Bloc 1 – Régularité et algèbre

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

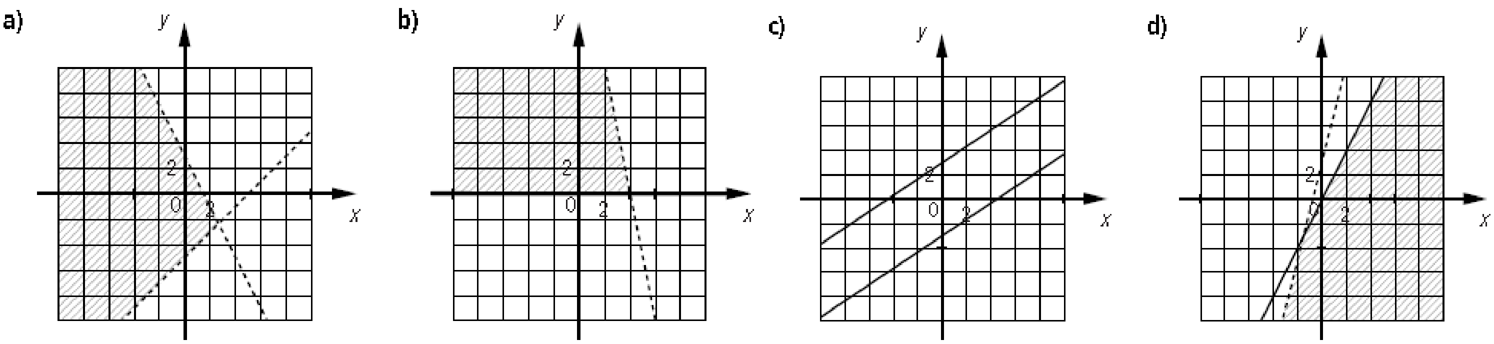
1 Dans chaque cas, représentez graphiquement l'ensemble-solution du système d'inéquations.

a) $y < -2x + 3$
$y > x - 5$

b) $y \geq 0$
$y < -5x + 20$

c) $y \geq \frac{2}{3}x + 3$
$2x - 3y - 9 \geq 0$

d) $-2x + y \leq 0$
$8x - 2y > -6$

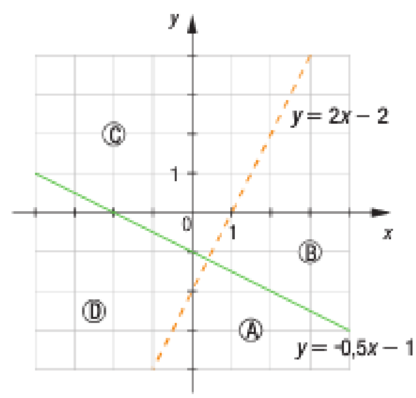


2 Le graphique ci-contre montre les droites frontières d'un système formé de deux inéquations.

a) Écrivez le système d'inéquations dont l'ensemble-solution correspond à :

1) la région Ⓐ ; 2) la région Ⓑ ;
3) la région Ⓒ ; 4) la région Ⓓ .

b) Le point d'intersection des deux droites frontières fait-il partie de l'une de ces régions-solutions ? Expliquez votre réponse.



A	B	C	D
$y \leq -0,5x - 1$	$y \geq -0,5x - 1$	$y \geq -0,5x - 1$	$y \leq -0,5x - 1$
$y < 2x - 2$	$y < 2x - 2$	$y > 2x - 2$	$y > 2x - 2$

Le point d'intersection ne fait pas partie de la solution car la ligne de y = 2x – 2 est pointillée.

