Math 30321 - B

Bloc 1 – Régularité et algèbre

***Pages 347 à 352 : 1bcd, 2, 3, 4a-d, 5bcd, 7a, 9, 10, 12, 13, 14 et 15**

1 Complétez le tableau ci-dessous.

	Règle de la fonction	Domaine	Codomaine	Valeur initiale	Variation	Équation de l'asymptote
b)	$y_2 = 2{,}5^x$	R	$]0, \infty[$	1	↗	y=0
c)	$y_3 = 3(5)^{x-3} + 1$	R	$]1, \infty[$	1,024	↗	y=1
d)	$y_4 = 4(0{,}3)^{-(x-4)} + 2$	R	$]2, \infty[$	2,0324	↗	y=2

2 a) Dans chaque cas, représentez graphiquement les fonctions f et g dans un même plan cartésien.

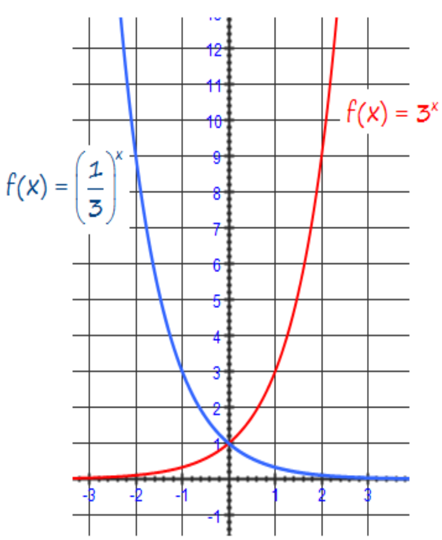
1) $f(x) = 3^x$ $\qquad g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

2) $f(x) = 6^x + 4$ $\qquad g(x) = 6^{-x} + 4$

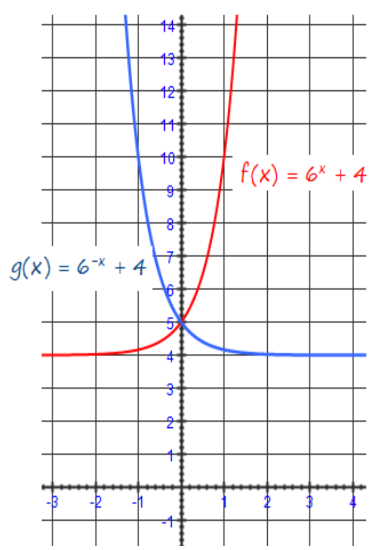
3) $f(x) = 3(2)^x$ $\qquad g(x) = -3(2)^x$

b) Pour chacun des graphiques construits en a), indiquez la transformation géométrique qu'il faut appliquer à la courbe de la fonction f pour obtenir celle de la fonction g.

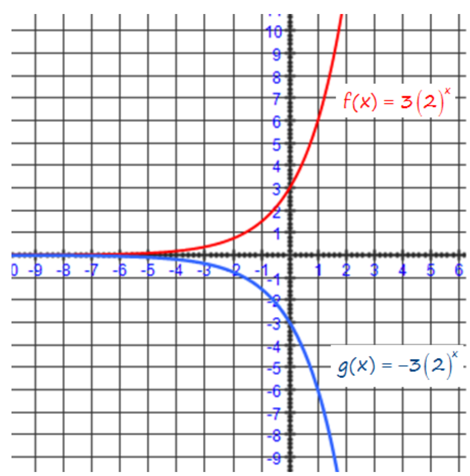
1)



2)



3)



3 Dans chaque cas, indiquez si la fonction est croissante ou décroissante.

a) $f(x) = 2(0{,}2)^x$

$c < 1,\ a = 2,\ b = 1$ ↘

b) $g(x) = 0{,}5(3)^{x-4}$

$c > 1,\ a = 0{,}5,\ b = 1$ ↗

c) $h(x) = -2(3)^x + 5$

$c > 1,\ a = -2,\ b = 1$ ↘

d) $i(x) = 38\left(\frac{1}{5}\right)^{3-x} + 1$

$c < 1,\ a = 38,\ b = -1$ ↗

e) $j(x) = -7(0{,}3)^x$

$c < 1,\ a = -7,\ b = 1$ ↗

f) $k(x) = 0{,}5(0{,}5)^{7-x}$

$c < 1,\ a = 0{,}5,\ b = -1$ ↗

***Pages 347 à 352 : 1bcd, 2, 3, 4a-d, 5bcd, 7a, 9, 10, 12, 13, 14 et 15**

4 Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminez :

