30411C Pré-Calcul, pages 250, 1c, 2c, 3a, 4, 5, 6ac, 7ab, 8, 9, 11c, 13, 14bc, 15c, 16a, 19b, 20, 21, 24, 26a(i, iii), 31

1. Détermine le déphasage et le déplacement vertical de chaque fonction par rapport à y = sinx. Esquisse le graphique de chaque fonction.

c) $y = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 5$

Déphasage : $\frac{2\pi}{3}$ unités ←

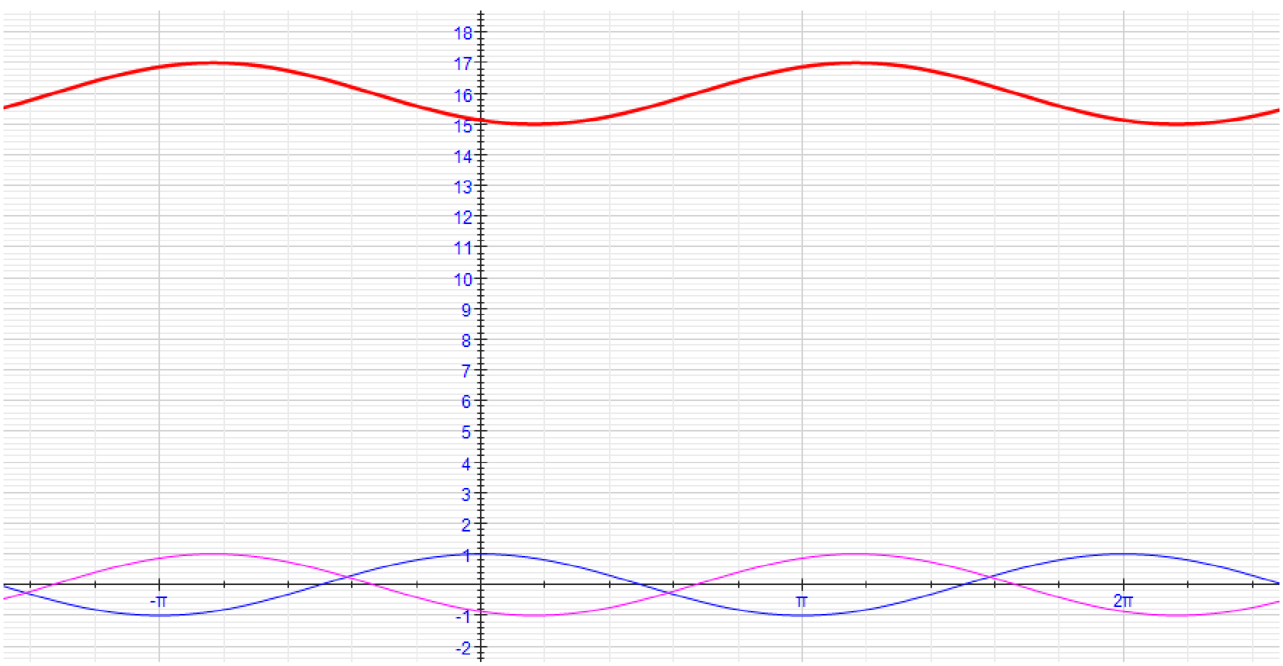
Déplacement vertical : 5 unités ↑

2. Détermine le déphasage et le déplacement vertical de chaque fonction par rapport à y = cos x. Esquisse le graphique de chaque fonction.

c) $y = \cos\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) + 16$

Déphasage : $\frac{5\pi}{6}$ unités ←

Déplacement vertical : 16 unités ↑



30411C Pré-Calcul, pages 250, 1c, 2c, 3a, 4, 5, 6ac, 7ab, 8, 9, 11c, 13, 14bc, 15c, 16a, 19b, 20, 21, 24, 26a(i, iii), 31

3. a) Détermine l'image de chaque fonction.