3 Tracez le polygone de contraintes correspondant à l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'inéquations.

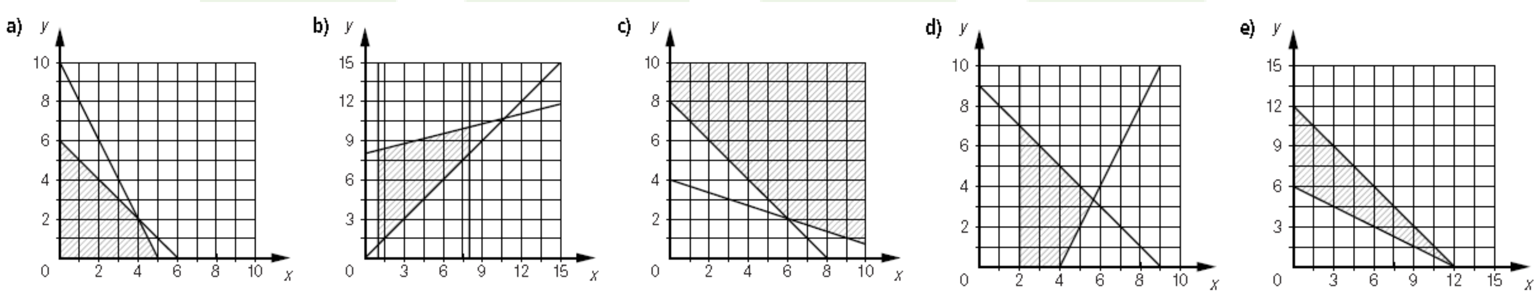
a) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$2x + y \leq 10$
$x + y \leq 6$

b) $x \geq 1$
$x \leq 8$
$y \geq x$
$y \leq 0,25x + 8$

c) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + 3y \geq 12$
$x + y \geq 8$

d) $x \geq 2$
$y \geq 0$
$x + y \leq 9$
$y \geq 2x - 8$

e) $x \geq 0$
$x + y \leq 12$
$x + 2y \geq 12$



*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

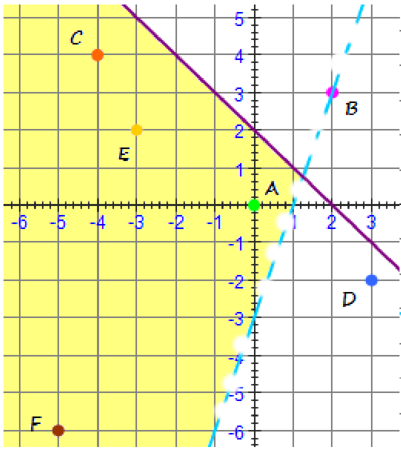
4 Pour chacun des systèmes d'inéquations ci-dessous, déterminez parmi les points A(0, 0), B(2, 3), C(-4, 4), D(3, -2), E(-3, 2) et F(-5, -6) ceux qui font partie de l'ensemble-solution.