1) le domaine et le codomaine;	2) la valeur initiale;
3) la variation;	4) l'équation de l'asymptote.

a) $f(x) = 2\left(\frac{1}{5}\right)^{x+8} - 250$

1) $D =]-\infty, \infty[$, $I =]-250, \infty[$

2) $f(0) = 2\left(\frac{1}{5}\right)^{0+8} - 250 = -249{,}99$

3) $c < 1$, $a = 2$, $b = 1$ ↘

4) $y = -250$

b) $g(x) = -3{,}2(0{,}4)^{x+1} + 1{,}28$

1) $D =]-\infty, \infty[$, $I =]-\infty, 1{,}28[$

2) $g(0) = -3{,}2(0{,}4)^{0+1} + 1{,}28 = 0$

3) $c < 1$, $a = -3{,}2$, $b = 1$ ↗

4) $y = 1{,}28$

c) $h(x) = 120(1{,}2)^{2x} - 207{,}36$

1) $D =]-\infty, \infty[$, $I =]-\infty, -207{,}36[$

2) $h(0) = 120(1{,}2)^{2(0)} - 207{,}36 = -87{,}36$

3) $c > 1$, $a = 120$, $b = 2$ ↗

4) $y = -207{,}36$

d) $i(x) = -100\left(\frac{3}{2}\right)^{x-7} + 337{,}5$

1) $D =]-\infty, \infty[$, $I =]-\infty, 337{,}5[$

2) $i(0) = -100\left(\frac{3}{2}\right)^{0-5} + 337{,}5 = 324{,}33$

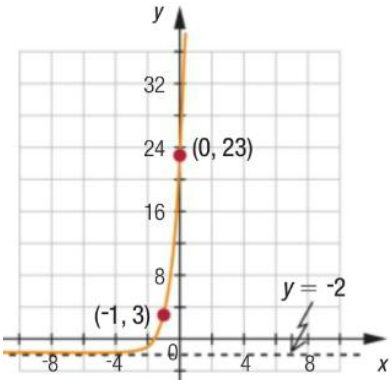
3) $c > 1$, $a = -100$, $b = 1$ ↘

4) $y = 337{,}5$

Trouver l'équation de l'asymptote horizontale, l'ordonnée à l'origine de la courbe et les coordonnées d'un autre point. Sachant que k égal au y de l'asymptote et que l'ordonnée à l'origine est a + k.

5 Déterminez la règle de chacune des fonctions exponentielles représentées ci-dessous.

b)



$k = -2$, $a + (-2) = 23$

$f(x) = ac^x + k$

$3 = 25c^{-1} - 2$

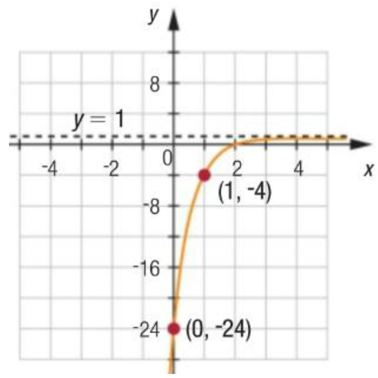
$5 = 25c^{-1}$

$\frac{1}{5} = c^{-1}$

$c = 5$

$f(x) = 25(5)^x - 2$

c)



