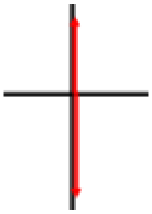
Devoir : Omnimaths 12, page 252, nos 11, 13, 15, 17, 19; Pré-Calcul pages 211-214, nos 14, 15, 16, 19, 20

Isole x dans chaque équation, $0^o \leq x < 360^o$.

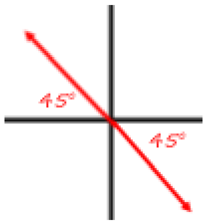
11. cos 2x = 0



$$2x = 90^o + 180^o n$$
$$x = 45^o + 90^o n$$
$$x = \{45^o, 135^o, 225^o, 315^o\}$$

13. tan 2x + 1= 0

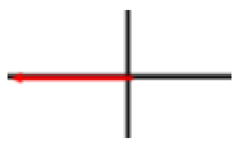
$$\tan 2x = -1$$



$$2x = 135^o + 180^o n$$
$$x = 67,5^o + 90^o n$$
$$x = \{67,5^o; 157,5^o; 247,5^o; 337,5^o\}$$

15. cos 2x + 1 = 0

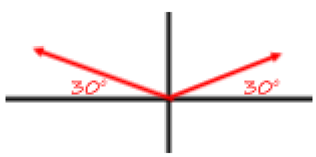
$$\cos 2x = -1$$



$$2x = 180^o + 360^o n$$
$$x = 90^o + 180^o n$$
$$x = \{90^o, 270^o\}$$

17. 2 sin 2x = 1

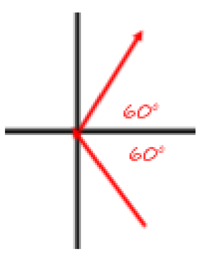
$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$



$$2x = 30^o + 360^o n, 150^o + 360^o n$$
$$x = 15^o + 180^o n, 75^o + 180^o n$$
$$x = \{15^o, 75^o, 195^o, 255^o\}$$

19. 2 cos 3x = 1

$$\cos 3x = \frac{1}{2}$$



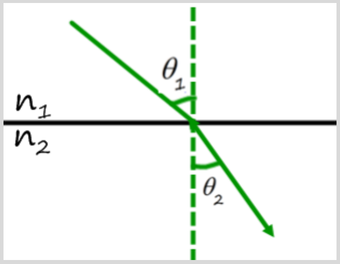
$$3x = 60^o + 360^o n, 300^o + 360^o n$$
$$x = 20^o + 120^o n, 100^o + 120^o n$$
$$x = \{20^o, 100^o, 140^o, 220^o, 260^o, 340^o\}$$

Devoir : Omnimaths 12, page 252, nos 11, 13, 15, 17, 19; Pré-Calcul pages 211-214, nos 14, 15, 16, 19, 20
p. 211

14. Consulte l'encadré Le savais-tu ? ci-dessous. A l'aide de la loi de Snell Descartes, détermine l'angle de réfraction d'un rayon lumineux qui passe de l'air à l'eau avec un angle d'incidence de 35°. L'indice de réfraction de l'air est de 1,000 29 et celui de l'eau est de 1,33.

Le savais-tu ?

Willebrord Snell, un physicien néerlandais, a découvert que la lumière est déviée (réfractée) lorsqu'elle passe d'un milieu à un autre. Le schéma suivant illustre la loi de Snell -Descartes.



$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Où θ_1 est l'angle d'incidence,

θ_2 est l'angle de réfraction, et

n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des deux milieux.

$n_1 = 1,00029$
$n_2 = 1,33$
$\theta_1 = 35°$
$\theta_2 = ?$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$
$$1,00029 \sin 35° = 1,33 \sin \theta_2$$
$$\sin \theta_2 = \frac{1,00029 \sin 35°}{1,33} = 0,431385544$$
$$\theta_2 = 25,6°$$

15. Le nombre de climatiseurs vendus dans l'Ouest canadien varie selon les saisons. Il dépend u mois de l'année. La formule $y = 5,9 + 2,4 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)$ donne le nombre prévu, y, en milliers, selon le mois t, où t=1 représente janvier, t=2 représente février, etc.

a) Durant quel mois prévoit-on vendre 8 300 climatiseurs ?

$$8,300 = 5,9 + 2,4 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)$$
$$2,4 = 2,4 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right) = 1$$
$$\frac{\pi}{6}(t-3) = \frac{\pi}{2}$$
$$t-3 = 3$$
$$t = 6$$

On prévoit vendre 8300 climatiseurs au mois de juin.

