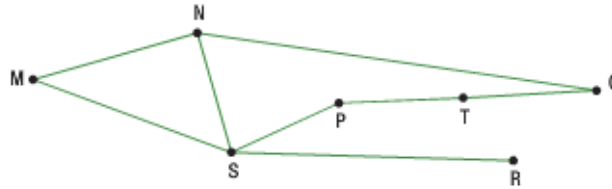


Mise au point p. 419 Mise au point

1 Dans le graphe ci-dessous :



a) nommez un cycle simple;

Plusieurs réponses possibles. Exemple : M-N-S-M

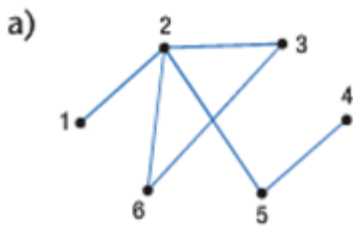
b) nommez une chaîne simple qui relie le sommet R au sommet Q;

Plusieurs réponses possibles. Exemple : R-S-P-T-Q.

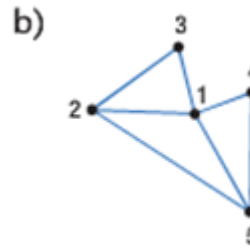
c) déterminez $d(R, Q)$; 3

2 Dans chaque cas :

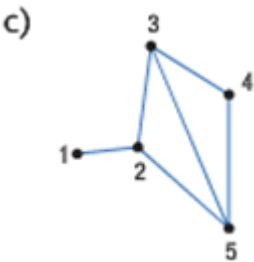
- 1) indiquez si le graphe contient une chaîne eulérienne, un cycle eulérien ou ni l'un ni l'autre;
- 2) si le graphe contient une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien, nommez cette chaîne ou ce cycle.



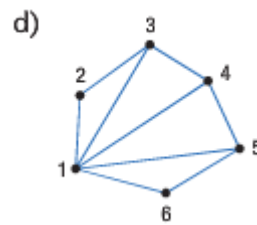
- 1) Une chaîne eulérienne.
- 2) Plusieurs réponses possibles. Exemple : 1-2-3-6-2-5-4



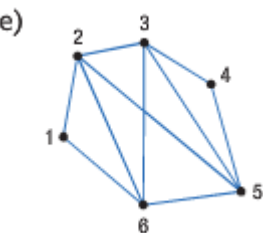
- 1) Une chaîne eulérienne.
- 2) Plusieurs réponses possibles. Exemple : 2-3-1-2-5-4-1-5



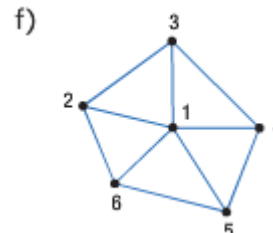
1) Ni l'un ni l'autre.



Ni l'un ni l'autre.



- 1) Une chaîne eulérienne et un cycle eulérien.
- 2) Plusieurs réponses possibles. Exemple : Une chaîne eulérienne : 1-2-6-3-5-4-3-2-5-6-1. Plusieurs réponses possibles. Exemple : Un cycle eulérien : 1-2-3-4-5-6-2-5-3-6-1.



1) Ni l'un ni l'autre.

Mise au point p. 419 Mise au point

3 Parmi les affirmations suivantes, identifiez celles qui sont fausses et expliquez pourquoi elles le sont.

- A** Un cycle est aussi une chaîne.
- B** Une chaîne simple est aussi un cycle simple.
- C** La distance entre deux sommets est toujours égale à la longueur d'une chaîne qui relie ces deux sommets.
- D** Un cycle simple est aussi une chaîne.
- E** Une chaîne hamiltonienne admet nécessairement une chaîne eulérienne.

B, C, E. Explications : *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

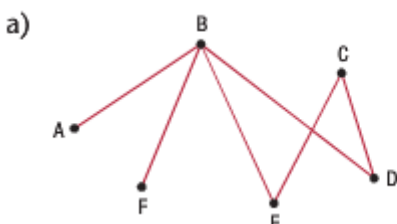
B Une chaîne peut commencer et se terminer à deux sommets différents, mais pas un cycle.

C La distance est le nombre minimal d'arêtes pour relier ces deux sommets, mais une chaîne n'est pas nécessairement de longueur minimale.

E Une chaîne pourrait avoir emprunté tous les sommets d'un graphe sans avoir passé par toutes les arêtes de ce graphe.