i) $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$

$A = 3, \text{donc de } -3 \text{ à } +3$

$\text{Déplacement de } 5 \uparrow$

$-3 + 5 \text{ à } +3 + 5 \text{ donc de } 2 \text{ à } 8$

$I = [2, 8]$

ii) $y = -2\sin(x + \pi) - 3$

$A = 2, \text{donc de } -2 \text{ à } +2$

$\text{Déplacement de } 3 \downarrow$

$-2 - 3 \text{ à } +2 - 3 \text{ donc de } -5 \text{ à } -1$

$I = [-5, -1]$

iii) $y = 1,5\sin x + 4$

$A = 1,5, \text{donc de } -1,5 \text{ à } +1,5$

$\text{Déplacement de } 4 \uparrow$

$-1,5 + 4 \text{ à } +1,5 + 4 \text{ donc de } 2,5 \text{ à } 5,5$

$I = [2,5; 5,5]$

iv) $y = \frac{2}{3}\cos(x + 50^\circ) + \frac{3}{4}$

$A = \frac{2}{3}, \text{donc de } -\frac{2}{3} \text{ à } +\frac{2}{3}$

$\text{Déplacement de } \frac{3}{4} \uparrow$

$-\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \text{ à } +\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \text{ donc de } \frac{1}{12} \text{ à } \frac{17}{12}$

$I = \left[\frac{1}{12}, \frac{17}{12}\right]$

4. Associe chaque fonction à sa description dans le tableau qui suit.

a) $y = -2\cos 2(x+4) - 1$ a) et D

b) $y = 2\sin 2(x-4) - 1$ b) et C

c) $y = 2\sin(2x-4) - 1$ c) et B

d) $y = 3\sin(3x-9) - 1$ d) et A

e) $y = 3\sin(3x+\pi) - 1$ e) et E

	Amplitude	Période	Déphasage	Déplacement vertical
A	3	$\frac{2\pi}{3}$	3 unités vers la droite	1 unité vers le bas
B	2	π	2 unités vers la droite	1 unité vers le bas
C	2	π	4 unités vers la droite	1 unité vers le bas
D	2	π	4 unités vers la gauche	1 unité vers le bas
E	3	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$ unité vers la gauche	1 unité vers le bas

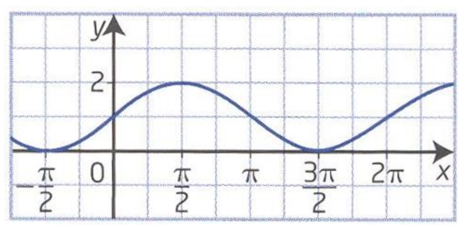
5. Associe chaque fonction à son graphique.

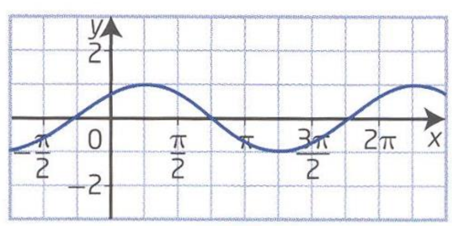
a) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ $\frac{\pi}{4} \rightarrow$
a) avec D

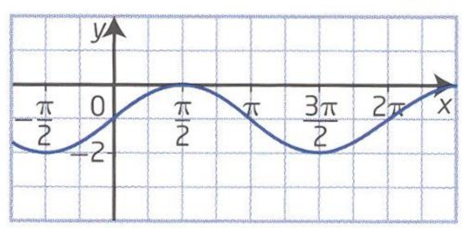
b) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ $\frac{\pi}{4} \leftarrow$
b) avec B

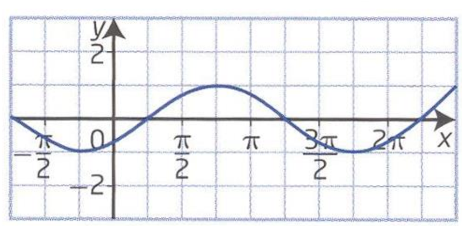
c) $y = \sin x - 1$ $1 \downarrow$
c) avec C

d) $y = \sin x + 1$ $1 \uparrow$
d) avec A

A


B


C


D


6. Écris l'équation de chaque fonction sinus sous la forme $y = a \sin b(x - c) + d$ à partir de ses caractéristiques.

a) Amplitude : 4, période : π , déphasage : $\frac{\pi}{2}$ vers la droite, déplacement vertical : 6 unités vers le bas.

