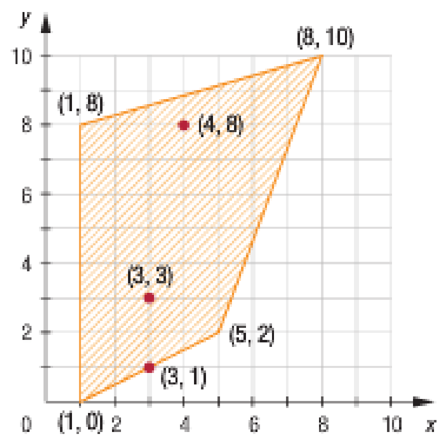
***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

1 Dans chaque cas, déterminez parmi les couples suggérés celui qui engendre :

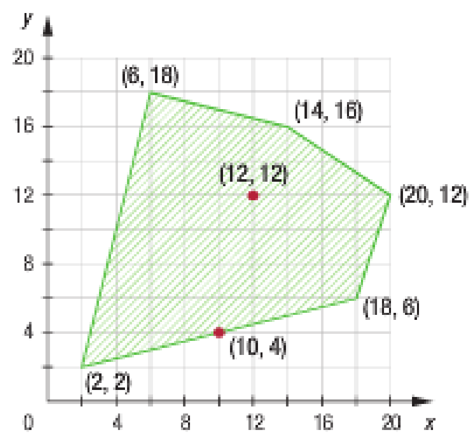
1) le maximum de la fonction à optimiser; 2) le minimum de la fonction à optimiser.

a)



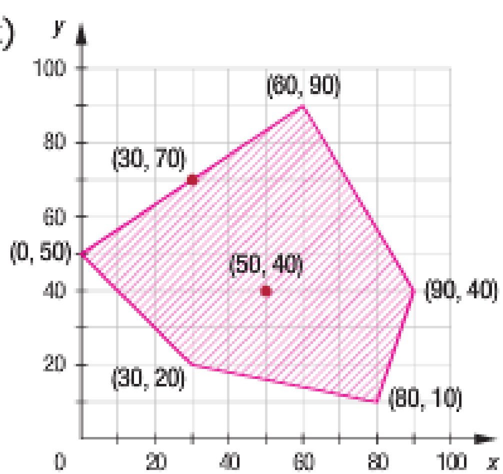
Couple	$z = 4x - 2y$
(1, 0)	**4**
(1, 8)	**-12 (minimum)**
(3, 1)	**10**
(3, 3)	**6**
(4, 8)	**0**
(5, 2)	**16 (maximum)**
(8, 10)	**12**

b)



Couple	$z = 7x + 9y$
(2, 2)	**32 (minimum)**
(6, 18)	**204**
(10, 4)	**106**
(12, 12)	**192**
(14, 16)	**242**
(18, 6)	**180**
(20, 12)	**248 (maximum)**

c)



Couple	$z = -1{,}2x + 0{,}4y + 2$
(0, 50)	**22 (maximum)**
(30, 20)	**-26**
(30, 70)	**-6**
(50, 40)	**-42**
(60, 90)	**-34**
(80, 10)	**-90 (minimum)**
(90, 40)	**-90 (minimum)**

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

2 Dans chacune des situations suivantes :

1) déterminez un système d'inéquations qui traduit les contraintes ;
2) décrivez l'objectif visé ;
3) écrivez la règle de la fonction à optimiser.

a) On cherche à minimiser le coût de production d'un bulletin d'informations qui comporte des nouvelles du sport et des nouvelles nationales. Le temps consacré au sport représente plus de 5 % et moins de 20 % de la durée totale du bulletin. Le temps consacré aux nouvelles nationales dure plus de 20 min et n'excède pas 35 min. Un maximum de 75 min est alloué au bulletin. Les nouvelles du sport coûtent 25 $/min à produire et les nouvelles nationales, 15 $/min.