4 Dans chaque cas :

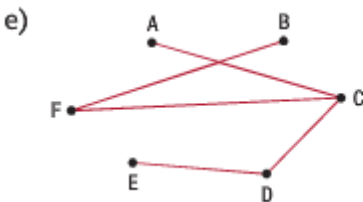
- 1) indiquez si le graphe contient une chaîne hamiltonienne, un cycle hamiltonien ou ni l'un ni l'autre.
- 2) si le graphe contient une chaîne hamiltonienne ou un cycle hamiltonien, nommez cette chaîne ou ce cycle.



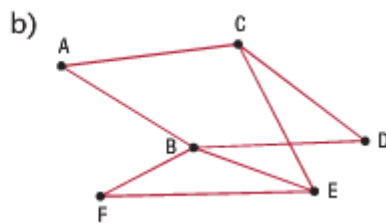
1) Ni l'un ni l'autre.



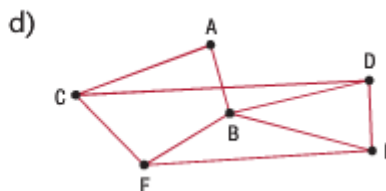
1) Ni l'un ni l'autre.



1) Ni l'un ni l'autre.

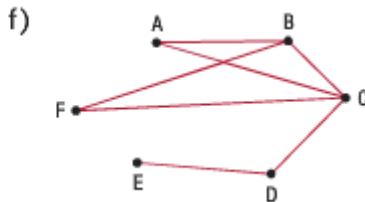


1) Une chaîne hamiltonienne. 2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-C-D-B-E-F



1) Une chaîne hamiltonienne et un cycle hamiltonien.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une chaîne hamiltonienne : A-B-D-E-F-C.
Plusieurs réponses possibles. Exemple : Un cycle hamiltonien : A-B-D-E-F-C-A.



1) Une chaîne hamiltonienne.

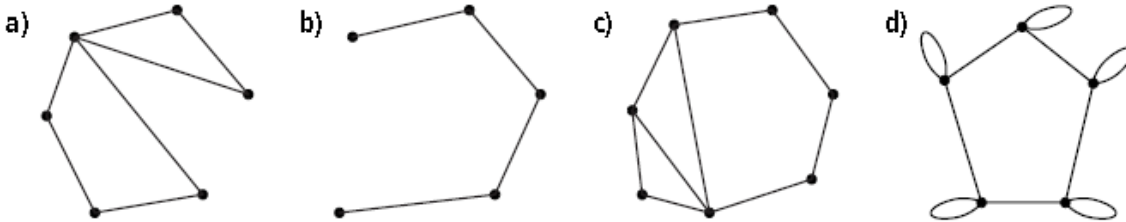
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une chaîne hamiltonienne : E-D-C-F-B-A.

Mise au point p. 419 Mise au point

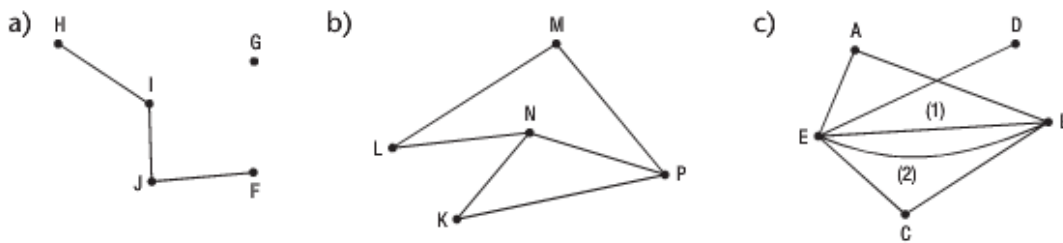
5 Dans chaque cas, construisez un graphe qui respecte les caractéristiques données.

- Un graphe connexe d'ordre 6 qui contient deux cycles simples.
- Un graphe d'ordre 5 formé de 4 arêtes et qui contient une chaîne hamiltonienne.
- Un graphe d'ordre 7 formé de 9 arêtes et qui contient une chaîne eulérienne.
- Un graphe d'ordre 5 dont le degré de chacun des sommets est supérieur à 2 et qui contient un cycle eulérien.

