

***Pages 20 - feuillet

Exercice :

1. Détermine la somme de chaque série arithmétique.

a) $5 + 8 + 11 + \dots + 53$

$$\begin{aligned}
 t_n &= t_1 + (n-1)d & S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\
 a = 5 & \quad 53 = 5 + (n-1)3 & S_{17} &= \frac{17}{2} [2(5) + (17-1)3] \\
 d = 3 & \quad 48 = (n-1)3 & S_{17} &= \frac{17}{2} [10 + 48] = 493 \\
 t &= 53 & & \\
 & \quad 16 = n-1 & & \\
 & \quad n = 17 & &
 \end{aligned}$$

b) $8 + 3 + (-2) + \dots + (-102)$

$$\begin{aligned}
 t_n &= t_1 + (n-1)d & S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\
 a = 8 & \quad -102 = 8 + (n-1)(-5) & S_{23} &= \frac{23}{2} [2(8) + (23-1)(-5)] \\
 d = -5 & \quad -110 = (n-1)(-5) & S_{23} &= \frac{23}{2} [16 - 110] = -1081 \\
 t &= -102 & & \\
 & \quad 22 = n-1 & & \\
 & \quad n = 23 & &
 \end{aligned}$$

2. Détermine t_{10} et S_{10} pour chaque série.

a) $5 + 10 + 15 + \dots$

$$\begin{aligned}
 a = 5 & \quad t_{10} = 5 + (10-1)5 & S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\
 d = 5 & \quad t_{10} = 5 + (9)5 & S_{10} &= \frac{10}{2} [2(5) + (10-1)5] \\
 n = 10 & \quad t_{10} = 5 + 45 = 50 & S_{10} &= 5 [10 + 45] = 275
 \end{aligned}$$

b) $10 + 7 + 4 + \dots$

$$\begin{aligned}
 a = 10 & \quad t_{10} = 10 + (10-1)(-3) & S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\
 d = -3 & \quad t_{10} = 10 + (9)(-3) & S_{10} &= \frac{10}{2} [2(10) + (10-1)(-3)] \\
 n = 10 & \quad t_{10} = 10 - 27 = -17 & S_{10} &= 5 [20 - 27] = -35
 \end{aligned}$$

3. Pour chaque série arithmétique, détermine la valeur de n .

a) $t_1 = 8$ et $t_n = 68$ et $S_n = 608$

$$\begin{aligned}
 a = 8 & & 608 &= \frac{n}{2} [2(8) + (n-1)d] \\
 n = ? & \quad 68 = 8 + (n-1)d & 608 &= \frac{n}{2} [16 + 60] \\
 t_n = 68 & \quad 60 = (n-1)d & 1216 &= 76n \\
 S_n = 608 & & n &= 16
 \end{aligned}$$

***Pages 20 - feuillet

b) $t_1 = -6$ et $t_n = 21$ et $S_n = 75$

$$a = -6$$

$$n = ? \quad 21 = -6 + (n-1)d$$

$$t_n = 21 \quad 27 = (n-1)d$$

$$S_n = 75$$

$$75 = \frac{n}{2} [2(-6) + (n-1)d]$$

$$75 = \frac{n}{2} [-12 + 27]$$

$$150 = 15n$$

$$n = 10$$

4. Les lucioles mâles scintillent de différentes façons pour signaler leur position ou éloigner les prédateurs. Le scintillement de chaque espèce de lucioles a des caractéristiques particulières. Il se distingue entre autres par son intensité, sa fréquence et sa forme. Une certaine luciole mâle scintille deux fois pendant la première minute, quatre fois pendant la deuxième minute et six fois pendant la troisième minute.

a) Si cette régularité se poursuit, combien de fois la luciole scintille-t-elle pendant la 30^e minute ?

$$a = 2$$

$$d = 2$$

$$n = 30$$

$$t_{30} = ?$$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$t_{30} = 2 + (30-1)2$$

$$t_{30} = 60$$

Elle scintillera 60 fois dans la 30^e minute.

b) Combien de fois scintille-t-elle au total en 30 min ?

$$a = 2$$

$$d = 2$$

$$n = 30$$

$$S_{30} = ?$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(2) + (30-1)2] \quad \text{Elle aura scintillé 930 fois.}$$

$$S_{30} = 15 [4 + 58] = 930$$

5. La somme des deux premiers termes d'une série arithmétique est 13 et la somme de ses quatre premiers termes est 46. Détermine les six premiers termes de la série et leur somme.