a) $y > 3x - 3$
$y \leq -x + 2$

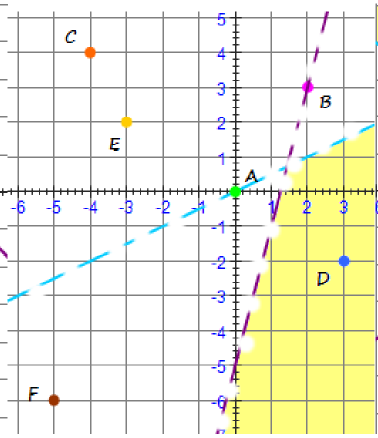
b) $y < \frac{1}{2}x$
$y < 4x - 5$

c) $2x + 3y \geq 0$
$2x - 3y < 0$

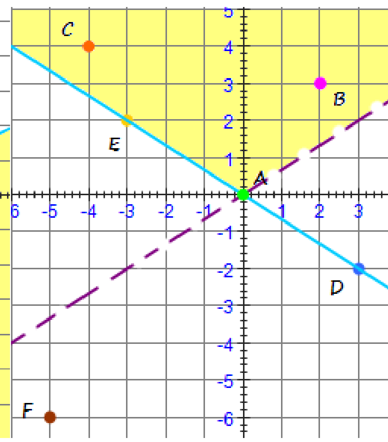
d) $y \geq -3x + 3$
$y \leq -x + 5$



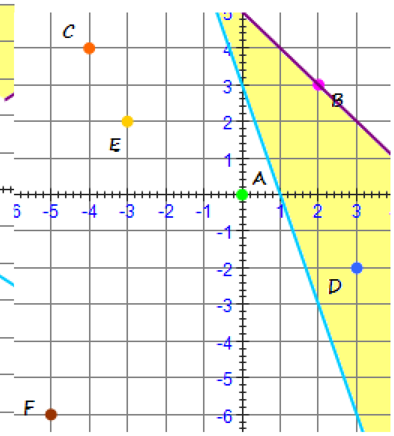
A, C, E,. F



D



B, C, E

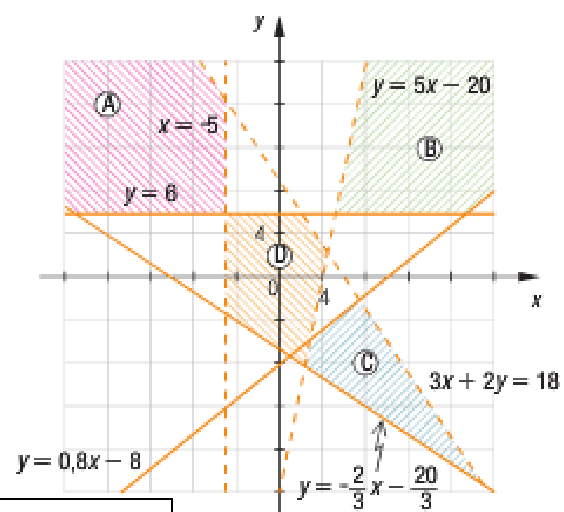


B et D

5 À l'aide du graphique ci-contre, déterminez le système d'inéquations dont l'ensemble-solution peut être représenté par le polygone de contraintes :

a) Ⓐ b) Ⓑ

c) Ⓒ d) Ⓓ



Région A
$x < -5$
$y \geq 6$
$3x + 2y < 18$
$y \geq \frac{-2}{3}x - \frac{20}{3}$

Région B
$y \geq 6$
$y < 5x - 20$
$y \geq 0,8x - 8$

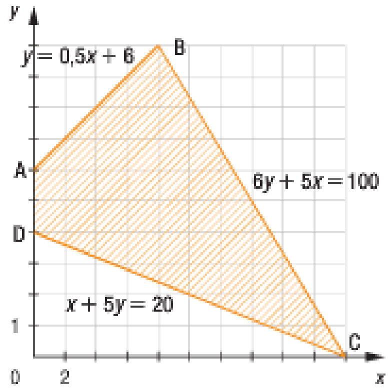
Région C
$y \leq 0,8x - 8$
$3x + 2y < 18$
$y < 5x - 20$
$y \geq \frac{-2}{3}x - \frac{20}{3}$

Région D
$x > -5$
$y \leq 6$
$3x + 2y < 18$
$y > 5x - 20$
$y \geq \frac{-2}{3}x - \frac{20}{3}$

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

6 Déterminez les coordonnées des sommets de chacun des polygones de contraintes.

a)



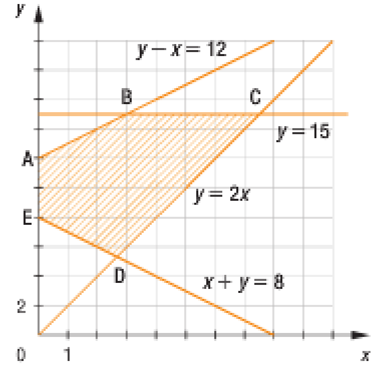
A(0, 6)

B(8, 10)

C(20, 0)

D(0, 4)

b)



$y = 2x$ donc

$x + y = 8$

$x + 2x = 8$

$3x = 8$

$x = \frac{8}{3} \rightarrow y = \frac{16}{3}$

$D\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{3}\right)$

A(0, 12)