Plusieurs réponses possibles. Exemples :

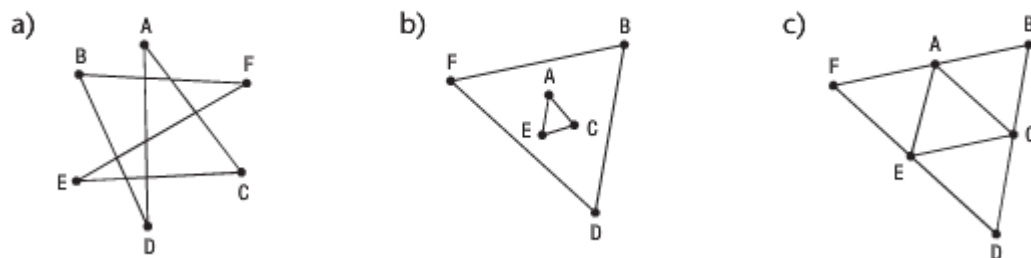


6 Dans chacun des graphes suivants, indiquez, si possible, une chaîne eulérienne.



- Ce graphe n'admet pas de chaîne eulérienne.
- Plusieurs réponses possibles. Exemple : N-L-M-P-N-K-P
- Plusieurs réponses possibles. Exemple : D-E(1)-B-A-E(2)-B-C-E

7 Dans chacun des graphes suivants, indiquez, si possible, un cycle eulérien.



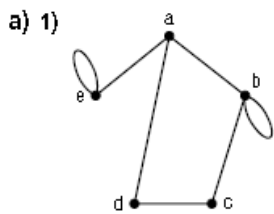
- Plusieurs réponses possibles. Exemple : A-C-E-F-B-D-A
- Ce graphe n'admet pas de cycle eulérien.
- Plusieurs réponses possibles. Exemple : E-A-C-E-F-A-B-C-D-E

Mise au point p. 419 Mise au point

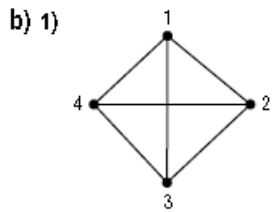
8 Pour chacun des graphes décrits ci-dessous:

- 1) donnez sa représentation;
- 2) indiquez, si possible, une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien.

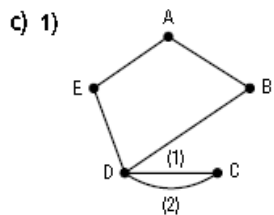
	Ensemble des sommets	Ensemble des arêtes
a) Graphe A	{a, b, c, d, e}	{a-b, a-d, a-e, b-b, b-c, c-d, e-e}
b) Graphe B	{1, 2, 3, 4}	{1-2, 1-3, 1-4, 3-2, 4-3, 4-2}
c) Graphe C	{A, B, C, D, E}	{A-B, D-B, D(1)-C, A-E, E-D, C(2)-D}



2) Chaîne eulérienne : *Plusieurs réponses possibles. Exemple : e-e-a-d-e-c-b-b-a*



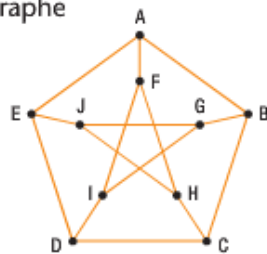
2) Ce graphe n'admet pas de chaîne eulérienne ou de cycle eulérien.



2) Cycle eulérien : *Plusieurs réponses possibles. Exemple : C(1)-D-B-A-E-D(2)-C*

9 **GRAPHE DE PETERSEN** En 1898, Julius Petersen dessine pour la première fois le graphe ci-contre. D'après ce graphe, déterminez :

- a) $d(A, C)$;
- b) $d(G, I)$;
- c) une chaîne simple de longueur 4;
- d) un cycle simple de longueur 9;
- e) la longueur de la chaîne A-F-H-J-E-D.



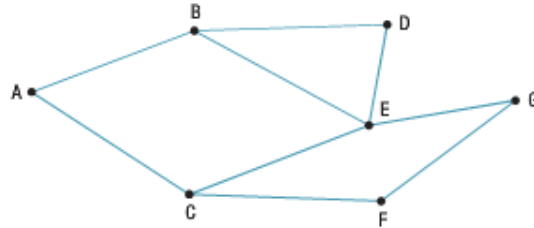
Le mathématicien danois Julius Petersen (1839-1910)

- a) 2 b) 1 c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple : A-B-C-D-E*
 d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple : Le cycle C-B-G-J-H-F-A-E-D-C.* e) 5

Mise au point p. 419 Mise au point

- 10** Pour acheminer le signal d'un utilisateur à l'autre, une entreprise de téléphonie cellulaire utilise plusieurs antennes. Le graphe suivant présente son réseau d'antennes.