$$S_2 = 13$$

$$S_4 = 46$$

$$13 = \frac{2}{2} [2a + (2-1)d]$$

$$13 = 2a + d$$

$$13 - 2a = d$$

$$46 = \frac{4}{2} [2a + (4-1)d]$$

$$46 = 4a + 6d$$

$$46 = 4a + 6(13 - 2a)$$

$$46 = 4a + 78 - 12a$$

$$8a = 32$$

$$a = 4$$

$$13 = 2a + d$$

$$13 = 2(4) + d$$

$$d = 5$$

$$4, 9, 14, 19, 24, 29$$

$$S_6 = \frac{6}{2} [2(4) + (6-1)5]$$

$$S_6 = 99$$

***Pages 20 - feuillet

6. Détermine la somme de tous les multiples de 4 compris entre 1 et 999.

$$\begin{aligned}
 a &= 4 & t_n &= a + (n - 1)d \\
 d &= 4 & 996 &= 4 + (n - 1)4 \\
 n &=? & 992 &= (n - 1)4 \\
 t_n &= 996 & 248 &= n - 1 \\
 & & n &= 249 \text{ multiples}
 \end{aligned}
 \quad
 S_{249} = \frac{249}{2} [2(4) + (249 - 1)4]$$

$$S_{249} = 124500$$

7. L'entreprise It's About Time, de Langley, en Colombie-Britannique, est le plus important fabricant d'horloges sur commande du Canada. Un client veut une horloge à carillon. Son carillon doit marquer chaque heure en sonnant un nombre de fois égal à l'heure qu'il est selon la notation de 12 heures. Par exemple, à 10h, le carillon doit sonner 10 fois. A 14h, il doit sonner 2 fois. Combien de fois le carillon devra-t-il sonner en 24 heures ?

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \\
 d &= 1 & S_{12} &= \frac{12}{2} [2(1) + (12 - 1)] \\
 n &= 12 & S_{12} &= 78 \\
 S_{12} &=?
 \end{aligned}$$

Le carillon sonnera $78 \times 2 = 156$ fois dans 24 heures.

8. Un programme d'entraînement exige qu'une pilote effectue des vols autour d'un aérodrome. Chaque jour, la pilote fait trois tours de plus que le jour précédent. Le cinquième jour, elle fait 14 tours. Combien de tours la pilote a-t-elle faits :

a) Le premier jour ?

$$\begin{aligned}
 a &=? & t_n &= a + (n - 1)d \\
 d &= 3 & 14 &= a + (5 - 1)3 \\
 n &= 5 & 2 &= a \\
 t_5 &= 14
 \end{aligned}$$

b) en tout à la fin du 5e jour ?

$$\begin{aligned}
 a &= 2 \\
 d &= 3 & S_5 &= \frac{5}{2} [2(2) + (5 - 1)3] \\
 n &= 5 & S_5 &= 40 \\
 S_5 &=?
 \end{aligned}$$

***Pages 27 - feuillet

9. On embauche une apprentie au salaire de départ de 1000\$ par mois. Ensuite, on augmente son salaire de 150\$ chaque mois pendant 1 an.

a) Quel est le salaire de l'apprentie le dernier mois de l'année ?

$$\begin{aligned}
 a &= 1000 & t_n &= a + (n - 1)d \\
 d &= 150 & t_{12} &= 1000 + (12 - 1)150 \\
 n &= 12 & t_{12} &= 2650 \\
 t_{12} &= ? & &
 \end{aligned}$$

b) Combien a-t-elle gagné en tout durant l'année ?

$$\begin{aligned}
 a &= 1000 \\
 d &= 150 \\
 n &= 12 & S_{12} &= \frac{12}{2} [2(1000) + (12 - 1)150] \\
 S_{12} &= ? & S_{12} &= 21900\$
 \end{aligned}$$

10. Dans un entrepôt, on empile des sacs d'engrais. La base mesure 20 sacs de long sur 4 sacs de large. Chaque couche subséquente compte un sac de moins sur la longueur que la couche précédente, mais la largeur reste la même. La couche du dessus compte 16 sacs. Combien de sacs y a-t-il en tout dans la pile ?

$$\begin{aligned}
 a &= 20 \times 4 & t_n &= 80 + (n - 1)(-4) \\
 d &= -1 \times 4 & 16 - 80 &= (n - 1)(-4) \\
 n &= ? & 16 &= n - 1 \\
 t_n &= 16 & n &= 17
 \end{aligned}
 \qquad
 S_{17} = \frac{17}{2} [2(80) + (17 - 1)(-4)]$$

$$S_{17} = 816 \text{ sacs}$$