E(0, 8)

$y = 15 \rightarrow 15 - x = 12$

$x = 3$

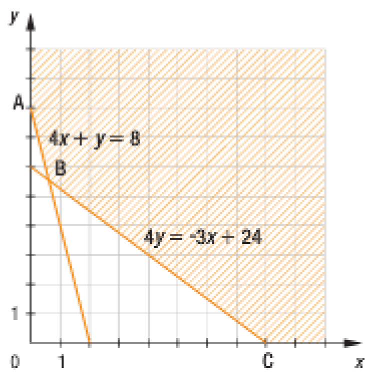
B(3, 15)

$y = 15 \rightarrow 15 = 2x$

$x = \frac{15}{2}$

$C\left(\frac{15}{2}, 15\right)$

c)



A(0, 8)

C(8, 0)

$y = -4x + 8 \rightarrow -4\left(\frac{8}{13}\right) + 8 = \frac{72}{13}$

$4\left(-4x + 8\right) = -3x + 24$

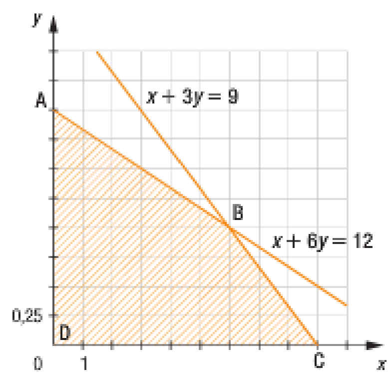
$-16x + 32 + 3x = 24$

$-13x = -8$

$x = \frac{8}{13}$

$B\left(\frac{8}{13}, \frac{72}{13}\right)$

d)



A(0, 2)

B(6, 1)

C(9, 0)

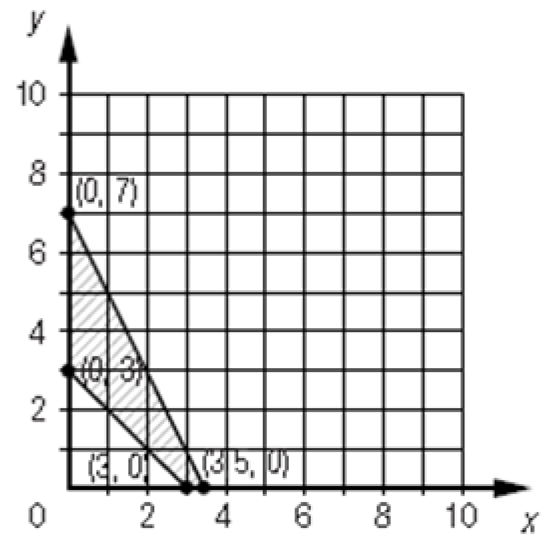
D(0, 0)

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

7 Dans chaque cas, représentez le système d'inéquations dans un plan cartésien et déterminez les coordonnées des sommets du polygone de contraintes.

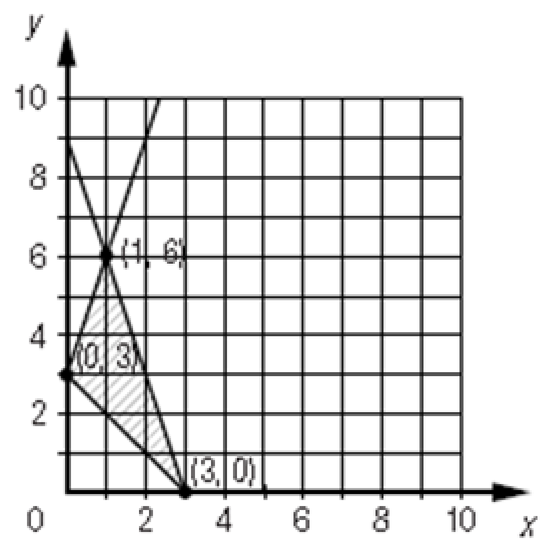
a) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \geq 3$
$2x + y \leq 7$

a)