$k = 1$, $a + 1 = -24$

$f(x) = ac^x + k$

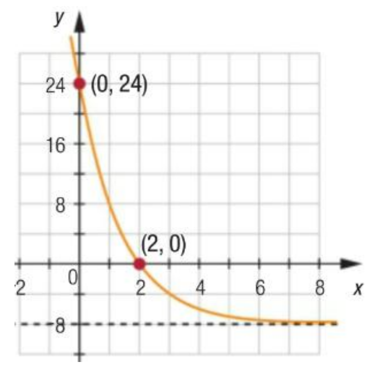
$-4 = -25c^1 + 1$

$-5 = -25c^1$

$\frac{1}{5} = c^1$

$f(x) = -25\left(\frac{1}{5}\right)^x + 1$

d)



$k = -8$, $a - 8 = 24$

$f(x) = ac^x + k$

$0 = 32c^2 - 8$

$8 = 32c^2$

$\frac{1}{4} = c^2$

$c = \frac{1}{2}$

$f(x) = 32\left(\frac{1}{2}\right)^x - 8$

***Pages 347 à 352 : 1bcd, 2, 3, 4a-d, 5bcd, 7a, 9, 10, 12, 13, 14 et 15**

7 Les fonctions f et g sont décrites par les règles $f(x) = 2^{3x}$ et $g(x) = -0{,}25(2)^{x+5}$.

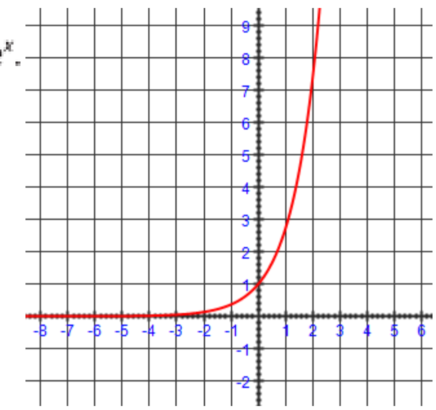
a) Déterminez la règle de la fonction qui correspond à :

1) $f \times g$ 2) $\frac{f}{g}$

$$f \times g = 2^{3x} \times -0{,}25\left(2\right)^{x+5}$$
$$= -0{,}25\left(2\right)^{4x+5}$$

$$\frac{f}{g} = \frac{2^{3x}}{-0{,}25\left(2\right)^{x+5}}$$
$$= -4\left(2\right)^{2x-5}$$

9 a) Représentez graphiquement la fonction dont la règle est $f(x) = e^x$.



b) Établissez l'équation de l'asymptote de la courbe. $y = 0$

c) Pour cette fonction, déterminez :

1) le domaine et le codomaine; $D = \left]-\infty, \infty\right[, I = \left]0, \infty\right[$

2) la variation; $c > 1, a = 1, b = 1$ ↗

3) la valeur initiale. $f\left(0\right) = e^0 = 1$

10 Une personne investit 5400 $ dans un certificat de placement garanti offrant un taux d'intérêt annuel de 3,6 %. Si les intérêts sont composés annuellement, quelle sera la valeur de ce placement au bout de 10 ans ?

$a = 5400\$$
$c = \left(1 + 0{,}036\right)$
$x = 10$
$f\left(x\right) = ?$

$f\left(10\right) = 5400\left(1{,}036\right)^{10}$
$f\left(10\right) = 7691{,}15\$$

Le placement sera de 7681,15$ dans 10 ans.

12 Suitsat – le 3 février 2006, les astronautes de la Station spatiale internationale ont mis en orbite une ancienne combinaison spatiale russe, sur laquelle était fixé un émetteur radioamateur qui transmettait en continu le message : this is SuitSat-1 RSORS ainsi que plusieurs messages enregistrés en cinq langues différentes par des écoliers provenant de plusieur pays. Le message a été capté par des milliers de radioamateurs dans le monde.

