# Math 30331 – C



***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

1. Décomposez les polynômes suivants en facteurs.

a) $6ax + 21x - 8a - 28$

$3x(2a + 7) - 4(2a + 7)$

$(2a + 7)(3x - 4)$

b) $36xy - 9x - 8y + 2$

$9x(4y - 1) - 2(4y - 1)$

$(4y - 1)(9x - 2)$

c) $x^3 + x^2 + x + 1$

$x^2(x + 1) + 1(x + 1)$

$(x + 1)(x^2 + 1)$

d) $24 + 20a + 18ab + 15a^2b$

$4(6 + 5a) + 3ab(6 + 5a)$

$(6 + 5a)(4 + 3ab)$

e) $axy + ay^2 - xy - x^2$

$ay(x + y) - x(y + x)$

$(x + y)(ay - x)$

f) $10ab^2 + 4a^2b - 8a - 20b$

$2ab(5b + 2a) - 4(2a + 5b)$

$(2a + 5b)(2ab - 4)$

2. Il y a deux choses que Jason aime faire dans la vie : regarder des films avec son amie et faire de l'algèbre. Il a justement loué quelques films pour la fin de semaine.
Si le prix de chaque film avait été x$ de moins, j'en aurais loué y de plus. Et ça m'aurait coûté seulement $(20 - 4x + 5y - xy)$$!
Combien de films a-t-il loués? Quel prix a-t-il payé?

$4(5 - x) + y(5 - x) = (5 - x)(4 + y)$

Il a loué 4 films à 5$.

3. Trouvez les deux nombres dont le produit P et la somme S sont donnés.

a) P = -30 et S = 1

$6 \times -5 = -30$

$6 + -5 = 1$

b) P = 48 et S = -16

$-12 \times -4 = 48$

$-12 + -4 = -16$

c) P = -24 et S = -10

$-12 \times 2 = -24$

$-12 + 2 = -10$

d) P = 32 et S = 12

$8 \times 4 = 32$

$8 + 4 = 12$

e) P = -36 et S = 0

$6 \times -6 = -36$

$6 + -6 = 0$

f) P = 18 et S = -8,5

$-4 \times -4,5 = 18$

$-4 + -4,5 = -8,5$

4. Décomposez les trinômes ci-dessous en facteurs, en utilisant la mise en évidence double.

a) $12x^2 + 49x + 4$

$\_\_ \times \_\_ = 48$

$\_\_ + \_\_ = 49$

$$\frac{(12x + 48)(12x + 1)}{12}$$

$$\frac{\cancel{12}(x + 4)(12x + 1)}{\cancel{12}}$$

$$(x + 4)(12x + 1)$$

b) $20x^2 - 11x + 3$

$\_\_ \times \_\_ = 60$

$\_\_ + \_\_ = -11$

impossible

c) $10x^2 - 13x - 3$

$\_\_ \times \_\_ = -30$

$\_\_ + \_\_ = -13$

$$\frac{(10x - 15)(10x + 2)}{10}$$

$$\frac{\cancel{5}(2x - 3)\cancel{2}(5x + 1)}{\cancel{10}}$$

$$(2x - 3)(5x + 1)$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

d) $6x^2 + 23x - 4$

$\_\times\_ = -24$
$\_+\_ = 23$

$$\frac{(6x+24)(6x-1)}{6}$$
$$\frac{\cancel{6}(x+4)(6x-1)}{\cancel{6}}$$
$$(x+4)(6x-1)$$

e) $40x^2 - 31x + 6$

$\_\times\_ = 240$
$\_+\_ = -31$

$$\frac{(40x-15)(40x-16)}{40}$$
$$\frac{\cancel{5}(8x-3)\cancel{8}(5x-2)}{\cancel{40}}$$
$$(8x-3)(5x-2)$$

f) $10x^2 - 9x - 9$

$\_\times\_ = -90$
$\_+\_ = -9$

$$\frac{(10x-15)(10x+6)}{10}$$
$$\frac{\cancel{5}(2x-3)\cancel{2}(5x+3)}{\cancel{10}}$$
$$(2x-3)(5x+3)$$

g) $16x^2 - 40x + 25$

$\_\times\_ = 400$
$\_+\_ = -40$

$$\frac{(16x-20)(16x-20)}{16}$$
$$\frac{\cancel{4}(4x-5)\cancel{4}(4x-5)}{\cancel{16}}$$
$$(4x-5)(4x-5)$$

h) $25x^2 - 50x + 16$

$\_\times\_ = 400$
$\_+\_ = -50$

$$\frac{(25x-10)(25x-40)}{25}$$
$$\frac{\cancel{5}(5x-2)\cancel{5}(5x-8)}{\cancel{25}}$$
$$(5x-2)(5x-8)$$

i) $24x^2 - 2x - 15$

$\_\times\_ = -360$
$\_+\_ = -2$

$$\frac{(24x-20)(24x+18)}{24}$$
$$\frac{\cancel{4}(6x-5)\cancel{6}(4x+3)}{\cancel{24}}$$
$$(6x-5)(4x+3)$$