$A = 4 : a = 4$

$P = \pi = \frac{2\pi}{b} : b = 2$

$D = \frac{\pi}{2} \rightarrow : c = -\frac{\pi}{2}$

$T = 6 \downarrow : d = -6$

$$y = 4 \sin 2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 6$$

c) Amplitude : $\frac{3}{4}$, période : 720°, pas de déphasage, déplacement vertical : 5 unités vers le bas.

$A = \frac{3}{4} : a = \frac{3}{4}$

$P = 720 = \frac{360}{b} : b = \frac{1}{2}$

$D = 0 : c = 0$

$T = 5 \downarrow : d = -5$

$$y = \frac{3}{4} \sin \frac{1}{2} x - 5$$

7. Le graphique de y = cos x subit les transformations indiquées. Détermine la valeur des paramètres a, b, c et d de la transformée. Écris l'équation de la fonction transformée sous la forme $y = a \cos b(x - c) + d$

a) Un étirement vertical par un facteur de 3 par rapport à l'axe des x, un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y, une translation de 2 unités vers la gauche et de 3 unités vers le haut.

$A = 3 : a = 3$

$P = 4\pi = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{1}{2}$

$D = 2 \leftarrow : c = +2$

$T = 3 \uparrow : d = +3$

$$y = 3 \cos \frac{1}{2}(x + 2) + 3$$

b) Un étirement vertical par un facteur de ½ par rapport à l'axe des x, un étirement horizontal par un facteur de ¼ par rapport à l'axe des y, une translation de 3 unités vers la droite et de 5 unités vers le bas.

$A = \frac{1}{2} : a = \frac{1}{2}$

$P = \frac{2\pi}{4} = \frac{2\pi}{b} : b = 4$

$D = 3 \rightarrow : c = -3$

$T = 5 \downarrow : d = -5$

$$y = \frac{1}{2} \cos 4(x - 3) - 5$$

c) Un étirement vertical par un facteur de $\frac{3}{2}$ par rapport à l'axe des x, un étirement horizontal par un facteur de 3 par rapport à l'axe des y, une réflexion par rapport à l'axe des x, une translation de $\frac{\pi}{4}$ unité vers la droite et de 1 unité vers le bas.

$A = -\frac{3}{2} : a = -\frac{3}{2}$

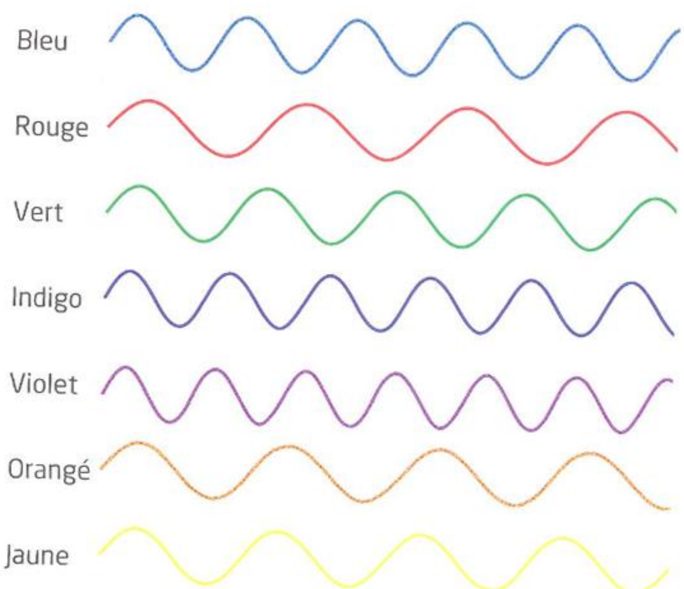
$P = 6\pi = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{1}{3}$

$D = \frac{\pi}{4} \rightarrow : c = -\frac{\pi}{4}$

$T = 1 \downarrow : d = -1$

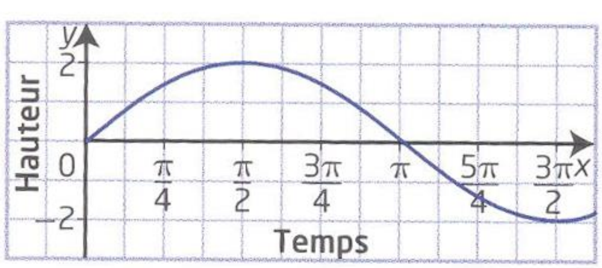
$y = -\frac{3}{2}\cos\frac{1}{3}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

8. Quand la lumière blanche traverse un prisme, elle se décompose en toutes les couleurs du spectre visible. Chaque couleur correspond à une longueur d'onde différente du spectre électromagnétique. Ordonne les couleurs en ordre décroissant de période.