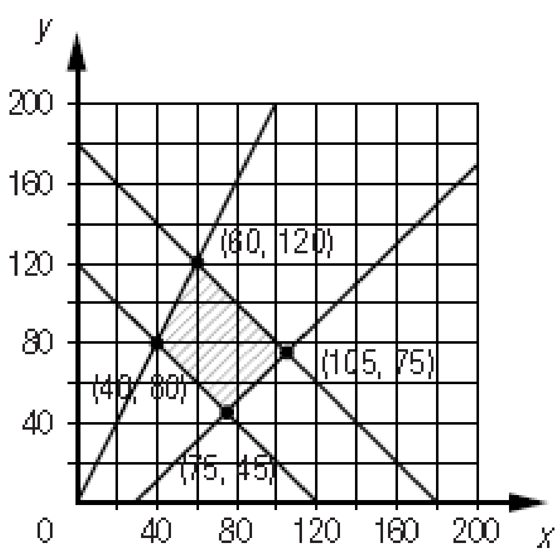
b) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$y \leq 3x + 3$
$y \leq -3x + 9$
$y \geq -x + 3$

b)



c) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \geq 120$
$y \leq 2x$
$y \geq x - 30$
$x + y \leq 180$

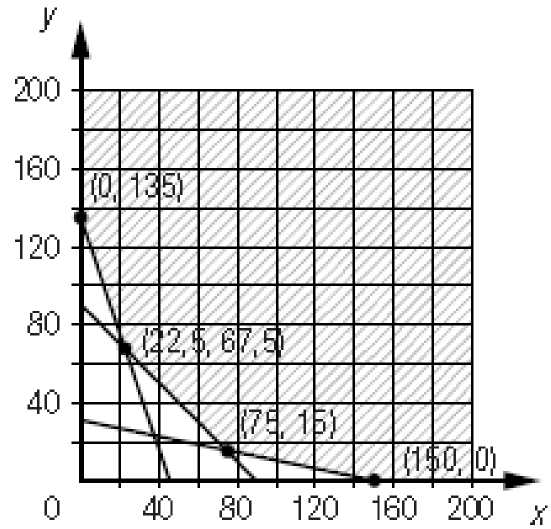
c)



*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

d) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$3x + y \geq 135$
$x + 5y \geq 150$
$x + y \geq 90$

d)



8 En utilisant les variables *x* et *y*, écrivez le système d'inéquations dont la région-solution correspond à :

a) l'ensemble des points dont les abscisses sont strictement positives et dont les ordonnées sont au moins le double des abscisses ;

$x > 0$
$y \geq 2x$

b) l'ensemble des points dont les ordonnées sont négatives et dont les abscisses sont au plus le tiers des ordonnées ;

$y \leq 0$
$x \leq \frac{1}{3}y$

c) l'ensemble des points dont les ordonnées sont supérieures aux abscisses, sans en excéder le quadruple ;

$y > x$
$y \leq 4x$

d) l'ensemble des points dont la somme des coordonnées est strictement positive sans excéder 12 ;

$x + y > 0$
$x + y \leq 12$

e) l'ensemble des points dont les ordonnées excèdent les abscisses d'au moins 5 et d'au plus 10.

$y \geq x + 5$
$y \leq x + 10$

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

10 Une boutique de vêtements doit se doter de cabines d'essayage. Voici les contraintes qui sont associées à cette situation.

① Le nombre total de cabines doit être supérieur à 10. $x + y > 10$

② Le nombre total de cabines ne doit pas excéder 15. $x + y \leq 15$

③ Il doit y avoir au moins 5 cabines pour les femmes. $y \geq 5$

④ Il doit y avoir au moins 3 cabines pour les hommes. $x \geq 3$

⑤ Le nombre de cabines pour les femmes doit être supérieur au nombre de cabines pour les hommes. $y > x$

Le polygone de contraintes ci-dessous représente cette situation.