Réseau d'antennes d'une entreprise de téléphonie cellulaire



Un technicien vérifie la fiabilité du réseau en émettant un signal qui, à partir de l'antenne C, doit parcourir l'ensemble du réseau sans passer deux fois par la même ligne de transmission. Indiquez cette chaîne de transmission.

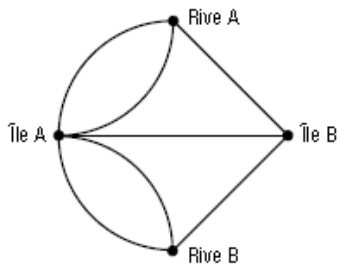
Plusieurs réponses possibles. Exemple : La chaîne de transmission est C-F-G-E-C-A-B-D-E-B.

- 11** **KÖNIGSBERG** Au 18^e siècle, la ville de Königsberg comptait 7 ponts qui permettaient de relier les deux rives de la ville et deux îles. Voici une représentation de cette situation :



- Représentez cette situation par un graphe.
- Est-il possible de visiter cette ville en traversant une seule fois chacun des 7 ponts? Expliquez votre réponse.

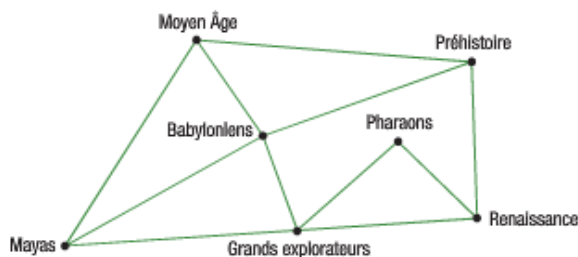
- a) Les sommets représentent la terre ferme et les arêtes, les différents ponts.



- b) Non, puisqu'il n'y a pas exactement deux sommets de degré impair (chaîne eulérienne) ou que le degré de chaque sommet n'est pas pair (cycle eulérien).

- 12** Le graphe ci-contre représente les accès possibles entre les différentes salles d'exposition d'un musée. Proposez une façon de visiter chacune des salles une seule fois tout en revenant à la salle de départ, sachant que la visite débute dans la salle des Pharaons.

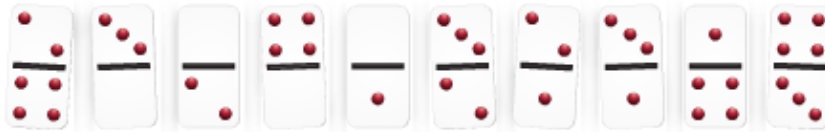
Salles d'exposition d'un musée



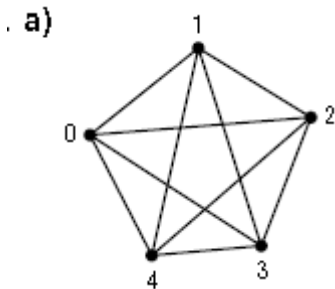
Mise au point p. 419 Mise au point

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Pharaons – Grands explorateurs – Babyloniens – Mayas – Moyen Âge – Préhistoire – Renaissance – Pharaons.

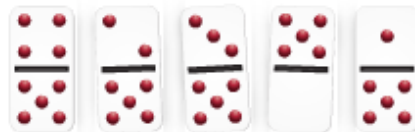
- 13 DOMINO** Un domino comporte deux nombres représentés par des points.
 Une des variantes du jeu de dominos consiste à disposer les dominos de sorte que deux nombres identiques de deux dominos différents se touchent. Voici les 10 dominos pigés par une personne :



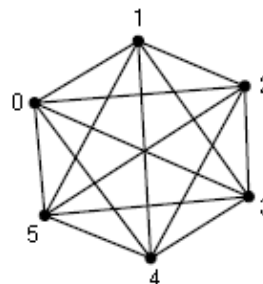
- a) Représentez cette situation par un graphe dont les cinq sommets correspondent aux nombres 0, 1, 2, 3 et 4 inscrits sur les dominos et dont chaque arête relie deux nombres d'un même domino.



- b) Expliquez comment il est possible de disposer ces 10 dominos selon les règles du jeu.
 c) Si cette personne pige en plus les 5 dominos ci-dessous, est-il possible de disposer ces 15 dominos selon les règles du jeu? Expliquez votre réponse.