b) Une entreprise doit produire des avions le plus rapidement possible. Un avion de type A coûte 200 M$ à produire et un avion de type B, 125 M$. L'entreprise dispose d'au plus 5000 M$ pour produire les avions, et il doit y avoir au moins 5 avions de type A de plus que le double des avions de type B. L'entreprise ne peut pas produire plus de 30 avions. Il faut 3 semaines pour construire un avion de type A et 5 semaines pour construire un avion de type B.

a)	b)
1) x : temps (en min) consacré aux nouvelles du sport y : temps (en min) consacré aux nouvelles nationales $x \geq 0$ $y > 20$ $\frac{x}{y} > \frac{5}{95} \rightarrow 95x > 5y \rightarrow 19x > y$ $\frac{x}{y} < \frac{20}{80} \rightarrow 80x < 20y \rightarrow 4x < y$ $y \leq 35$ $x + y \leq 75$ 2) L'objectif visé est de produire un bulletin d'informations au moindre coût. 3) $z = 25x + 15y$, où z est le coût de production d'un bulletin d'informations	1) x : nombre d'avions de type A produits y : nombre d'avions de type B produits $x \geq 0$ $y \geq 0$ $200x + 125y \leq 5000$ $x \geq 5 + 2y$ $x + y \leq 30$ 2) L'objectif visé est de minimiser le temps de production des avions. 3) $z = 3x + 5y$, où z est le temps de production des avions (en semaines).

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

3 L'organisme humain a besoin de lipides et de glucides pour fonctionner normalement. Il utilise ces substances pour produire du glycogène. Chaque gramme de glucides fournit une énergie de 4 kcal et chaque gramme de lipides, 9 kcal. Il est recommandé de consommer chaque jour au moins 50 g de lipides et 200 g de glucides. L'énergie fournie par ces deux substances devrait être d'au moins 1400 kcal sans excéder 2300 kcal. Chaque gramme de lipides engendre 0,01 g de glycogène et chaque gramme de glucides engendre 0,04 g de glycogène.

a) Tracez le polygone de contraintes associé à cette situation.

x : nombre de grammes de glucides

y : nombre de grammes de lipides

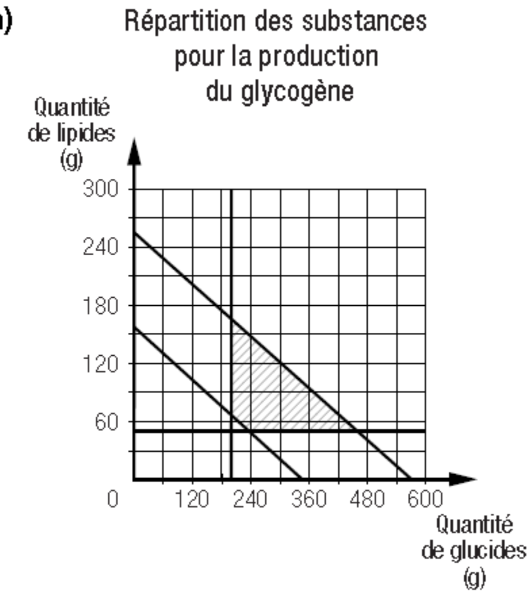
$y \geq 50$

$x \geq 200$

$4x + 9y \geq 1400$

$4x + 9y \leq 2300$

a)



b) Établissez la règle qui permet de calculer la quantité quotidienne de glycogène produite par l'organisme.

$0{,}04x + 0{,}01y$

Voici quelques suggestions de consommation quotidienne de ces deux substances :

- **A** 210 g de glucides et 180 g de lipides.
- **B** 350 g de glucides et 50 g de lipides.
- **C** 300 g de glucides et 122 g de lipides.
- **D** 220 g de glucides et 130 g de lipides.

c) Parmi ces suggestions, déterminez celle qui, tout en respectant les contraintes, permet de :
1) minimiser la production de glycogène;
2) maximiser la production de glycogène.