Rouge
Orangé
Jaune
Vert
Bleu
Indigo
Violet

9. Le moteur à piston est le moteur le plus répandu dans le monde. La hauteur du piston en fonction du temps peut être modélisée par une sinusoïde. Suppose que son équation est $y = a\sin b\left(x - c\right) + d$ Quel paramètre ou quels paramètres changent lorsque le mouvement du piston s'accélère?



La valeur de b va changer car le nombre de cycle par rapport au temps augmente.

30411C Pré-Calcul, pages 250, 1c, 2c, 3a, 4, 5, 6ac, 7ab, 8, 9, 11c, 13, 14bc, 15c, 16a, 19b, 20, 21, 24, 26a(i, iii), 31

11. On peut obtenir une famille de sinusoïdes avec des équations de la forme $y = a\sin b(x - c) + d$ en faisant uniquement varier le déplacement vertical de la fonction. Si l'image de la fonction initiale est $\{y \in \mathbb{R} \mid -3 \le y \le 3\}$, quelle est l'image de la fonction ayant la valeur de d indiquée?

c) d = -10

$A = 3$, donc de -3 à $+3$

Déplacement de $10 \downarrow$

$-3 - 10$ à $+3 - 10$ donc de -13 à -7

$I = [-13, -7]$

13. L'image d'une fonction trigonométrique de la forme $y = a\sin b(x - c) + d$ est $\{y \in \mathbb{R} \mid -13 \le y \le 5\}$. Détermine la valeur de a et de d.

Point milieu de $y = \frac{1}{2}(y_2 + y_1) = -4$

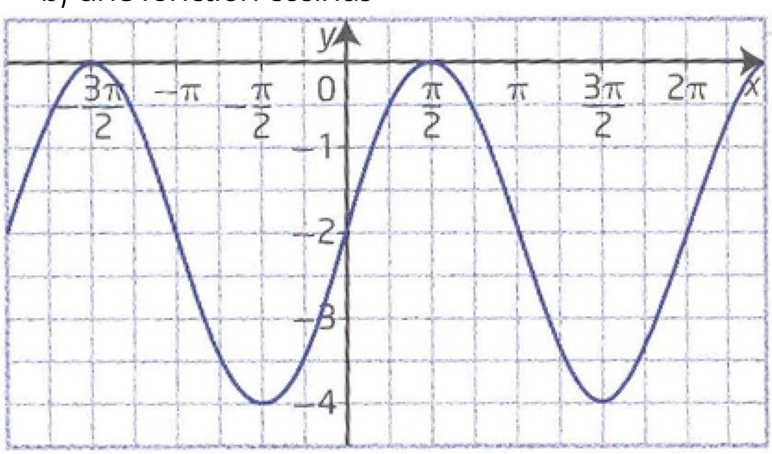
donc $d = -4$

Amplitude de -4 à -13: $a = 9$

14. à partir de chaque graphique d'une fonction sinusoïdale, détermine :

i) l'amplitude
ii) la période,
iii) le déphasage
iv) Le déplacement vertical,
v) Le domaine et l'image,
vi) Le maximum de la fonction et les valeurs de x pour lesquelles il est atteint dans l'intervalle $0 \le x \le 2\pi$
vii) Le minimum de la fonction et les valeurs de x pour lesquelles il est atteint dans l'intervalle $0 \le x \le 2\pi$