5. Les trinômes ci-dessous ne diffèrent que par le coefficient du terme en x et le signe du terme constant. En explorant les différents facteurs possibles, décomposez chacun de ces trinômes.

a) $3x^2 + 17x + 10$

$\_\times\_ = 30$
$\_+\_ = 17$

$$\frac{(3x+15)(3x+2)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x+5)(3x+2)}{\cancel{3}}$$
$$(x+5)(3x+2)$$

b) $3x^2 + 13x + 10$

$\_\times\_ = 30$
$\_+\_ = 13$

$$\frac{(3x+3)(3x+10)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x+1)(3x+10)}{\cancel{3}}$$
$$(x+1)(3x+10)$$

c) $3x^2 + 13x - 10$

$\_\times\_ = -30$
$\_+\_ = 13$

$$\frac{(3x+15)(3x-2)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x+5)(3x-2)}{\cancel{3}}$$
$$(x+5)(3x-2)$$

d) $3x^2 + 7x - 10$

$\_\times\_ = -30$
$\_+\_ = 7$

$$\frac{(3x-3)(3x+10)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x-1)(3x+10)}{\cancel{3}}$$
$$(x-1)(3x+10)$$

e) $3x^2 + x - 10$

$\_\times\_ = -30$
$\_+\_ = 1$

$$\frac{(3x+6)(3x-5)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x+2)(3x-5)}{\cancel{3}}$$
$$(x+2)(3x-5)$$

f) $3x^2 - 11x + 10$

$\_\times\_ = 30$
$\_+\_ = -11$

$$\frac{(3x-6)(3x-5)}{3}$$
$$\frac{\cancel{3}(x-2)(3x-5)}{\cancel{3}}$$
$$(x-2)(3x-5)$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

g) $3x^2 - 13x - 10$

$\_\_ \times \_\_ = -30$

$\_\_ + \_\_ = -13$

$$\frac{(3x-15)(3x+2)}{3}$$

$$\frac{\cancel{3}(x-5)(3x+2)}{\cancel{3}}$$

$$(x-5)(3x+2)$$

h) $3x^2 - 29x - 10$

$\_\_ \times \_\_ = -30$

$\_\_ + \_\_ = -29$

$$\frac{(3x-30)(3x+1)}{3}$$

$$\frac{\cancel{3}(x-10)(3x+1)}{\cancel{3}}$$

$$(x-10)(3x+1)$$

i) $3x^2 - 31x + 10$

$\_\_ \times \_\_ = 30$

$\_\_ + \_\_ = -31$

$$\frac{(3x-30)(3x-1)}{3}$$

$$\frac{\cancel{3}(x-10)(3x-1)}{\cancel{3}}$$

$$(x-10)(3x-1)$$

6. Décomposez les trinômes suivants en facteurs, en utilisant la méthode de votre choix (complétion du carré).

a) $x^2 + 4x - 32$

$$(x^2+4x+4)-4-32=0$$
$$(x+2)^2-36=0$$
$$(x+2)^2=36$$
$$\sqrt{(x+2)^2}=\pm\sqrt{36}$$
$$x+2=\pm 6$$
$$x_1=-2+6=4$$
$$x_2=-2-6=-8$$

b) $x^2 - 7x + 10$

$$\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{49}{4}+10=0$$
$$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=0$$
$$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$
$$x-\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}$$
$$x_1=\frac{7}{2}+\frac{3}{2}=\frac{10}{2}=5$$
$$x_2=\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

c) $3x^2 + 16x - 12$

$$3\left[\left(x^2+\frac{16}{3}x+\frac{64}{9}\right)-\frac{64}{9}-4\right]=$$
$$\left(x+\frac{16}{6}\right)^2-\frac{100}{9}=0$$
$$\left(x+\frac{8}{3}\right)^2=\frac{100}{9}$$
$$x+\frac{8}{3}=\pm\sqrt{\frac{100}{9}}=\pm\frac{10}{3}$$
$$x_1=\frac{-8}{3}+\frac{10}{3}=\frac{2}{3}$$
$$x_2=\frac{-8}{3}-\frac{10}{3}=\frac{-18}{3}=-6$$

