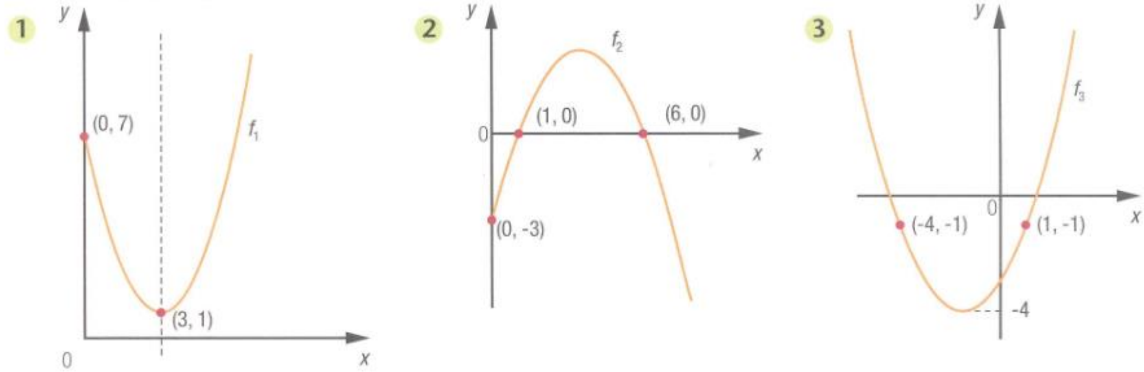
*** Mise au point p. 159 # 2, 4, 5, 6, 8, 9

2. Voici les graphiques de trois fonctions quadratiques :



a) Déterminez la règle de chacune de ces fonctions sous la forme générale.

① S(3, 1) et P(0, 7)

$y = a(x - h)^2 + k$

$7 = a(0 - 3)^2 + 1$

$7 - 1 = 9a$

$6 = 9a$

$a = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$y = \frac{2}{3}(x-3)^2 + 1$

$y = \frac{2}{3}(x^2 - 6x + 9) + 1$

$y = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 7$

② Racines 1 et 6

$y = a(x - 1)(x - 6)$

$-3 = a(0 - 1)(0 - 6)$

$-3 = 6a$

$a = \frac{-1}{2}$

$y = \frac{-1}{2}(x-1)(x-6)$

$y = \frac{-1}{2}(x^2 - 6x - x + 6)$

$y = \frac{-1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 3$

③ Milieu de (-4, -1) et (1, -1)

$S\left(\frac{-3}{2}, -4\right)$ et $(-4, -1)$

$y = a(x-h)^2 + k$

$-1 = a\left(1 + \frac{3}{2}\right)^2 - 4$

$3 = a\left(\frac{5}{2}\right)^2$

$a = 3 \div \frac{25}{4} = \frac{12}{25}$

$y = \frac{12}{25}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 4$

$y = \frac{12}{25}\left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) - 4$

$y = \frac{12}{25}x^2 + \frac{36}{25}x + \frac{27}{25} - 4$

$y = \frac{12}{25}x^2 + \frac{36}{25}x - \frac{73}{25}$

b) Laquelle ou lesquelles de ces courbes passent par le point de coordonnées (2, 2)?

① $y = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 7$

$2 = \frac{2}{3}(2)^2 - 4(2) + 7$

$2 = 8/3 - 8 + 7$

$2 = 5/3$

non

② $y = \frac{-1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 3$

$2 = \frac{-1}{2}(2)^2 + \frac{7}{2}(2) - 3$

$2 = -2 + 7 - 3$

$2 = 2$

oui

③ $2 = \frac{12}{25}(2)^2 + \frac{48}{25}(2) - \frac{73}{25}$

$2 = \frac{71}{25}$

Non

*** Mise au point p. 159 # 2, 4, 5, 6, 8, 9

4. Une fonction quadratique est positive dans l'intervalle $]-\infty, 2] \cup [5, \infty[$ et son ordonnée à l'origine est 5.

a) déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction.

$\nearrow [3{,}5, \infty[$ $\searrow]-\infty, 3{,}5]$

b) déterminez la règle de cette fonction.

$x = 2$ et $x = 5$, $P(0, 5)$

$y = a(x - 2)(x - 5)$

$5 = a(0 - 2)(0 - 5)$

$5 = 10a$

$a = ½$

$y = ½(x - 2)(x - 5)$

$y = ½(x^2 - 5x - 2x + 10)$

$y = ½x^2 - {}^7/_2 x + 5$

c) déterminez l'image de cette fonction.