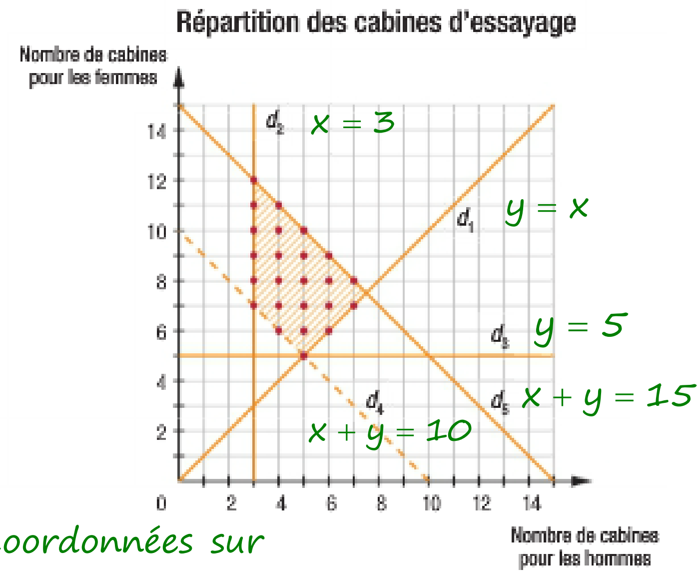
a) Associez chaque contrainte à l'une des droites frontières.

b) L'une des contraintes de cette situation n'influe pas sur le choix du nombre de cabines. Laquelle? $y \geq 5$

c) La gérante de cette boutique affirme que les coordonnées des 24 points rouges dans le graphique constituent les solutions possibles.

1) Expliquez pourquoi elle a tort.

2) Déterminez le nombre exact de solutions.



Il faut enlever les coordonnées sur la droite pointillée, donc 21 solutions.

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

11 Voici deux situations qui font intervenir un système d'inéquations :

Situation ①

Dans un mélange, la quantité x de méthylène doit représenter au plus la moitié de la quantité y de glycérine. Le volume total du mélange doit être d'au moins 15 cL et d'au plus 26 cL.

Situation ②

Sur un terrain, le nombre x de sapins représente au plus la moitié du nombre y d'érables. Le nombre total d'arbres sur ce terrain est d'au moins 15, mais il n'excède pas 26.

a) Écrivez le système d'inéquations qui traduit chacune de ces situations. Que remarquez-vous ?

1

$$x \le \frac{1}{2}y$$
$$x + y \ge 15$$
$$x + y \le 26$$

2

$$x \le \frac{1}{2}y$$
$$x + y \ge 15$$
$$x + y \le 26$$

b) Le couple (7,5, 15,6) fait-il partie de l'ensemble-solution associé à :

1) la situation ① ? Expliquez votre réponse.

$(7{,}5,\ 15{,}6)$

$$x \le \frac{1}{2}y$$
$$7{,}5 \le \frac{1}{2}(15{,}6)$$
$$7{,}5 \le 7{,}8$$
oui

$(7{,}5,\ 15{,}6)$
$$7{,}5 + 15{,}6 \ge 15$$
$$23{,}1 \ge 15$$
oui

$(7{,}5,\ 15{,}6)$
$$7{,}5 + 15{,}6 \le 26$$
$$23{,}1 \le 26$$
oui

Oui, car le point vérifie chaque inéquation.

2) la situation ② ? Expliquez votre réponse.

Non, car le nombre d'arbre doit être un entier.

c) À quel ensemble de nombres appartiennent x et y si :

1) (x, y) est une solution de la situation ① ? $\mathbb{R}^+$

2) (x, y) est une solution de la situation ② ? $\mathbb{N}$

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

13 Pour chacune des situations ci-dessous :

1) définissez les deux variables ;
2) écrivez un système d'inéquations qui décrit les contraintes ;
3) représentez le polygone de contraintes ;
4) déterminez les coordonnées des sommets du polygone de contraintes ;
5) indiquez, pour chacun des sommets, s'il fait partie ou non de la région-solution ;
6) déterminez les coordonnées de trois points, autres que les sommets, qui font partie de la région-solution.

a) Il faut administrer à un patient au moins 3 mg de médicament A et 2 mg de médicament B. La quantité totale de médicaments administrés ne doit pas dépasser 20 mg et la quantité de médicament A doit représenter au moins la moitié de la quantité totale de médicaments administrés.