Devoir : Omnimaths 12, page 252, nos 11, 13, 15, 17, 19; Pré-Calcul pages 211-214, nos 14, 15, 16, 19, 20

b) Durant quel mois prévoit-on vendre le plus petit nombre de climatiseurs ?

La plus petite valeur possible du sin est −1.

5,9 − 2,4 = 3,5

$$3,500 = 5,9 + 2,4\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)$$
$$-2,4 = 2,4\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right) = -1$$
$$\frac{\pi}{6}(t-3) = \frac{3\pi}{2}$$
$$t-3 = 9$$
$$t = 12$$

On prévoit vendre le moins de climatiseurs en décembre.

c) Cette formule semble-t-elle vraisemblable ? Explique ta réponse.

Oui, on vend moins de climatiseurs l'hiver que l'été.

16. Nora doit résoudre l'équation trigonométrique suivante :

$9\sin^2\theta + 12\sin\theta + 4 = 0$, où $\theta \in [0°, 360°[$. Examine attentivement son travail ci-dessous.

Indique ses erreurs, s'il y en a. Réécris la solution, en effectuant toute correction nécessaire.

$$9\sin^2\theta + 12\sin\theta + 4 = 0$$
$$(3\sin\theta + 2)^2 = 0$$
$$3\sin\theta + 2 = 0$$

Par conséquent, $\sin\theta = -\frac{2}{3}$

J'utilise une calculatrice.

$$\sin^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = -41,810\ 314\ 9$$

Donc, l'angle de référence est de 41,8°, au dixième de degré près.

Le sinus est négatif dans les quadrants II et III.

La solution dans le quadrant II est 180° − 41,8° = 138,2°.

La solution dans le quadrant III est 180° + 41,8° = 221,8°.

Par conséquent, θ = 138,2° et θ = 221,8°, au dixième de degré près.

Mais le sinus est négatif dans les quadrants III et IV.

Donc 221,8° et 318,2°

Devoir : Omnimaths 12, page 252, nos 11, 13, 15, 17, 19; Pré-Calcul pages 211-214, nos 14, 15, 16, 19, 20

19. Un ballon de plage flotte sur l'eau près de Tofino, en Colombie-Britanique . Le ballon monte et descend au gré des vagues selon la formule $h = 1,4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ où h est sa hauteur au-dessus du niveau de la mer, en mètres, et t est le temps en secondes.

a) au cours des 10 premières secondes, quand le ballon est –il au niveau de la mer ?

$$0 = 1,4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

$$0 = \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

$$\frac{\pi t}{3} = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t = 0 + 3n$$

$$t = \{0s, 3s, 6s, 9s\}$$

b) à quels moments le ballon atteint-il sa hauteur maximale ? Indique le premier moment où cela se produit, puis écris une expression qui représente tous les moments où le maximum est atteint.

$$1,4 = 1,4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

$$1 = \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

$$\frac{\pi t}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{3}{2} + 6n, n \in \mathbb{Z}$$

c) D'après la formule, quel est le point le plus bas que le ballon atteint sous le niveau de la mer ?

Le point le plus bas est de 1,4 mètres sous le niveau de la mer.

20. L'intensité du courant électrique, I, en ampères, varie selon la formule $I = 4,3\sin 120\pi t$ où t est le temps en secondes.

a) Dans l'Ouest canadien, on utilise un courant alternatif qui a une fréquence de 60 hertz, ou 60 cycles par seconde. Fais-en la démonstration à l'aide de la formule.

$$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{120\pi} = \frac{1}{60}\,sec \rightarrow \begin{array}{l} 1cycle = \frac{1}{60}\,sec \\ 60\ cycles = 1\ sec \end{array}$$

Devoir : Omnimaths 12, page 252, nos 11, 13, 15, 17, 19; Pré-Calcul pages 211-214, nos 14, 15, 16, 19, 20

b) À quels moments l'intensité est-elle à son maximum? Comment le concept d'angles coterminaux peut-il t'aider à déterminer la solution ?

$$4,3 = 4,3\sin 120\pi t$$
$$1 = \sin 120\pi t$$
$$120\pi t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$
$$t = \frac{1}{240} + \frac{n}{60}$$

c) À quels moments l'intensité est-elle à son minimum ?

$$-4,3 = 4,3\sin 120\pi t$$
$$-1 = \sin 120\pi t$$
$$120\pi t = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$
$$t = \frac{1}{80} + \frac{n}{60}$$

d) Quelle est l'intensité maximale ?

L'intensité maximale est de 4,3 A.