b) une fonction cosinus



$A = 2$

$P = 2\pi$

Déphasage $= \frac{\pi}{2} \rightarrow$

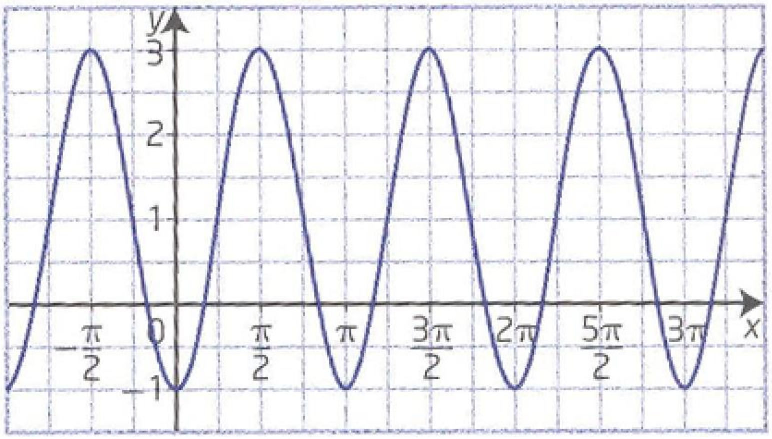
Déplacement $= 2 \downarrow$

$D =]-\infty, \infty[$ $I = [-4, 0]$

Max de 0 quand $x = \frac{\pi}{2}$

Min de -4 quand $x = \frac{3\pi}{2}$

c) une fonction sinus



$A = 2$

$P = \pi$

$\text{Déphasage} = \frac{\pi}{4} \rightarrow$

$\text{Déplacement} = 1 \uparrow$

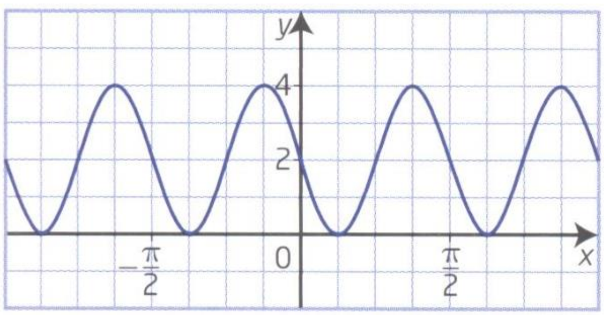
$D = \left]-\infty, \infty\right[\quad I = [-1, 3]$

$\text{Max de } 3 \text{ quand } x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\text{Min de } -1 \text{ quand } x = 0, \pi, 2\pi$

15. Détermine une équation de la forme $y = a \sin b(x - c) + d$ pour chaque graphique.

c)



$I = [0, 4] : a = 2$

$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2} : b = 4$

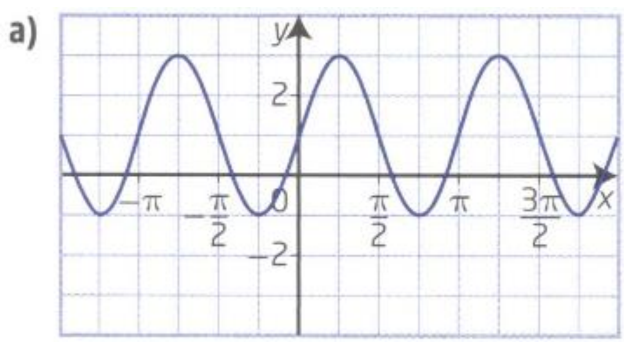
$\text{Déphasage} = \frac{\pi}{4} \rightarrow : c = -\frac{\pi}{4}$

$\text{Déplacement} = 2 \uparrow : d = 2$

$y = 2 \sin 4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$

16. Pour chaque graphique, détermine une équation de la forme $y = a \cos b(x - c) + d$.

a)



$I = [-3, 1] : a = 2$

$P = \frac{2\pi}{b} = \pi : b = 2$

$\text{Déphasage} = \frac{\pi}{4} \rightarrow : c = -\frac{\pi}{4}$

$\text{Déplacement} = 1 \uparrow : d = 1$

$y = 2 \cos 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

30411C Pré-Calcul, pages 250, 1c, 2c, 3a, 4, 5, 6ac, 7ab, 8, 9, 11c, 13, 14bc, 15c, 16a, 19b, 20, 21, 24, 26a(i, iii), 31

19. À partir du cycle indiqué d'une fonction cosinus de la forme $y = 3\cos b\left(x - c\right)$, détermine :

i) le déphasage, la période et les abscisses à l'origine,
ii) les coordonnées des maximums et du minimum.