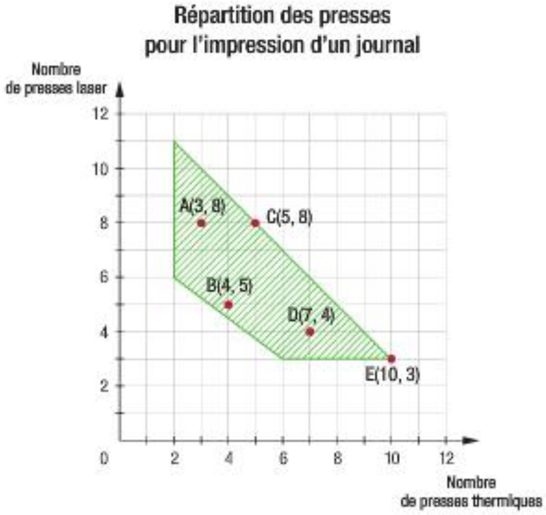
$(210, 180)$	$(350, 50)$	$(300, 122)$	$(220, 130)$
$0{,}04(210) + 0{,}01(180)$	$0{,}04(350) + 0{,}01(50)$	$0{,}04(330) + 0{,}01(122)$	$0{,}04(220) + 0{,}01(130)$
$10{,}2$	$14{,}5$	$14{,}42$	$10{,}1$

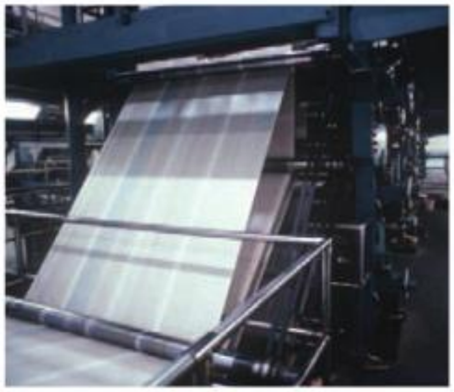
1) Minimum 10,1

2) Maximum 14,5

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

4 Une imprimerie doit se doter de nouvelles presses afin d'imprimer un journal. Une presse thermique imprime 75 pages/min et une presse laser imprime 100 pages/min. Afin de pourvoir à la demande dans les délais, le rythme d'impression de la totalité des presses doit être supérieur à 750 pages/min. Il faut au moins 2 presses thermiques et 3 presses laser, et le nombre total de presses ne doit pas excéder 13. Une presse thermique coûte 150 000 $ et une presse laser coûte 225 000 $. Voici le polygone de contraintes associé à cette situation.





Les journaux peuvent aussi être imprimés sur des presses rotatives. Ce type de presse, inventé en 1865, est composé de deux cylindres, un qui porte la forme à imprimer et l'autre qui donne la pression. Le papier, fourni en bobine, passe entre les deux rouleaux. Dans le domaine de l'imprimerie, on continue de nommer «presses»

a) Déterminez la règle qui permet de calculer les coûts engendrés par l'achat de ces presses.

C : Coût (en $)

x : le nombre de presses therminques

y : le nombre de presses laser

$C = 150000x + 225000y$

4. a) $C = 150\,000x + 225\,000y$, où C représente les coûts (en $), x, le nombre de presses thermiques, et y, le nombre de presses laser.

b) Le point B, pour des coûts minimaux de 1 725 000 $.

b) Parmi les points identifiés sur le polygone de contraintes ci-dessus, déterminez celui dont les coordonnées engendrent les coûts les moins élevés.

