Pages 23 - feuillet

1. Trouve la distance la plus courte entre le point et la droite, indiquées.

a) $(2,2)$ et $y = x + 1$

$m = 1$ donc $m \perp = -1$

équation de la $\perp$

$y = -x + b$

$2 = -2 + b$

$b = 4$

$y = -x + 4$

point où les deux droites se croisent

$x + 1 = -x + 4$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

$y = x + 1$

$y = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$

$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$d = \sqrt{(1,5 - 2)^2 + (2,5 - 2)^2} = \sqrt{0,5} = 0,7071$

b) $(3,-1)$ et $2x - y + 3 = 0$

$y = 2x + 3$

$m = 2$ donc $m \perp = \frac{-1}{2}$

équation de la $\perp$

$y = -\frac{1}{2}x + b$

$-1 = -\frac{1}{2}(3) + b$

$b = \frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

point où les deux droites se croisent

$2x + 3 = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2}$

$4x + 6 = -x + 1$

$5x = -5$

$x = -1$

$y = 2(-1) + 3$

$y = 1$

$(-1, 1)$

$d = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{20} = 4,47$

Pages 23 - feuillet

2. Détermine la distance entre le point (-2, -2) et la droite qui relie les points (5, 2) et (-1, 4), au centième près.

droite reliant $(5,2)$ et $(-1,4)$

$$m = \frac{4-2}{-1-5} = \frac{2}{-6} = \frac{-1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

$$2 = -\frac{1}{3}(5) + b$$

$$b = \frac{11}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{11}{3}$$

$m = \frac{-1}{3}$ donc $m \perp = 3$

équation de la $\perp$

$$y = 3x + b$$

$$-2 = 3(-2) + b$$

$$b = 4$$

$$y = 3x + 4$$

point où les deux droites se croisent

$$3x + 4 = \frac{-1}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$9x + 12 = -x + 11$$

$$10x = -1$$

$$x = \frac{-1}{10}$$

$$y = 2\left(\frac{-1}{10}\right) + 3$$

$$y = \frac{37}{10}$$

$$\left(\frac{-1}{10}, \frac{37}{10}\right)$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{-1}{10} + 2\right)^2 + \left(\frac{37}{10} - (-2)\right)^2} = \sqrt{\frac{361}{10}} = 6{,}01$$

3. Le pipeline de pétrole brut le plus long du monde relie Edmonton, en Alberta, et Buffalo, dans l'État de New York, sur une distance de 2858 km. Dans une région, la trajectoire du pipeline est définie par l'équation $y = 2{,}7x + 20$ où chaque unité représente 1 km. Le centre d'une ville de cette région se trouve au point (50, 15) et possède un rayon de 5 km. Si un règlement exige que le pipeline passe à au moins 50 km d'une zone urbaine, faudra-t-il faire dévier cette section du pipeline?

$$y = 2{,}7x + 20$$

$m = 2{,}7$ donc $m \perp = \frac{-1}{2{,}7}$

équation de la $\perp$

$$y = -0{,}37x + b$$

$$15 = -0{,}37(50) + b$$

$$b = 33{,}5$$

$$y = -0{,}37x + 33{,}5$$

point où les deux droites se croisent

$$2{,}7x + 20 = -0{,}37x + 33{,}5$$

$$3{,}07x = 13{,}5$$

$$x = 4{,}40$$

$$y = 2{,}7(4{,}4) + 20$$

$$y = 31{,}9$$

$$(4{,}4 ; 31{,}9)$$

$$d = \sqrt{(4{,}4 - 50)^2 + (31{,}9 - 15)^2} = \sqrt{236{,}97} = 48{,}6$$

Oui, il faudra faire dévier car la distance est moins de 50 km.

***Pages 23 - feuillet**

4. Au billard, un coup « à la bande » consiste à frapper la boule pour qu'elle rebondisse sur une bande (un des côtés de la table). Le rayon de la boule est 5 cm et la table mesure 120 cm sur 240 cm. Le centre de la boule no 1 se trouve au point (120, 50) et le centre de la boule no 8 se trouve au point (200, 100).

a) Écris l'équation de la trajectoire directe de la boule no 1 vers le boule au coin au point (240, 120).

Pour trouver l'équation de la droite qui relie les points (120,50) et (240,120)

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$
$$m=\frac{120-50}{240-120}$$
$$m=\frac{70}{120}=\frac{7}{12}$$

$$y=mx+b$$
$$120=\frac{7}{12}(240)+b$$
$$b=120-140=-20$$

$$y=\frac{7}{12}x-20$$

b) Montre que si on frappe la boule no 1 le longe de la trajectoire directe vers la blouse de coin, elle frappera la boule no 8.

