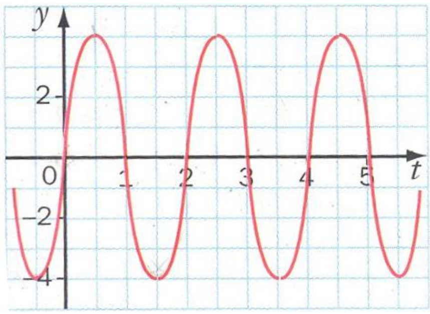
Math 30411
Module 6 - Trigonométrie - partie 1

Omnimath 12 p. 225 nos 1, 2, 6-17, 22ab

Chaque graphique représente une fonction sinus de la forme $y = A\sin B(t + C) + D$ ou une fonction cosinus de la forme $y = A\cos B(t + C) + D$. Écris les deux équations de chaque fonction.

1 .



sin

$A = 4 : a = 4$

$P = 2 = \frac{2\pi}{b} : b = \pi$

Déphasage nul : $c = 0$

Déplacement vertical nul : $d = 0$

$y = 4\sin \pi t$

cos

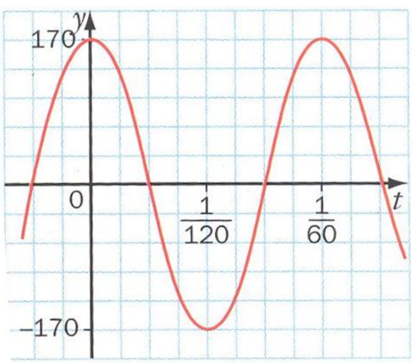
$A = 4 : a = 4$

$P = 2 = \frac{2\pi}{b} : b = \pi$

Déphasage 0,5 $\rightarrow$: $c = +0,5$

Déplacement vertical nul : $d = 0$

$y = 4\cos \pi\left(t - 0,5\right)$



sin

$A = 170 : a = 170$

$P = \frac{1}{60} = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{30}$

Déphasage $\frac{1}{240} \leftarrow$: $c = \frac{-1}{240}$

Déplacement vertical nul : $d = 0$

$y = 170\sin \frac{\pi}{30}\left(t + \frac{1}{240}\right)$

cos

$A = 170 : a = 170$

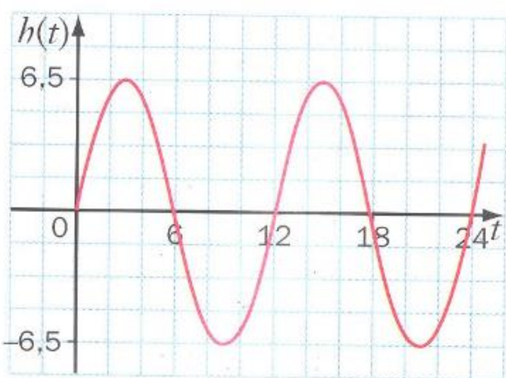
$P = \frac{1}{60} = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{30}$

Déphasage nul : $c = 0$

Déplacement vertical nul : $d = 0$

$y = 170\cos \frac{\pi}{30} t$

Le diagramme ci-dessous représente la montée et la baisse du niveau de la mer dans une partie de la baie de Fundy. On peut le représenter par une fonction sinus de la forme $h(t) = A\sin B(t + C) + D$, où t est le temps, en heures, et h est la hauteur par rapport au niveau moyen de la mer en mètres.



6. Quelle est l'image?

$\left[-6,5 ; 6,5\right]$

7. Quelle est la valeur de A?6,5

8. Quelle est la période? 12

9. Quelle est la valeur de B?

$12 = \frac{2\pi}{b}$

$b = \frac{\pi}{6}$

10. Quelles sont les valeurs de C et D?

$C = 0$, $D=0$

11. Équation.

$h(t) = 6,5\sin \frac{\pi}{6}\left(t\right)$

Omnimaths 12, pages 225-227, nos 1, 2, 6-17, 22ab

On peut utiliser la fonction suivante pour représenter la température d'une maison climatisée lors d'une journée chaude d'été : $t(x) = 20 + 1,5\cos\frac{\pi x}{12}$ où x est le temps en minutes, après la mise en marche du climatiseur et t(x), la température en degrés Celcius.

12. Quelles sont les températures maximale et minimale dans la maison?

$Max = 20 + 1,5 = 21,5$ $\qquad$ $Min = 20 - 1,5 = 18,5$

13. Détermine la température 10 minutes après la mise en marche du climatiseur.

$$t(10) = 20 + 1,5\cos\frac{\pi(10)}{12} = 18,7$$

14. Quelle est la période de la fonction? Comment interpréteras-tu cette valeur dans ce contexte?

$$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\pi/12} = 2\pi \times \frac{12}{\pi} = 24$$

Le cycle recommence à toutes les 24 minutes; à 21,5°, le climatiseur se met en marche et à 18,5°, il s'arrête.