A(3, 8) $150000(3) + 225000(8)$

2250000

B(4, 5) $150000(4) + 225000(5)$

1725000

C(5, 8) $150000(5) + 225000(8)$

2550000

D(7, 4) $150000(7) + 225000(4)$

1950000

E(10, 3) $150000(10) + 225000(3)$

2175000

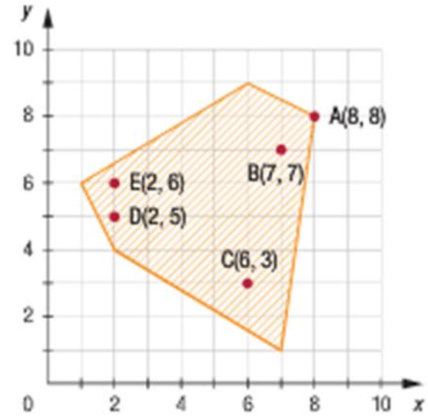
***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

5 Voici un polygone de contraintes.

a) Parmi les points indiqués, quel est celui dont les coordonnées engendrent :

1) la valeur maximale de la fonction à optimiser dont la règle est $f(x, y) = 4x + y$?

2) la valeur minimale de la fonction à optimiser dont la règle est $g(x, y) = x - y$?



b) Déterminez la règle d'une fonction à optimiser telle que, parmi tous les points identifiés :

1) les coordonnées du point A engendrent la valeur la plus élevée ;
2) les coordonnées du point A engendrent la valeur la moins élevée ;
3) les coordonnées des points C et D engendrent la même valeur.

a)

		A(8, 8)	B(7, 7)	C(6, 3)	D(2, 5)	E(2, 6)
1)	$F(x, y) = 4x + y$	40	35	27	13	14
2)	$G(x,y) = x - y$	0	0	3	-3	-4

b) Plusieurs réponses possibles

1) $z = x + y$

2) $z = x - 4y$

3) $C(6,3)$ et $D(2,5)$

$m = \frac{5-3}{2-6} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$

$y = mx + b$

$3 = \frac{-1}{2}(6) + b$

$b = 6$

$y = \frac{-1}{2}x + 6$

$z = 2y + x$

6 Dans un centre de recherche, la cotisation hebdomadaire à la caisse de retraite est de 40 $ pour chaque employé à temps plein et de 15 $ pour chaque employé à temps partiel. La règle qui permet de calculer les revenus hebdomadaires de cette caisse de retraite est $z = 40x + 15y$.

a) Que représentent x et y dans cette situation ?

b) Si les revenus hebdomadaires de la caisse de retraite sont de 500 $, indiquez trois répartitions possibles des employés de cette entreprise selon leur statut.

c) Est-il possible pour cette caisse d'enregistrer des revenus hebdomadaires de 130 $? Expliquez votre réponse.

a) x représente le nombre d'employés à temps plein et y représente le nombre d'employés à temps partiel.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

- 5 employés à temps plein et 20 employés à temps partiel.
- 8 employés à temps plein et 12 employés à temps partiel.
- 11 employés à temps plein et 4 employés à temps partiel.

c) Oui. Si l'entreprise compte 1 employé à temps plein et 6 employés à temps partiel.

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

7 Un manufacturier de matériel informatique fabrique des claviers et des souris d'ordinateur. Chaque clavier coûte 12 $ à produire et se vend 20 $, tandis que chaque souris coûte 18 $ à produire et se vend 25 $. Ce fabricant doit produire au moins 75 claviers et 125 souris. Le nombre total de souris produites doit excéder d'au moins 10 % le nombre de claviers, et le nombre total d'éléments produits doit être inférieur à 350. Le polygone de contraintes ci-dessous illustre cette situation.

a) En associant *c* au nombre de claviers et *s* au nombre de souris, déterminez la règle de la fonction qui permet de calculer :

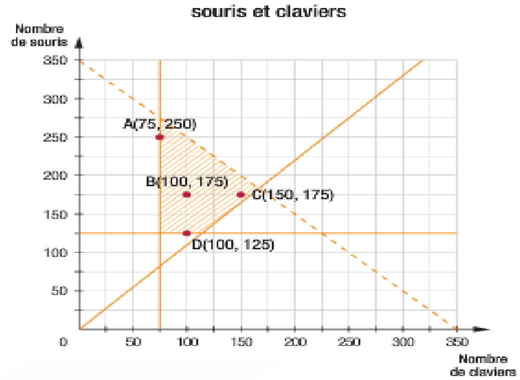
1) les coûts de production ;
2) les revenus générés par la vente des deux produits ;
3) les profits générés par la vente des deux produits.