La règle $T = 13{,}5e^{\frac{-9x}{100}}$ permet de calculer la tension T(en volts) de la batterie SuitSat-1, selon le temps écoulé x (en jours) depuis la mise en orbite.

a) Quel est la tension de la batterie :

i) Au moment de la mise en orbite? $T\left(0\right) = 13{,}5e^{\frac{-9(0)}{100}} = 13{,}5$ volts

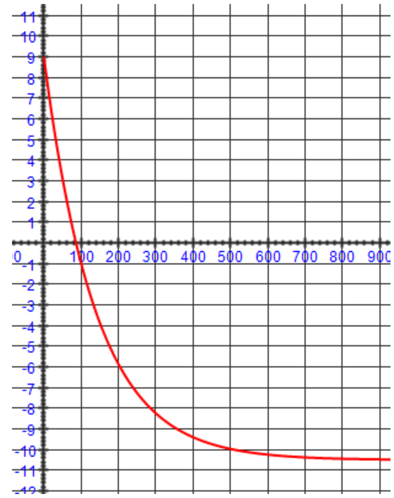
ii) 15 jours après la mise en orbite? $T\left(15\right) = 13{,}5e^{\frac{-9(15)}{100}} = 3{,}5$ volts

b) La fonction associée à cette situation est-elle croissante ou décroissante? ↘

c) SuitSat-1 s'est désintégré dans l'atmosphère le 7 septembre 2006. En tenant compte du contexte, déterminez le domaine et l'image de cette fonction.

$D = \left[0, 216\right]$ jours; $I = \left[4{,}87 \times 10^{-8}, 13{,}5\right]$ volts

***Pages 347 à 352 : 1bcd, 2, 3, 4a-d, 5bcd, 7a, 9, 10, 12, 13, 14 et 15**



13 La température moyenne T (en °C) à l'intérieur d'un congélateur varie selon la règle $T = 19{,}5(0{,}65)^{\frac{x}{60}} - 10{,}5$, où x correspond au temps écoulé (en min) depuis la mise en marche du congélateur.

a) Représentez graphiquement la température en fonction du temps.

b) Dans la représentation graphique obtenue en a):

1) déterminez l'équation de l'asymptote; $y = -10{,}5$

2) expliquez, en tenant compte du contexte, ce que représente l'asymptote. Température minimale

c) Quel est le codomaine de cette fonction? $I = \left]-10{,}5, 9\right]$

d) Quelle est la température du congélateur avant qu'il ne soit mis en marche? 9°

14 **DENSITÉ OPTIQUE** La densité optique est utilisée en photographie pour mesurer l'opacité d'une pellicule photographique. Voici des données provenant d'une expérience sur la densité optique:

Variation de la densité optique

Densité optique d	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Opacité p	1	1,26	1,58	2	2,51	3,16	3,98	5	6,3	7,94	10

$y = ac^x$ $\quad$ $y = ac^x$

$1 = ac^0$ $\quad$ $1{,}26 = 1c^{0{,}1}$

$a = 1$ $\quad$ $c = 10$

$f(x) = 10^x$

$f(2{,}5) = 10^{2{,}5}$

$= 316{,}2$

a) Déterminez la règle de la fonction exponentielle qui permet de calculer l'opacité p d'une pellicule en fonction de sa densité optique d.

b) Quelle est l'opacité d'une pellicule dont la densité optique est de 2,5?

c) D'après cette expérience, l'opacité d'une pellicule peut-elle être nulle? Expliquez votre réponse. Non, l'asymptote est $y = 0$.

15 Un ballon se dégonfle graduellement. Le volume d'air qu'il renferme est donné par la règle $N = N_0(e)^{\frac{7x}{20}}$, où N représente le volume d'air (en L) x jours après avoir été gonflé et N_0 représente le volume d'air initial. Quel pourcentage du volume d'air initial le ballon a-t-il perdu au bout de:

a) 1 jour? b) 2 jours? c) 5 jours?

a)
$N = N_o(e)^{\frac{-7x}{20}}$
$N(1) = N_o(e)^{\frac{-7}{20}}$
$= N_o 0{,}7047$
$100\% - 70{,}5\%$
$29{,}5\%$

b)
$N = N_o(e)^{\frac{-7x}{20}}$
$N(2) = N_o(e)^{\frac{-7\times 2}{20}}$
$= N_o 0{,}4966$
$100\% - 49{,}66\%$
$50{,}34\%$

c)
$N = N_o(e)^{\frac{-7x}{20}}$
$N(5) = N_o(e)^{\frac{-7\times 5}{20}}$
$= N_o 0{,}1738$
$100\% - 17{,}38\%$
$82{,}62\%$