15. Quels sont les deux montants après la mise en marche du climatiseur où la température de la maison atteint 19°C?

$$19 = 20 + 1,5\cos\frac{\pi x}{12}$$

$$-1 = 1,5\cos\frac{\pi x}{12}$$

$$-0,6667 = \cos\frac{\pi x}{12}$$

Le cosinus est négatif dans le II et III quadrant.

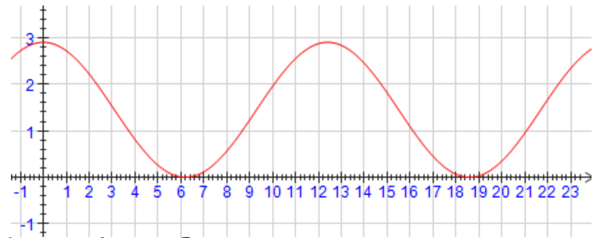
$\frac{\pi x}{12} = 2,3005$ ou $\frac{\pi x}{12} = 2\pi - 2,3005$

$x = 8,8$ $\qquad$ $x = 15,2$

Omnimaths 12, pages 225-227, nos 1, 2, 6-17, 22ab

16. Raz de marée : On peut utiliser la fonction suivante pour représenter la relation entre la hauteur d'un raz-de-marée au-dessus du niveau de la mer et le temps :

$h(t) = 1,45 \cos \frac{2\pi t}{12,4} + 1,45$ où h représente la hauteur, en mètres, au-dessus du niveau de la mer et t, le temps, en heures.



a) Quelle est la hauteur maximale de la vague?

$1,45 + 1,45 = 2,9$

La hauteur maximale serait de 2,9 mètres.

b) Dans le premier cycle, à quels moments la vague atteint-elle le maximum?

$$2,9 = 1,45 \cos \frac{2\pi t}{12,4} + 1,45$$

$$\frac{2,9 - 1,45}{1,45} = \cos \frac{2\pi t}{12,4}$$

$$1 = \cos \frac{2\pi t}{12,4}$$

$$\frac{2\pi t}{12,4} = 0 \text{ ou } \frac{2\pi t}{12,4} = 2\pi$$

$$t = 0 \text{ ou } t = 12,4$$

La vague atteint sa hauteur maximale à 0 heure et 12,4 heures.

c) Quelle est la hauteur minimale de la vague?

La hauteur minimale de la vague est de 0 mètre.

d) Quelle est la période de la vague?

$$b = \frac{2\pi}{12,4}$$

$$P = \frac{2\pi}{2\pi / 12,4} = 12,4 \text{ heures}$$

e) Quelle est la hauteur de la vague 2 heures après la marée haute?

$$h(2) = 1,45 \cos \frac{2\pi(2)}{12,4} + 1,45$$

$$h(2) = 2,22 \text{ mètres}$$

Omnimaths 12, pages 225-227, nos 1, 2, 6-17, 22ab

17. Situations prédateur-proie : La population de rongeurs d'une région varie approximativement en fonction de l'équation : $r(t) = 1200 + 300\sin\frac{\pi t}{2}$ où t est le nombre d'années depuis 1970 et r, le nombre de rongeurs.

a) Trouve le nombre maximal et le nombre minimal de rongeurs ainsi que les années où l'on a ces nombres dans le premier cycle.

Maximal — Minimal

$300 + 1200 = 1500$ rongeurs — $-300 + 1200 = 900$ rongeurs

b) Quelles est la période de la fonction?

$$b = \frac{\pi}{2}$$

$$P = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4 \text{ années}$$

c) À ton avis, combien de rongeurs y aura-t-il en 2010?

$$r(40) = 1200 + 300\sin\frac{\pi(40)}{2} = 1200 \text{ rongeurs}$$

Omnimaths 12, pages 225-227, nos 1, 2, 6-17, 22ab

22. Emploi : On peut représenter le nombre de personnes qui ont un emploi dans un lieu de villégiature (lieu de tourisme) par la fonction : $f(x) = 4,9 + 1,5\sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$ où x est le rang du mois dans l'année (janvier = 1) et f(x) est le nombre de personnes, en milliers, qui ont un emploi.

a) Quelle est la valeur minimale de cette fonction? Interprète la signification de cette valeur par rapport au modèle.

Minimal

$-1,5 + 4,9 = 3,4$

$$3,4 = 4,9 + 1,5\sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$-1,5 = 1,5\sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$-1 = \sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$\frac{\pi x}{6} + 1 = \frac{3\pi}{2}$$
$$\frac{\pi x}{6} = \frac{3\pi}{2} - 1$$
$$x = 7,09$$

Il y aurait 3400 employés en juillet.

b) Quel est le mois où il y a le plus de personnes employées?

Maximal

$1,5 + 4,9 = 6,4$

$$6,4 = 4,9 + 1,5\sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$1,5 = 1,5\sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$1 = \sin\left(\frac{\pi x}{6} + 1\right)$$
$$\frac{\pi x}{6} + 1 = \frac{\pi}{2}$$
$$\frac{\pi x}{6} = \frac{\pi}{2} - 1$$
$$x = 1,09$$

Il y aurait 6400 employés en janvier.