1) $z = 12c + 18s$; où z représente les coûts.
2) $r = 20c + 25s$; où r représente le revenu
3) $p = 8c + 7s$; où p représente le profit

b) Parmi les quatre points identifiés sur le polygone de contraintes, déterminez celui dont les coordonnées :

1) minimisent les coûts de production ;
2) maximisent les revenus ;
3) maximisent les profits.

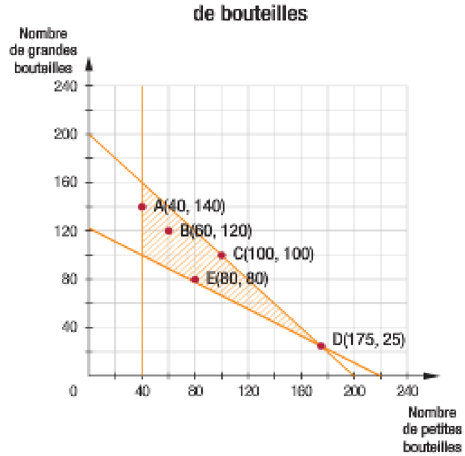
Fabrication de matériel informatique : souris et claviers



	b)	A(75, 250)	B(100, 175)	C(150, 175)	D(100, 125)
1)	$z = 12c + 18s$	5400	4350	4950	3450
2)	$r = 20c + 25s$	7750	6375	7375	5125
3)	$p = 8c + 7s$	2350	2025	2425	1675

8 Une entreprise fabrique deux formats de bouteilles en plastique. Chaque petite bouteille et chaque grande bouteille fabriquées génèrent respectivement un profit de 0,50 $ et 0,90 $. La fabrication d'une petite bouteille nécessite 150 cm² de plastique et la fabrication d'une grande bouteille en nécessite 250 cm². L'entreprise désire faire un profit hebdomadaire d'au moins 110 $ tout en minimisant la quantité de plastique utilisée. Elle peut produire un maximum de 200 bouteilles/semaine, dont un minimum de 40 petites bouteilles. Les variables *p* et *g* représentent respectivement le nombre de petites bouteilles et le nombre de grandes bouteilles fabriquées chaque semaine.

Fabrication de deux formats de bouteilles



a) Quel est l'objectif visé dans cette situation ?

b) Quelle est la règle de la fonction à optimiser ?

c) Parmi les couples indiqués sur le polygone de contraintes ci-dessus, lequel constitue la solution la plus avantageuse ?

a) minimiser la quantité de plastique utilisée pour la fabrication des bouteilles.

b) $z = 150p + 250g$, où z représente la quantité de plastique utilisée (en cm²)

c)	A(40, 140)	B(60, 120)	C(100, 100)	D(175, 25)	E(80, 80)
$Z = 150p + 250g$	41000	39000	40000	32500	32000

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

9 Un laboratoire veut se procurer deux types de spectromètres pour analyser des échantillons. Voici quelques renseignements à ce sujet :

Caractéristiques de deux types de spectromètres

Type de spectromètre	Infrarouge	Ultraviolet
Rendement (nombre d'échantillons traités/h)	14	15
Puissance nécessaire (kW)	5	8
Coût d'achat (k$)	13	15

Les spectromètres sont souvent utilisés pour déterminer la composition chimique d'un échantillon en analysant la façon dont il absorbe la lumière.