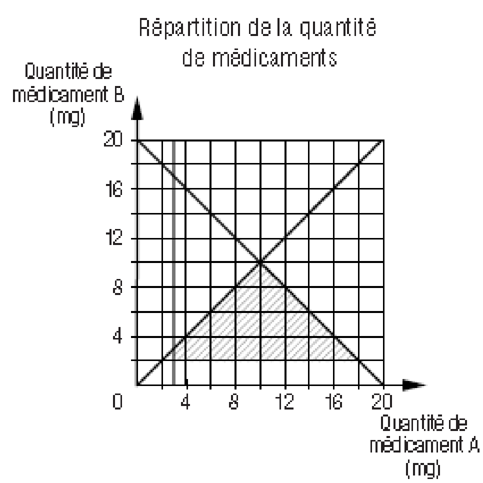
x : quantité de médicament A (en mg)

y : quantité de médicament B (en mg)

$$x \geq 3$$
$$y \geq 2$$
$$x + y \leq 20$$
$$x \geq \frac{x+y}{2}$$

(3, 2), (3, 3), (10, 10) et (18, 2)

Tous les sommets font partie de la région-solution.



b) Dans une aile d'un hôpital, où les chambres disposent de 2 lits ou de 4 lits, il y a au moins 150 lits et au plus 200 lits. Le nombre de chambres à 2 lits représente au moins le tiers et au plus les deux tiers du nombre total de chambres.

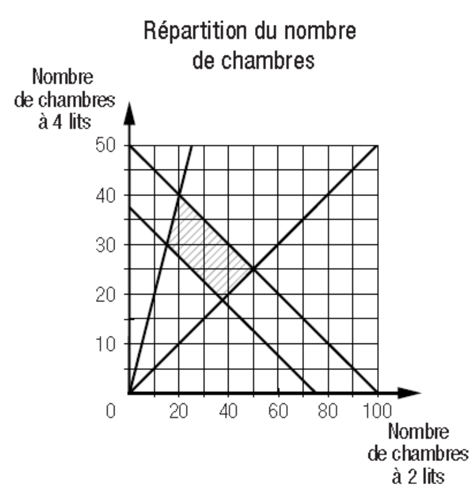
x : nombre de chambres à 2 lits

y : nombre de chambres à 4 lits

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$2x + 4y \geq 150$$
$$2x + 4y \leq 200$$
$$x \geq \frac{x+y}{3}$$
$$x \leq \frac{2(x+y)}{3}$$

(15, 30), (20, 40), (50, 25) et (37,5, 18,75).

Seul le sommet (37,5, 18,75) ne fait pas partie de la région-solution, car ses coordonnées ne sont pas entières.



*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

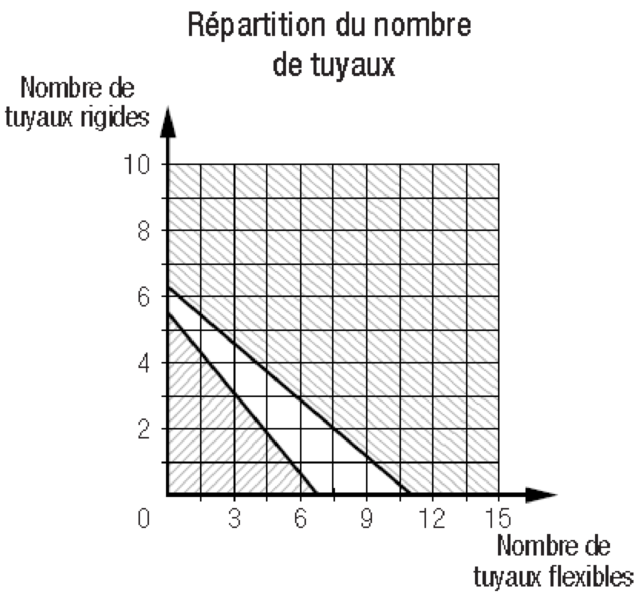
14 Lors de la construction d'un édifice, il est nécessaire d'installer des tuyaux pour écouler l'eau de pluie. Deux types de tuyaux sont offerts. Le tableau ci-dessous fournit des renseignements à ce sujet.