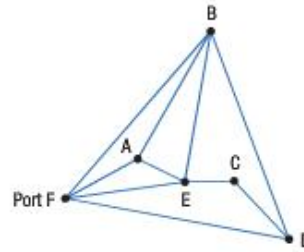
- b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On dispose les dominos de façon à former la suite suivante entre eux : 3-2-1-0-4-3-0-2-4-1-3.
 c) Non. Le graphe ci-contre représente l'ensemble des dominos. Les sommets sont tous de degré impair, on ne peut donc pas déterminer une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien.



Mise au point p. 419 Mise au point

- 14** Le graphe ci-contre représente les voies navigables possibles qu'un bateau peut emprunter pour approvisionner les plates-formes pétrolières A, B, C, D et E. Établissez un itinéraire qui permet, à partir du port F, d'accoster à chaque plate-forme une seule fois et de revenir au port F.

Réseau de plates-formes pétrolières

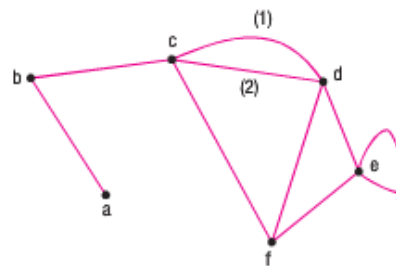


Après la fin de l'exploitation de gisements de pétrole, certaines plates-formes pétrolières sont réutilisées comme lanceurs spatiaux.

Plusieurs réponses possibles. Exemple : L'itinéraire F-B-D-C-E-A-F.

- 15** Dans le graphe ci-contre, chaque arête correspond à une rue d'un quartier résidentiel et chaque sommet, à une intersection de deux rues.

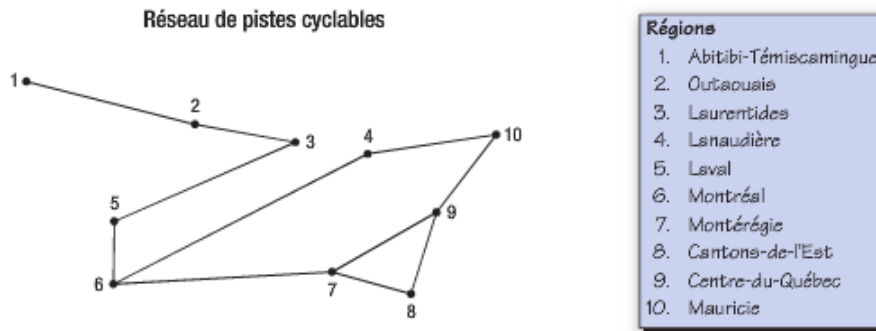
Rues d'un quartier résidentiel



- Dans ce contexte, que signifie la boucle à l'intersection e?
 - Déterminez un itinéraire qui permet de déneiger toutes ces rues en empruntant chaque rue une seule fois.
 - Sachant que le déneigement annuel d'une rue coûte 2000 \$, déterminez le coût annuel minimal pour le déneigement de ce quartier.
 - Si l'on construit une rue entre les intersections a et f, à quelle intersection devrait-on commencer le déneigement? Expliquez votre réponse.
- Un cul de sac ou une rue ayant la forme d'un fer à cheval.
 - Plusieurs réponses possibles. Exemple : L'itinéraire a-b-c(1)-d-e-f-d(2)-c-f.
 - 18 000 \$
 - À n'importe quelle intersection, puisque le degré de chaque sommet est pair et qu'il est possible de déterminer un cycle eulérien.

Mise au point p. 419 Mise au point

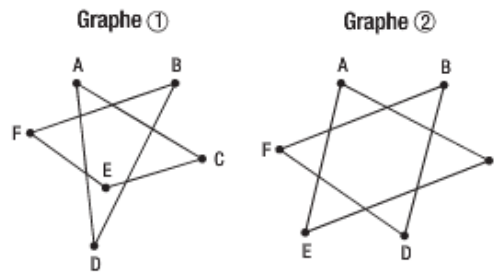
16 LA ROUTE VERTE Le projet La Route verte, lancé en 1995, consistait à aménager plus de 4300 km de pistes cyclables partout au Québec. Le graphe suivant représente 11 pistes cyclables reliant 10 régions du Québec.