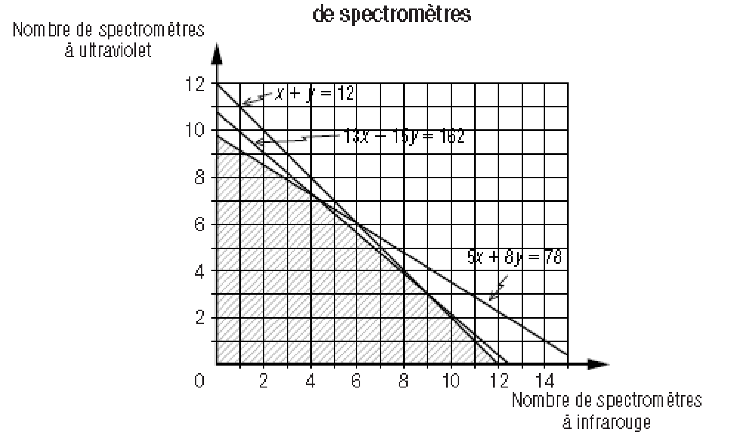
Le laboratoire compte 4 techniciens qui travaillent simultanément et chaque technicien ne peut pas contrôler plus de 3 spectromètres. La puissance disponible pour faire fonctionner tous les spectromètres est de 78 kW. Ce laboratoire ne peut pas débourser plus de 162 k$ pour l'achat des spectromètres et cherche à acquérir un ensemble de spectromètres qui fournirait un rendement maximal.

a) Représentez le polygone de contraintes associé à cette situation.

x : nombre de spectromètre Infrarouge
y : nombre de spectromètre Ultraviolet

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \leq 4 \times 3$
$5x + 8y \leq 78$
$13x + 15y \leq 162$

Répartition du nombre de spectromètres



b) Dans ce contexte, est-ce que les coordonnées de tous les points du polygone de contraintes sont des solutions valables? Expliquez votre réponse.

Non, juste les couples de nombre entiers.

c) On suggère à ce laboratoire de se procurer 6 spectromètres à infrarouge et 5 spectromètres à ultraviolet. Quel est le rendement de cet ensemble de spectromètres?

$14x + 15y = 14(6) + 15(5) = 159$ échantillons traités/h

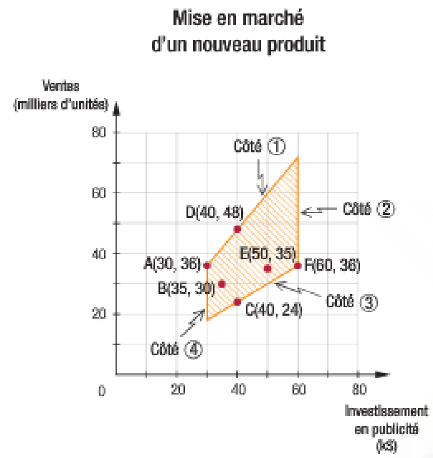
d) Proposez un ensemble de spectromètres qui, tout en respectant les contraintes données, permet d'obtenir un rendement plus élevé que celui obtenu en c).

Plusieurs réponses possibles : 4 spectromètres à infrarouge et 7 spectromètres à ultraviolet

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

10 Lors de la mise en marché d'un nouveau produit, la publicité permet aux entreprises d'augmenter les ventes. Voici quelques renseignements concernant la mise en marché d'un produit.

- L'investissement en publicité est d'au moins 30 k$. $x \geq 30$
- L'investissement en publicité est d'au plus 60 k$. $x \leq 60$
- Chaque millier de dollars investis en publicité permet de vendre au moins 600 unités. $\frac{x}{y} \geq \frac{1}{0,6} \rightarrow 0,6x \geq y$
- Chaque millier de dollars investis en publicité permet de vendre au plus 1200 unités. $\frac{x}{y} \leq \frac{1}{1,2} \rightarrow 1,2x \leq y$
- Le produit se vend 6 $/unité.
- Le profit de l'entreprise se calcule en soustrayant l'investissement en publicité des revenus engendrés par les ventes.



a) Associez chaque côté du polygone à l'une des contraintes énoncées.

b) Parmi les points identifiés, quel est celui :

1) qui correspond à l'effet le plus optimiste d'un investissement en publicité de 40 k$ sur les ventes ?

