Math 30331 - C

Bloc 2 – Sens des nombres et opérations

***Vue d'ensemble p. 383 # 3abcd, 7, 9, 10, 13

3 Résolvez chacune des équations suivantes.

a) $2^{x-7} = 100$ b) $\log_2(x-7) = 3$ c) $5^x = 3^{4-x}$ d) $\log 8x = 6$

$\log_2 100 = x - 7$
$6,6439 = x - 7$
$x = 13,6439$

$2^3 = x - 7$
$8 + 7 = x$
$15 = x$

$\log_3 5^x = 4 - x$
$x\log_3 5 = 4 - x$
$1,4650x + x = 4$
$2,4650x = 4$
$x = 1,6227$

$10^6 = 8x$
$x = 125000$

7 Une personne place une somme de 1600 $ pour une période de 20 ans dans un compte bancaire à un taux d'intérêt annuel de 4 % et dont les intérêts sont composés annuellement. Ce placement serait-il plus avantageux si les intérêts étaient plutôt composés tous les 6 mois ? Expliquez votre réponse.

$C = 1600\$$
$n = 20a \times 1$
$i = 4\% \div 1$

$M = C(1+i)^n$
$M = 1600(1+0,04)^{20}$
$M = 3505,80\$$

$C = 1600\$$
$n = 20a \times 2$
$i = 4\% \div 2$

$M = C(1+i)^n$
$M = 1600(1+0,02)^{40}$
$M = 3532,86\$$

Il est plus avantageux lorsqu'il est composé semestriellement.

9 La formule suivante permet de calculer la valeur V (en $) d'une somme S placée pendant t années à un taux d'intérêt annuel i et dont les intérêts sont composés n fois par année.

$$V = S\left(1 + \frac{i}{n}\right)^{nt}$$

a) Quelle est la valeur d'une somme de 5000 $ placée pendant 5 ans à un taux d'intérêt annuel de 8 % et dont les intérêts sont composés :

1) 2 fois par année ? 2) 4 fois par année ? 3) chaque semaine ?

b) Que pouvez-vous conclure en comparant les montants trouvés en a) ?

$S = 5000\$$
$n = 5a \times 2$
$i = 8\% \div 2$

$V = S\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nx}$
$V = 5000(1+0,04)^{10}$
$V = 7401,22\$$

$S = 5000\$$
$n = 5a \times 4$
$i = 8\% \div 4$

$V = S\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nx}$
$V = 5000(1+0,02)^{20}$
$V = 7429,74\$$

$S = 5000\$$
$n = 5a \times 52$
$i = 8\% \div 52$

$V = S\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nx}$
$V = 5000(1+0,00153846)^{104}$
$V = 5866,83\$$

Plus il y a de périodes de calcul, plus le montant est haut.

***Vue d'ensemble p. 383 # 3abcd, 7, 9, 10, 13

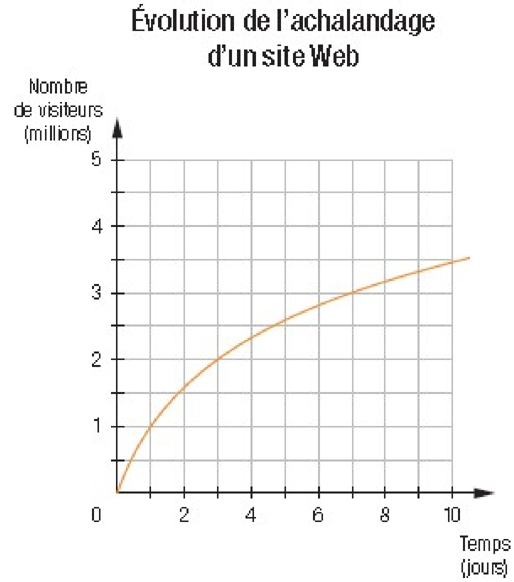
10 Le graphique ci-contre montre que le nombre de visiteurs d'un site Web en fonction du temps écoulé depuis sa mise en ligne évolue selon un modèle logarithmique dont la règle est de la forme $f(x) = \log_2(x - h)$.

Si 3 jours après la mise en ligne du site on compte 2 millions de visiteurs, combien de visiteurs compte-t-on :

a) 10 jours après la mise en ligne ?

b) 15 jours après la mise en ligne ?

c) 30 jours après la mise en ligne ?



$(x, y) = (3, 2)$

$$f(x) = \log_2(x - h)$$
$$2 = \log_2(3 - h) \rightarrow f(x) = \log_2(x + 1)$$
$$4 = 3 - h$$
$$h = -1$$

a) $f(x) = \log_2(x - h)$
$f(10) = \log_2(10 + 1)$
$f(10) = 3{,}459$ millions

b) $f(x) = \log_2(x - h)$
$f(15) = \log_2(15 + 1)$
$f(15) = 4$ millions

c) $f(x) = \log_2(x - h)$
$f(30) = \log_2(30 + 1)$
$f(30) = 4{,}954$ millions

13 Pour produire du sirop d'érable, on fait bouillir 1000 L d'eau d'érable jusqu'à ce que 97,5 % de sa quantité initiale soit évaporée. À chaque heure d'ébullition, la quantité d'eau d'érable diminue de 10 % par rapport à l'heure précédente.

a) Établissez la règle qui permet de déterminer la quantité Q (en L) de liquide en fonction du temps d'ébullition t (en h).

b) Deux heures après le début de l'ébullition, quelle quantité de liquide s'est évaporée ?

c) À quel moment devrait-on cesser l'ébullition ?

d) Quelle est la quantité de sirop d'érable produite ?

a) $Q = C(1 + i)^t$
$Q = 1000(1 - 0{,}1)^t$

b) $C = 1000L$
$Q = ?$
$t = 2$ hrs
$i = -10\%$

$Q = C(1 + i)^t$
$Q = 1000(1 - 0{,}1)^2$
$Q = 810$ Litres

c) $Q = C(1 + i)^t$
$25 = 1000(1 - 0{,}1)^t$
$0{,}025 = 0{,}9^t$
$\log_{0{,}9} 0{,}025 = t$
$t = 35h$

Il faudrait cesser après 35 heures et il y aura 25 litres de sirop.