- a) Une cycliste emprunte La Route verte pour aller du Centre-du-Québec à Montréal. Quel est le nombre minimal de pistes cyclables qu'elle doit emprunter?
- b) Cette cycliste peut-elle emprunter six pistes cyclables différentes et revenir à son point de départ? Expliquez votre réponse.

- a) 2 pistes cyclables.
 b) Oui. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le cycle simple 9-10-4-6-7-8-9.

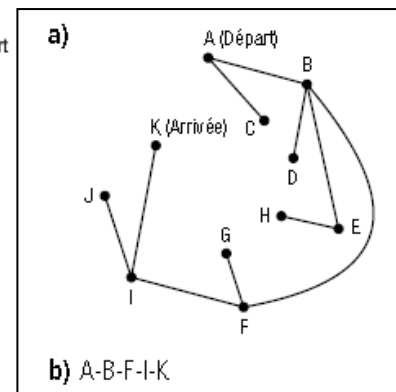
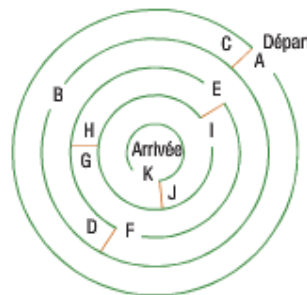
17 Voici deux graphes :



- a) Ces deux graphes peuvent-ils représenter la même situation? Expliquez votre réponse.
 - b) Peut-on affirmer que le graphe ② contient un cycle eulérien puisque le degré de chaque sommet est pair? Expliquez votre réponse.
 - c) Nommez un cycle eulérien dans le graphe ①.
 - d) Dans le graphe ②, nommez une arête qu'il est possible d'ajouter afin d'obtenir une chaîne eulérienne.
- a) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Dans le graphe ①, le sommet E relie les sommets C et F, tandis que dans le graphe ②, le sommet E relie les sommets A et C.
 b) Non. Le graphe ② ne contient pas de cycle eulérien puisque ce n'est pas un graphe connexe.
 c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le cycle A-C-E-F-B-D-A.
 d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'arête A-B.

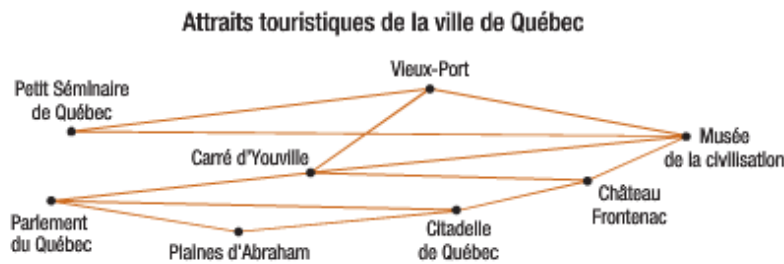
18 Il est possible de déterminer comment franchir le labyrinthe ci-contre en le représentant par un graphe dans lequel les sommets correspondent à une porte d'entrée ou à une impasse.

- a) Représentez ce labyrinthe à l'aide d'un graphe.
- b) Nommez la chaîne qui permet, sans revenir sur ses pas, de franchir ce labyrinthe du point de départ au point d'arrivée.



Mise au point p. 419 Mise au point

- 19** Le graphe ci-dessous présente des attraits touristiques de la ville de Québec ainsi que les différentes façons de se déplacer d'un endroit à l'autre.



- a) 1) Proposez un trajet qui, à partir du château Frontenac, se termine au Musée de la civilisation et permet de visiter chaque attrait touristique une seule fois.
 2) Déterminez le nombre de déplacements effectués durant ce trajet.
- 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Château Frontenac – Citadelle de Québec – Plaines d'Abraham – Parlement du Québec – Carré d'Youville – Vieux-Port – Petit Séminaire de Québec – Musée de la civilisation
 2) 7 déplacements.
- b) Une personne désire plutôt amorcer sa visite au Musée de la civilisation, la terminer au château Frontenac et visiter chaque attrait touristique une seule fois. Quelle modification devrait-on apporter au trajet proposé?
 Faire le même trajet, mais dans le sens inverse.
- c) Proposez un trajet qui commence et se termine aux plaines d'Abraham, et qui permet de visiter chacun des autres attraits touristiques une seule fois.

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Plaines d'Abraham – Parlement du Québec – Carré d'Youville – Vieux-Port – Petit Séminaire de Québec – Musée de la civilisation – Château Frontenac – Citadelle de Québec – Plaines d'Abraham.