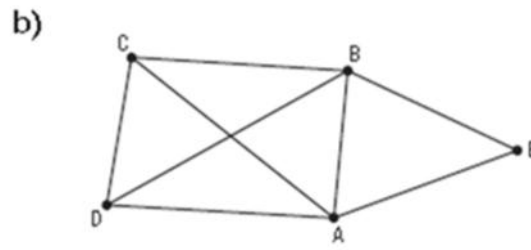
Chaîne eulérienne -

$B-A_1-G_2-A-F-G-H-F-B-C-F-E-I-H-J-I-E-J-D-E-C-D$

8. Il est possible de tracer les graphes suivants sans lever son crayon. Nommez une chaîne ou un cycle qui respecte cette caractéristique.

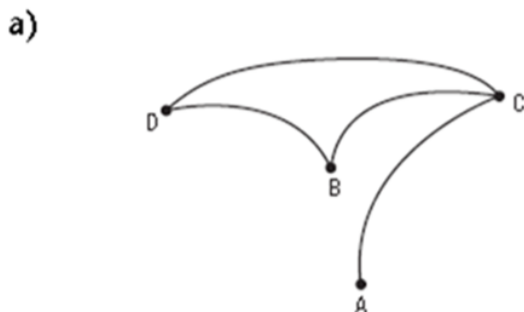


ex :  $D-A-A-B-B-C-C-D$



ex :  $D-A-B-C-D-B-E-A-C$

9. Dans chaque cas, déterminez si le graphe admet une chaîne eulérienne, un cycle eulérien, une chaîne hamiltonienne ou un cycle hamiltonien.

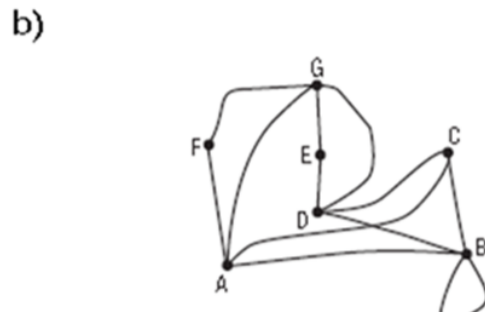


2 sommets de degré impairs donc chaîne Eulérienne

ex:  $A-C-D-B-C$

Chaîne Hamiltonienne

ex:  $A-C-D-B$



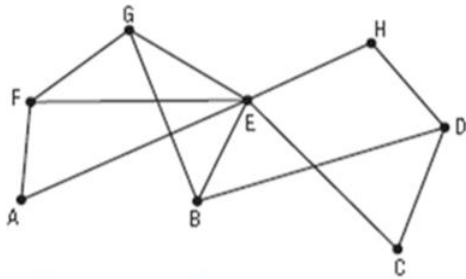
2 sommets de degré impairs donc chaîne Eulérienne

ex:  $C-B-B-D-C-A-F-G-E-D-G-A-B$

Chaîne Hamiltonienne

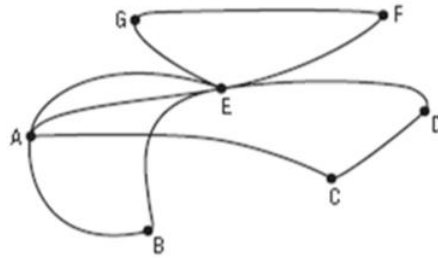
ex:  $A-B-C-D-E-G-F$

c)



Chaîne Hamiltonienne  
ex: A-F-G-B-D-C-E-H

d)



Chaîne Hamiltonienne  
ex: F-G-E-B-A-C-D

10. Jonas vend du chocolat noir pour financer ses activités parascolaires. Il découpe la carte de son quartier, sur laquelle il place des points aux intersections de chaque rue.

- a) Est-il possible pour Jonas d'emprunter une seule fois toutes les rues de ce quartier? Explique ta réponse.

*Non, car il y a plus de deux sommets de degré impair.*

- b) Jonas se trouve à l'intersection H. Il estime que lorsqu'il aura passé une seule fois par chacune des intersections et qu'il retournera à son point de départ, il aura vendu tout son chocolat. Déterminez, si possible, un itinéraire qui correspond à cette description.

*H-C-B-A-E-F-D-G-H*