2) dont les coordonnées engendrent un profit maximal ?

c) Déterminez un prix de vente pour le produit afin que les coordonnées du point F engendrent un profit supérieur aux coordonnées du point E.

a)

- $\frac{x}{y} \leq \frac{1}{1,2} \rightarrow 1,2x \leq y$ Le côté ① est associé à « chaque millier de dollar investi en publicité permet de vendre au plus 1200 unités »
- $x \leq 60$; Le côté ② est associé à « l'investissement en publicité est d'au plus 60k$»
- $x \geq 30$ Le côté ③ est associé à « l'investissement en publicité est d'au moins 30k$ »
- $\frac{x}{y} \geq \frac{1}{0,6} \rightarrow 0,6x \geq y$ Le côté ④ est associé à « chaque millier de dollar investi en publicité permet de vendre au moins 600 unités »

b) La fonction à optimiser est $P = 6y - x$, P est le profit (en K$)

	A(30, 36)	B(35, 30)	C(40, 24)	D(40, 48)	E(50, 35)	F(60, 36)
$P = 6y - x$	186	145	104	248	160	156

c) Plusieurs réponses possibles, exemple, le prix de vente pourrait être 11$.

12 Chaque jour, une athlète combine l'entraînement cardiovasculaire avec l'entraînement musculaire. Elle doit passer au moins les deux tiers de son temps à l'entraînement cardiovasculaire et au moins 15 min à l'entraînement musculaire. Son horaire ne lui permet pas de s'entraîner plus de 90 min. Une minute d'entraînement cardiovasculaire lui permet de brûler 10 calories et 1 min d'entraînement musculaire lui permet de brûler 6 calories. Afin de brûler le plus de calories possible, elle prévoit faire 60 min d'entraînement cardiovasculaire et 30 min d'entraînement musculaire.

a) Donnez une répartition plus avantageuse du temps d'entraînement de cette athlète.

***Mise au point p. 293 #1 à 10 et 12

x : temps consacré à l'entraînement cardiovasculaire (en min)
y : temps consacré à l'entraînement musculaire (en min)

$x \geq 0$
$x \geq \frac{2}{3}(x + y)$
$y \geq 15$
$x + y \leq 90$

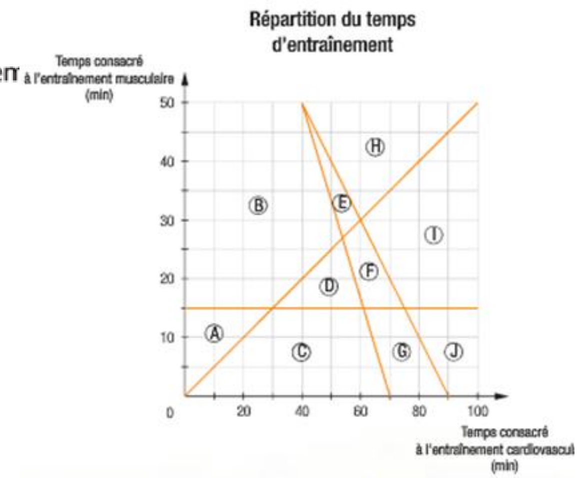
Fonction à optimiser : $z = 10x + 6y$, où z est le nombre de calories brûlées.

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Cette athlète devrait faire 75 min d'entraînement cardiovasculaire et 15 min d'entraînement musculaire.

Elle désire maintenant brûler au moins 700 calories tout en effectuant l'entraînem[ent] le plus court possible.

b) Quelle est la règle de la fonction à optimiser?

$t = x + y$, où t est la durée totale de l'entraînement (en min).



c) Quelle région du graphique ci-dessous représente le polygone de contraintes? La région F.

d) Décrivez un entraînement que peut faire cette athlète tout en respectant les contraintes.

d) Système d'inéquations : $x \geq 0$
$x \geq \frac{2}{3}(x + y)$
$y \geq 15$
$x + y \leq 90$
$10x + 6y \geq 700$

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Cette athlète pourrait faire 60 min d'entraînement cardiovasculaire et 20 min d'entraînement musculaire.