$y = ½ [(x^2 - 7x + {}^{49}/_4) - {}^{49}/_4 + 10]$

$y = ½ [(x - {}^7/_2)^2 - {}^9/_4]$

$y = ½ (x - {}^7/_2)^2 - {}^9/_8$

$I = [{}^{-9}/_8, \infty[$

5. Lors d'une plongée, un cormoran a capturé un poisson à une profondeur de 2 m, soit au tiers de la profondeur maximale qu'il atteinte. Il est ensuite ressorti de l'eau à 8m de son point d'entrée. En utilisant le point d'entrée dans l'eau comme origine de votre système d'axes, déterminez l'équation de la trajectoire parabolique que le cormoran a suivie sous la surface de l'eau.

$k \times \frac{1}{3} = -2$

$k = -6$

Racines $(0, 0)$ et $(8, 0)$

$h = 4$ donc $S(4, -6)$

$-6 = a(4 - 0)(4 - 8)$

$-6 = -16a$

$a = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$y = \frac{3}{8}(x - 0)(x - 8)$

$y = \frac{3}{8}(x^2 - 8x - 0x + 0)$

$y = \frac{3}{8}x^2 - 3x$

$y = \frac{3}{8}\left[(x^2 - 8x + 16) - 16\right]$

$y = \frac{3}{8}\left[(x - 4)^2 - 16\right]$

$y = \frac{3}{8}(x - 4)^2 - 6$

6. Déterminez la règle, sous la forme générale, de chacune des fonctions quadratiques décrites ci-dessous.

a) la parabole qui représente la fonction passe par l'origine et son sommet est $S(4, 5)$.

$P(0,0)$ et $S(4,5)$

$y = a(x - h)^2 + k$

$0 = a(0 - 4)^2 + 5$

$-5 = 16a$

$a = \frac{-5}{16}$

$y = \frac{-5}{16}(x - 4)^2 + 5$

$y = \frac{-5}{16}(x^2 - 8x + 16) + 5$

$y = \frac{-5}{16}x^2 + \frac{5}{2}x - 5 + 5$

$y = \frac{-5}{16}x^2 + \frac{5}{2}x$

*** Mise au point p. 159 # 2, 4, 5, 6, 8, 9

b) Les coordonnées du sommet sont (10, 125) et l'ordonnée à l'origine est -275.

$P(0,-275)$ et $S(10,125)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-275 = a(0-10)^2 + 125$$
$$-400 = 100a$$
$$a = -4$$

$$y = -4(x-10)^2 + 125$$
$$y = -4(x^2 - 20x + 100) + 125$$
$$y = -4x^2 + 80x - 400 + 125$$
$$y = -4x^2 + 80x - 275$$

c) Le sommet est S(-3, -2) et la parabole passe par le point P(-7, -10).

$P(-7,-10)$ et $S(-3,-2)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-10 = a(-7+3)^2 - 2$$
$$-8 = 16a$$
$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$$
$$y = -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9) - 2$$
$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2} - 2$$
$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{13}{2}$$

d) Les zéros de la fonction sont -4 et 4, et son minimum est -12.

$x = -4, x = 4$ et $S(0,-12)$

$$y = a(x+4)(x-4)$$
$$-12 = a(0+4)(0-4)$$
$$-12 = -16a$$
$$a = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}(x+4)(x-4)$$
$$y = \frac{3}{4}(x^2 + 4x - 4x - 16)$$
$$y = \frac{3}{4}x^2 - 12$$

e) Les zéros de la fonction sont -8 et 4, et l'ordonnée à l'origine est 6.

$x = -8, x = 4$ et $O(0,6)$

$$y = a(x+8)(x-4)$$
$$6 = a(0+8)(0-4)$$
$$6 = -32a$$
$$a = -\frac{6}{32} = -\frac{3}{16}$$

$$y = -\frac{3}{16}(x+8)(x-4)$$
$$y = -\frac{3}{16}(x^2 + 8x - 4x - 32)$$
$$y = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x + 6$$

f) La parabole passe par les point $P_1(0, 3)$ et $P_2(1, 0)$, et son axe de symétrie est $x = 2$.

$P_1(0,3), P_2(1,0)$ et $x = 2$ donc $(3,0)$

$$y = a(x-1)(x-3)$$
$$3 = a(0-1)(0-3)$$
$$3 = 3a$$
$$a = 1$$

$$y = 1(x-1)(x-3)$$
$$y = (x^2 - 1x - 3x + 3)$$
$$y = x^2 - 4x + 3$$

*** Mise au point p. 159 # 2, 4, 5, 6, 8, 9

g) La fonction n'a qu'un seul zéro qui est 4. Son ordonnée à l'origine est -4.

$S(4,0)$ et $O(0,-4)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-4 = a(0-4)^2 + 0$$
$$-4 = 16a$$
$$a = \frac{-4}{16} = \frac{-1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2$$
$$y = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x - 4x + 16)$$
$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 4$$

h) Le maximum de la fonction est 8. Son graphique passe par $P_1(1, 3)$ et $P_2(5, 3)$.