Caractéristiques de tuyaux d'écoulement d'eau de pluie

Tuyau	Flexible	Rigide
Débit (L/min)	2	3,5
Coût d'installation d'un tuyau ($)	125	150

L'ensemble des tuyaux installés doit permettre un écoulement minimal de 22 L/min et le coût total de l'installation ne doit pas dépasser 850 $.

a) Représentez le polygone de contraintes associé à cette situation.



x : nombre de tuyaux flexibles

y : nombre de tuyaux rigides

$2x + 3{,}5y \geq 22$

$125x + 150y \leq 850$

b) Les caractéristiques des tuyaux proposés permettent-elles de respecter ces contraintes? Expliquez votre réponse.

Non. Les deux régions-solutions associées à chacune des contraintes n'ont pas d'intersection.

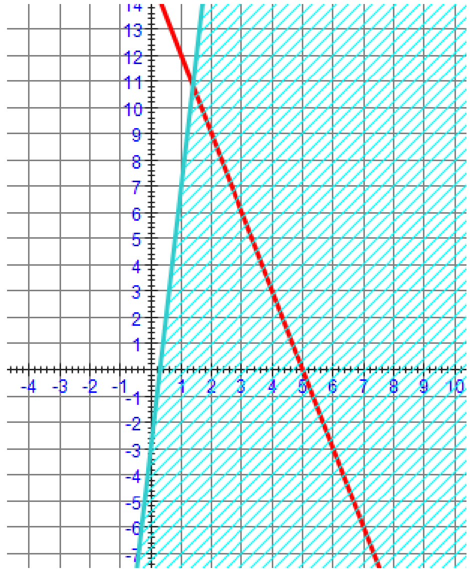
c) Modifiez la contrainte relative à l'écoulement minimal de l'installation de façon que le polygone de contraintes comporte quatre couples-solutions.

Exemple : L'ensemble des tuyaux installés doit permettre un écoulement minimal de 15 L/min.

*** Mise au point p. 283# 1 à 8, 10, 11, 13, 14, 15

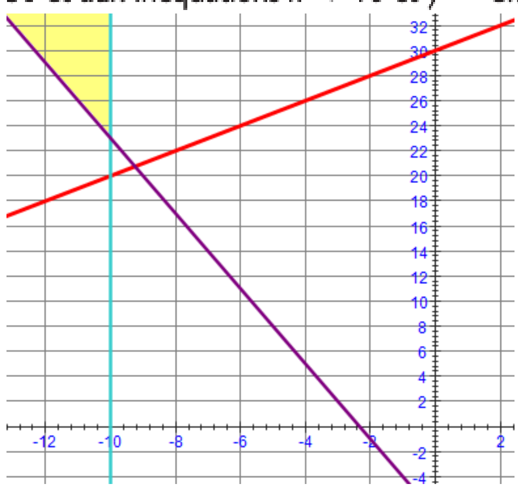
15 Dans chaque cas, déterminez, si possible, trois couples qui satisfont :

a) à la fois à l'équation $y = -3x + 15$ et à l'inéquation $y \leq 10x - 30$;



Exemple : (2, 9), (3,6), (5,0)

b) à la fois à l'équation $y = x + 30$ et aux inéquations $x < -10$ et $y \geq -3x - 7$.



Aucune solution