b) $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$

$\text{Déphasage} = \frac{\pi}{4} \rightarrow: c = \frac{\pi}{4}$

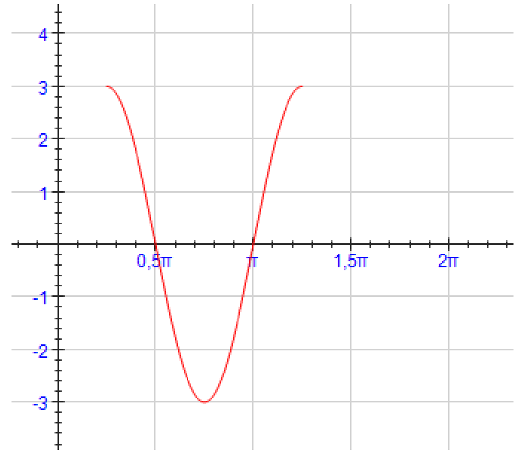
$P = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$

$\frac{2\pi}{b} = \pi : b = 2$

$\text{Abscisses} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$
$= \frac{\pi}{2}, \pi$

$\text{Max} = \left(\frac{\pi}{4}, 3\right), \left(\frac{\pi}{4} + \pi, 3\right)$
$= \left(\frac{\pi}{4}, 3\right), \left(\frac{5\pi}{4}, 3\right)$

$\text{Min} = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, -3\right)$
$= \left(\frac{3\pi}{4}, -3\right)$



20. The Wave (la Vague) est une formation rocheuse spectaculaire qui fait partie de Coyote Buttes, dans le Paria Canyon, au nord de l'Arizona. Elle est constituée de dunes de sable vieilles de 190 millions d'années qui se sont transformées en grès rouge. Suppose que tu peux modéliser approximativement un cycle de cette formation à l'aide d'une fonction cosinus. Sa hauteur maximale au-dessus du niveau de la mer est de 5 100 pi et sa hauteur minimale est de 5000 pi. Le début du cycle se situe à la borne de 1,75 mille du canyon et la fin se situe à la borne de 2,75 milles. Écris une équation qui modélise approximativement cette formation rocheuse.

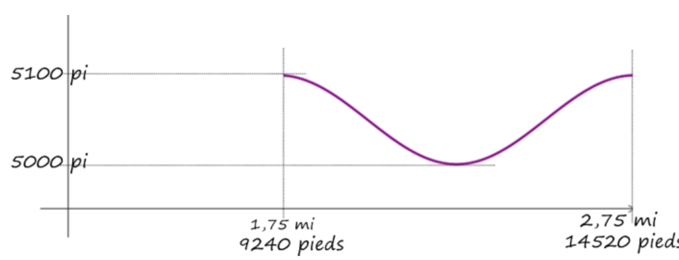
$1mi = 5280pi \quad 1mi = 5280pi$
$1{,}75mi = x \quad 2{,}75mi = x$
$x = 9240pi \quad x = 14520pi$

$\frac{5100 - 5000}{2}$
$A = 50 : a = 50$

$P = 5280 = \frac{2\pi}{b}$

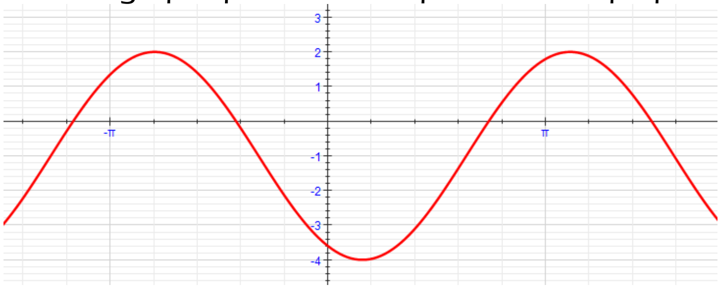
$b = \frac{2\pi}{5280} = \frac{\pi}{2640}$

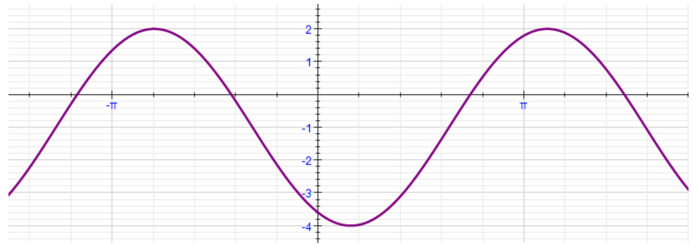
$y = 50\cos\frac{\pi}{2640}\left(x - 9240\right) + 5050$



21. Compare les graphiques des fonctions $y = 3\sin\frac{\pi}{3}\left(x-2\right)-1$ et $y = 3\cos\frac{\pi}{3}\left(x-\frac{7}{2}\right)-1$.

