Bloc 2 – Régularité et algèbre

Feuillet p. 8

1. Trouve la distance la plus courte entre le point et la droite, indiquées.

a) $(2,2)$ et $y = x + 1$

$m = 1$ donc $m\perp = -1$

équation de la $\perp$

$y = -x + b$

$2 = -2 + b$

$b = 4$

$y = -x + 4$

point où les deux droites se croisent

$x + 1 = -x + 4$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

$y = x + 1$

$y = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$

$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$d = \sqrt{(1{,}5 - 2)^2 + (2{,}5 - 2)^2} = \sqrt{0{,}5} = 0{,}7071$

b) $(3,-1)$ et $2x - y + 3 = 0$

$y = 2x + 3$

$m = 2$ donc $m\perp = \frac{-1}{2}$

équation de la $\perp$

$y = -\frac{1}{2}x + b$

$-1 = -\frac{1}{2}(3) + b$

$b = \frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

point où les deux droites se croisent

$2x + 3 = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2}$

$4x + 6 = -x + 1$

$5x = -5$

$x = -1$

$y = 2(-1) + 3$

$y = 1$

$(-1, 1)$

$d = \sqrt{(3 + 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{20} = 4{,}5$

Feuillet p. 8

2. Détermine la distance entre le point (-2, -2) et la droite qui relie les points (5, 2) et (-1, 4), au centième près.

droite reliant $(5,2)$ et $(-1,4)$

$$m = \frac{4-2}{-1-5} = \frac{2}{-6} = \frac{-1}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}x + b$$
$$2 = -\frac{1}{3}(5) + b$$
$$b = \frac{11}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{11}{3}$$
$m = \frac{-1}{3}$ donc $m \perp = 3$

équation de la $\perp$
$$y = 3x + b$$
$$-2 = 3(-2) + b$$
$$b = 4$$
$$y = 3x + 4$$

point où les deux droites se croisent
$$3x + 4 = \frac{-1}{3}x + \frac{11}{3}$$
$$9x + 12 = -x + 11$$
$$10x = -1$$
$$x = \frac{-1}{10}$$
$$y = 2\left(\frac{-1}{10}\right) + 3$$
$$y = \frac{37}{10}$$
$$\left(\frac{-1}{10}, \frac{37}{10}\right)$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{-1}{10} + 2\right)^2 + \left(\frac{37}{10} - (-2)\right)^2} = \sqrt{\frac{361}{10}} = 6,01$$

3. Détermine la distance entre les deux droites : y = 2x + 6 et y = 2x - 2.

Je choisis une coordonnée y = 2x + 6 $\rightarrow (0,6)$ et je travaille avec y = 2x - 2

La pente de la perpendiculaire à y = 2x – 2 est $\rightarrow \frac{-1}{2}$

L'équation de la perpendiculaire est

$$y = \frac{-1}{2}x + b$$
$$6 = \frac{-1}{2}(0) + b$$
$$b = 6$$
$$y = \frac{-1}{2}x + 6$$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

$$2x - 2 = \frac{-1}{2}x + 6$$
$$2,5x = 8$$
$$x = 3,2$$

$$2x - 2$$
$$= 2(3,2) - 2$$
$$= 4,4$$
$$(3,2;4,4)$$

$(0,6)$ et $(3,2;4,4)$

La distance. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ou $d = \frac{|b_1 - b_2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|6 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = 3,6$

$$d = \sqrt{(3,2 - 0)^2 + (4,4 - 6)^2}$$
$$d = \sqrt{12,8} = 3,6$$

Feuillet p. 8

4. Détermine la distance entre les deux droites : 5x - y = -6 et y = 5x + 2.

$y = 5x + 6 \rightarrow (0,6)$ et $y = 5x + 2$

$m \perp = \frac{-1}{5}$

L'équation de la perpendiculaire est

$$y = \frac{-1}{5}x + b$$
$$6 = \frac{-1}{5}(0) + b$$
$$b = 6$$
$$y = \frac{-1}{5}x + 6$$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

$$5x + 2 = \frac{-1}{5}x + 6$$
$$\frac{26}{5}x = 4$$
$$x = \frac{10}{13}$$

$$y = 5x + 2$$
$$y = 5\left(\frac{10}{13}\right) + 2$$
$$y = \frac{76}{13}$$
$$\left(\frac{10}{13}; \frac{76}{13}\right)$$

La distance.

$$(0,6) \text{ et } \left(\frac{10}{13}; \frac{76}{13}\right)$$
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{\left(\frac{10}{13} - 0\right)^2 + \left(\frac{76}{13} - 6\right)^2}$$
$$d = \sqrt{\frac{104}{169}} = 0,8$$

Feuillet p. 8

5. Dans un corridor dont les côtés sont délimités par les droites d'équations f(x) = 3x - 1 et f(x) = 3x + 6, est-ce que je peux passer avec une boîte dont la largeur est de 2,5 pieds ?

$y = 3x - 1 \rightarrow (0, -1)$ et $y = 3x + 6$

$m \perp = \frac{-1}{3}$

L'équation de la perpendiculaire est

$$y = \frac{-1}{3}x + b$$
$$-1 = \frac{-1}{3}(0) + b$$
$$b = -1$$
$$y = \frac{-1}{3}x - 1$$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

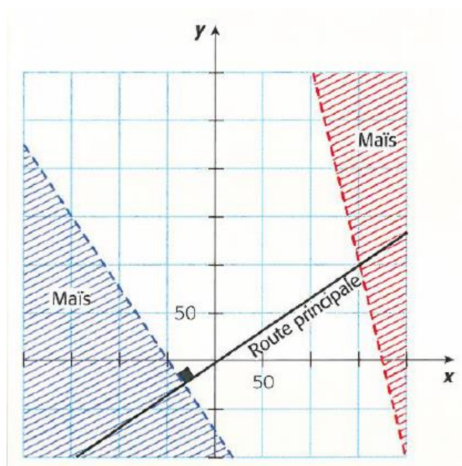
$$3x + 6 = \frac{-1}{3}x - 1$$
$$\frac{10}{3}x = -7$$
$$x = \frac{-21}{10}$$

$$y = 3x + 6$$
$$y = 3\left(\frac{-21}{10}\right) + 6$$
$$y = \frac{-3}{10}$$
$$\left(\frac{-21}{10} ; \frac{-3}{10}\right)$$

La distance.

$$(0, -1) \text{ et } \left(\frac{-21}{10} ; \frac{-3}{10}\right)$$
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{\left(\frac{-21}{10} - 0\right)^2 + \left(\frac{-3}{10} + 1\right)^2}$$
$$d = \sqrt{\frac{49}{10}} = 2,2$$

6. Quelle est la longueur de route entre les deux champs de maïs ?



$$m = \frac{-3}{2} \quad \text{et} \quad (-50, 0)$$
$$0 = \frac{-3}{2}(-50) + b$$
$$b = -75$$
$$y = \frac{-3}{2}x - 75$$

$$m \perp = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad (0, 0)$$
$$y = \frac{2}{3}x + 0$$

La route principale croise la ligne à gauche à :

$$\frac{-3}{2}x - 75 = \frac{2}{3}x$$
$$-9x - 450 = 4x$$
$$-13x = 450$$
$$x = -34,6$$

$$y = \frac{2}{3}(34,6)$$
$$y = -23,1$$
$$(-34,6; -23,1)$$

Distance entre (-34,6; -23,1) et (150, 100)

$$d = \sqrt{(-34,6 - 150)^2 + (-23,1 - 100)^2}$$
$$d = \sqrt{49230,77} = 221,88 \text{ unités}$$