$k = 8$ et $P_1(1,3), P_2(5,3)$, donc $h = 3$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$3 = a(1-3)^2 + 8$$
$$-5 = 4a$$
$$a = \frac{-5}{4}$$

$$y = -\frac{5}{4}(x-3)^2 + 8$$
$$y = -\frac{5}{4}(x^2 - 3x - 3x + 9) + 8$$
$$y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{45}{4} + 8$$
$$y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{13}{4}$$

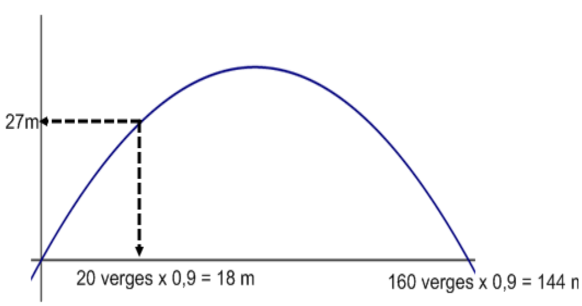
8. Aujourd'hui est un grand jour pour Jean-Pierre. Il a réalisé son premier trou d'un coup au golf! Cela s'est passé sur une normale 3 d'une distance de 160 verges. La balle a frôlé la cime du grand sapin haut de 27m situé à 20 verges devant la coupe, puis est tombée directement dans celle-ci.

a) Sachant que une verge équivaut à environ 0,9 m et en utilisant le mètre comme unité de mesure, déterminez une équation pouvant représenter la trajectoire de ce coup mémorable.

$x = 0, x = 144$ et $P(18,27)$

$$27 = a(18-144)(18-0)$$
$$27 = -2268a$$
$$a = -\frac{27}{2268} = -\frac{1}{84}$$

$$y = -\frac{1}{84}(x-144)(x-0)$$
$$y = -\frac{1}{84}(x^2 - 144x)$$
$$y = -\frac{1}{84}x^2 + \frac{12}{7}x$$



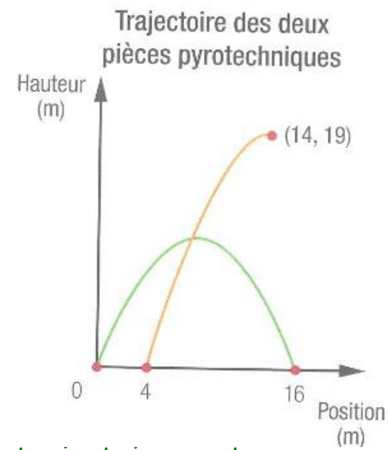
b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle?

$$y = -\frac{1}{84}\left[(x^2 - 144x + 5184) - 5184\right]$$
$$y = -\frac{1}{84}\left[(x-72)^2 - 5184\right]$$
$$y = -\frac{1}{84}(x-72)^2 + \frac{432}{7}$$
$$y = -\frac{1}{84}(x-72)^2 + 61,7$$

Au mètre près, elle atteint une hauteur de 62 m.

*** Mise au point p. 159 # 2, 4, 5, 6, 8, 9

9. À la fin d'un spectacle, des pièces pyrotechniques décrivent des paraboles dans le ciel. Deux de ces pièces sont lancées de façon que la trajectoire de la seconde passe par le sommet de la trajectoire de la première avant d'atteindre sa hauteur maximale de 19 m.



1. À quelle distance l'une de l'autre ces deux pièces pyrotechniques tomberont-elles dans l'eau?

La deuxième à 24 m donc à 8 m de la première pièce.

2. Déterminez l'équation de chacune des deux trajectoires sous la forme générale.

trajectoire orange

$$x = 4, x = 24 \quad S(14,19)$$
$$y = a(x-4)(x-24)$$
$$19 = a(14-4)(14-24)$$
$$19 = -100a$$
$$a = -\frac{19}{100}$$
$$y = -\frac{19}{100}(x-4)(x-24)$$
$$y = -\frac{19}{100}(x^2 - 4x - 24x + 96)$$
$$y = -\frac{19}{100}x^2 + \frac{133}{25}x - \frac{456}{25}$$

Sommet trajectoire verte, $h = 8$

$$y = -\frac{19}{100}x^2 + \frac{133}{25}x - \frac{456}{25}$$
$$y = -\frac{19}{100}(8)^2 + \frac{133}{25}(8) - \frac{456}{25}$$
$$y = \frac{304}{25}$$
$$S\left(8; \frac{304}{25}\right), x = 0, x = 16$$
$$y = a(x-0)(x-16)$$
$$\frac{304}{25} = a(8-0)(8-16)$$
$$\frac{304}{25} = -64a$$
$$a = -\frac{19}{100}$$

trajectoire verte

$$y = -\frac{19}{100}(x-0)(x-16)$$
$$y = -\frac{19}{100}(x^2 - 0x - 16x + 0)$$
$$y = -\frac{19}{100}x^2 - \frac{76}{25}x$$