Ces graphiques sont-ils équivalents? Explique ta réponse graphiquement.





C'est le même graphique.

24. Après 5 minutes d'exercice, une personne à un cycle respiratoire pour lequel le débit d'air dans les poumons, d, en litres à la seconde, correspond à peu près à la fonction $d = 1{,}75\sin\frac{\pi}{2}t$, où t est le temps, en secondes.

a) détermine la durée d'un cycle respiratoire complet.

$$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4 \text{ sec ondes}$$

b) détermine le nombre de cycles respiratoire par minute.

1 cycle $= 4$ sec

$x = 60$ sec

$x = 15$ cycles

c) Esquisse le graphique de la fonction qui représente le débit d'air dans les poumons.

d) Détermine le débit d'air dans les poumons à 30 s. Interprète cette réponse dans le contexte du cycle respiratoire.

$$d = 1{,}75\sin\frac{\pi}{2}\left(30\right) = 0 \, L/s$$

e) détermine le débit d'air dans les poumons à 7,5 s. Interprète cette réponse dans le contexte du cycle respiratoire.

$$d = 1{,}75\sin\frac{\pi}{2}\left(7{,}5\right) = -12{,}37 \, L/s, \text{ il expire.}$$

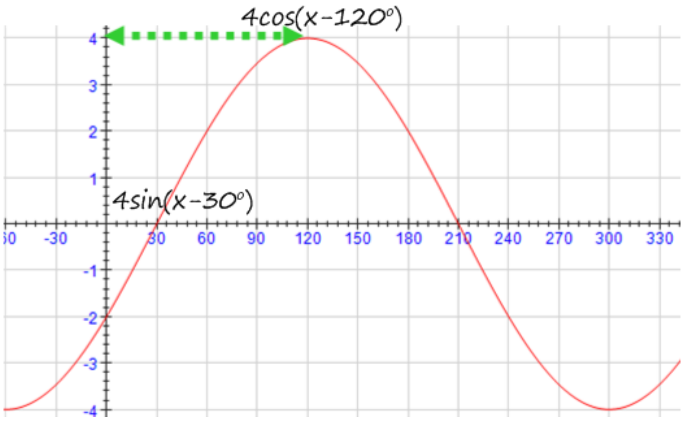
30411C Pré-Calcul, pages 250, 1c, 2c, 3a, 4, 5, 6ac, 7ab, 8, 9, 11c, 13, 14bc, 15c, 16a, 19b, 20, 21, 24, 26a(i, iii), 31

26. a) Copie chaque équation. Détermine la valeur manquante qui rend l'équation vraie.

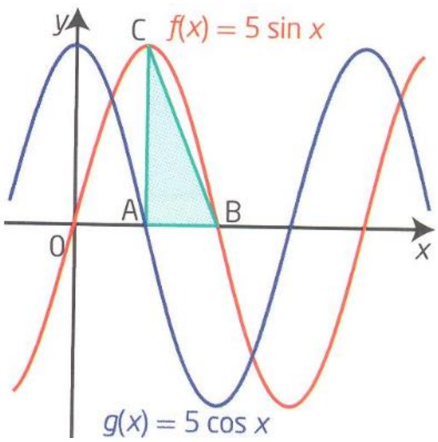
i) $4\sin\left(x - 30^\circ\right) = 4\cos\left(x - 120^\circ\right)$

iii) $-3\cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = 3\sin\left(x + \pi\right)$

f) Montre ton travail pour une des équations en a)



31. Le triangle ABC est inscrit entre le graphique de $f(x) = 5\sin x$ et celui de $g(x) = 5\cos x$. Détermine l'aire du ΔABC.



$h = 5$

$b = \dfrac{\pi}{2}$

$A = \dfrac{bh}{2} = \dfrac{\frac{\pi}{2}(5)}{2} = \dfrac{5\pi}{4}$ unités^2