On veut donc trouver la distance entre le centre de la boule et la trajectoire.

$$m=\frac{7}{12}\to m\perp=\frac{-12}{7}$$

$$(200,100)$$
$$y=mx+b$$
$$100=\frac{-12}{7}(200)+b$$
$$b=100+\frac{2400}{7}=\frac{3100}{7}$$
$$y=\frac{-12}{7}x+\frac{3100}{7}$$

$$\left(\frac{-12}{7}x+\frac{3100}{7}=\frac{7}{12}x-20\right)\times 84$$
$$-144x+37200=49x-1680$$
$$-193x=38880$$
$$x=201,451$$

$$\text{si } x=201,451$$
$$y=\frac{-12}{7}(201,451)+\frac{3100}{7}$$
$$y=97,513$$
$$(201,452;97,513)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$(200,100)\text{ et }(201,451;97,513)$$
$$d=\sqrt{(201,451-200)^2+(97,513-100)^2}$$
$$d=\sqrt{(1,45)^2+(2,487)^2}$$
$$d=\sqrt{2,1025+6,185169}=\sqrt{8,287669}=2,88$$

Pages 23 - feuillet

5. Dans un plan cartésien gradué en mètres, un sentier est présenté par la droite définie ainsi : $y = \frac{1}{2}x + 34$. Une tour d'observation est représentée par le point (26,36). Quelle est, arrondie au dixième, la distance entre le sentier et la tour d'observation?

$m = \frac{1}{2}$ donc $m\perp = -2$

équation de la $\perp$

$y = -2x + b$

$36 = -2(26) + b$

$b = 88$

$y = -2x + 88$

point où les deux droites se croisent

$\frac{1}{2}x + 34 = -2x + 88$

$\frac{5}{2}x = 54$

$x = 21,6$

$y = -2(21,6) + 88$

$y = 44,8$

$(21,6;44,8)$

$$d = \sqrt{(21,6-26)^2 + (44,8-36)^2} = \sqrt{96,8} = 9,83$$

La distance serait de 9,83 mètres.

6. Détermine la distance entre les deux droites : y = 2x + 6 et y = 2x – 2.

Je choisis une coordonnée y = 2x + 6 $\rightarrow (0,6)$ et je travaille avec y = 2x - 2

La pente de la perpendiculaire à y = 2x – 2 est $\rightarrow \frac{-1}{2}$

L'équation de la perpendiculaire est

$y = \frac{-1}{2}x + b$

$6 = \frac{-1}{2}(0) + b$

$b = 6$

$y = \frac{-1}{2}x + 6$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

$2x - 2 = \frac{-1}{2}x + 6$

$2,5x = 8$

$x = 3,2$

$2x - 2$

$= 2(3,2) - 2$

$= 4,4$

$(3,2;4,4)$

$(0,6)$ et $(3,2;4,4)$

La distance. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ou $d = \frac{|b_1 - b_2|}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{|6+2|}{\sqrt{2^2+1}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = 3,6$

$d = \sqrt{(3,2-0)^2 + (4,4-6)^2}$

$d = \sqrt{12,8} = 3,6$

Pages 23 - feuillet

7. Détermine la distance entre les deux droites : $5x - y = -6$ et $y = 5x + 2$.

$y = 5x + 6 \rightarrow (0,6)$ et $y = 5x + 2$

$m \perp = \frac{-1}{5}$

L'équation de la perpendiculaire est

$$y = \frac{-1}{5}x + b$$
$$6 = \frac{-1}{5}(0) + b$$
$$b = 6$$
$$y = \frac{-1}{5}x + 6$$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

$$5x + 2 = \frac{-1}{5}x + 6$$
$$\frac{26}{5}x = 4$$
$$x = \frac{13}{10}$$

$$y = 5x + 2$$
$$y = 5\left(\frac{10}{13}\right) + 2$$
$$y = \frac{76}{13}$$
$$\left(\frac{10}{13};\frac{76}{13}\right)$$

La distance.

$(0,6)$ et $\left(\frac{10}{13};\frac{76}{13}\right)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{\left(\frac{10}{13} - 0\right)^2 + \left(\frac{76}{13} - 6\right)^2}$$
$$d = \sqrt{\frac{104}{169}} = 0,8$$

ou $d = \frac{|b_1 - b_2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|6 - 2|}{\sqrt{5^2 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{26}} = 0,8$

***Pages 23 - feuillet**

8. Dans un corridor dont les côtés sont délimités par les droites d'équations f(x) = 3x - 1 et f(x) = 3x + 6, est-ce que je peux passer avec une boîte dont la largeur est de 2,5 pieds ?

$y = 3x - 1 \rightarrow (0,-1)$ et $y = 3x + 6$

$m \perp = \frac{-1}{3}$

L'équation de la perpendiculaire est

$$y = \frac{-1}{3}x + b$$
$$-1 = \frac{-1}{3}(0) + b$$
$$b = -1$$
$$y = \frac{-1}{3}x - 1$$

La coordonnée où les deux droites se coupent est

$$3x + 6 = \frac{-1}{3}x - 1$$
$$\frac{10}{3}x = -7$$
$$x = \frac{-21}{10}$$

$$y = 3x + 6$$
$$y = 3\left(\frac{-21}{10}\right) + 6$$
$$y = \frac{-3}{10}$$
$$\left(\frac{-21}{10}; \frac{-3}{10}\right)$$

La distance.

$(0,-1)$ et $\left(\frac{-21}{10}; \frac{-3}{10}\right)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{\left(\frac{-21}{10} - 0\right)^2 + \left(\frac{-3}{10} + 1\right)^2}$$
$$d = \sqrt{\frac{49}{10}} = 2,2$$

ou $d = \frac{|b_1 - b_2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|6 + 1|}{\sqrt{3^2 + 1}} = \frac{7}{\sqrt{10}} = 2,2$