d) $4x^2 + 4x + 1$

$$4\left[\left(x^2+1x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right]=0$$
$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$$
$$x+\frac{1}{2}=0$$
$$x=-\frac{1}{2}$$

e) $4x^2 - 15x - 4$

$$4\left[\left(x^2-\frac{15}{4}x+\frac{225}{64}\right)-\frac{225}{64}-1\right]=0$$
$$\left(x-\frac{15}{8}\right)^2-\frac{289}{64}=0$$
$$\left(x-\frac{15}{8}\right)^2=\frac{289}{64}$$
$$x-\frac{15}{8}=\pm\frac{17}{8}$$
$$x_1=\frac{15}{8}+\frac{17}{8}=\frac{32}{8}=4$$
$$x_2=\frac{15}{8}-\frac{17}{8}=\frac{-2}{8}=-\frac{1}{4}$$

f) $6x^2 - 7x + 1$

$$6\left[\left(x^2-\frac{7}{6}x+\frac{49}{144}\right)-\frac{49}{144}+\frac{1}{6}\right]=0$$
$$\left(x-\frac{7}{12}\right)^2-\frac{25}{144}=0$$
$$\left(x-\frac{7}{12}\right)^2=\frac{25}{144}$$
$$x-\frac{7}{12}=\pm\frac{5}{12}$$
$$x_1=\frac{7}{12}+\frac{5}{12}=\frac{12}{12}=1$$
$$x_2=\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

g) $6x^2 + 17x + 12$

$$6\left[\left(x^2+\frac{17}{6}x+\frac{289}{144}\right)-\frac{289}{144}+2\right]=0$$
$$\left(x+\frac{17}{12}\right)^2-\frac{1}{144}=0$$
$$\left(x+\frac{17}{12}\right)^2=\frac{1}{144}$$
$$x+\frac{17}{12}=\pm\frac{1}{12}$$
$$x_1=\frac{-17}{12}+\frac{1}{12}=\frac{-16}{12}=\frac{-4}{3}$$
$$x_2=\frac{-17}{12}-\frac{1}{12}=\frac{-18}{12}=-\frac{3}{2}$$

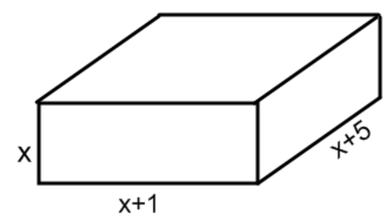
h) $10x^2 + x - 3$

$$10\left[\left(x^2+\frac{1}{10}x+\frac{1}{400}\right)-\frac{1}{400}-\frac{3}{10}\right]=0$$
$$\left(x+\frac{1}{20}\right)^2-\frac{121}{400}=0$$
$$\left(x+\frac{1}{20}\right)^2=\frac{121}{400}$$
$$x+\frac{1}{20}=\pm\frac{11}{20}$$
$$x_1=\frac{-1}{20}+\frac{11}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$
$$x_2=\frac{-1}{20}-\frac{11}{20}=\frac{-12}{20}=-\frac{3}{5}$$

i) $12x^2 - 8x - 15$

$$12\left[\left(x^2-\frac{8}{12}x+\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{9}-\frac{15}{12}\right]=0$$
$$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{49}{36}=0$$
$$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{49}{36}$$
$$x-\frac{1}{3}=\pm\frac{7}{6}$$
$$x_1=\frac{1}{3}+\frac{7}{6}=\frac{3}{2}$$
$$x_2=\frac{1}{3}-\frac{7}{6}=\frac{-5}{6}$$

9. Il faut au moins 17,2 dm$^2$ de papier pour emballer la boîte représente ci dessous. Dans cette représentation, les dimensions de la boîte (en cm) son exprimées en fonction de sa hauteur.




a) Montrez que cette situation peut se traduire par l'équation
$x^2 + 4x - 285 = 0$

$$1dm = 10cm$$
$$(1dm)^2 = (10cm)^2$$
$$1dm^2 = 100cm^2$$
$$17,2dm^2 = 1720cm^2$$

L'aire totale =
$$2x(x+1)+2x(x+5)+2(x+1)(x+5)=1720$$
$$2x^2+2x+2x^2+10x+2x^2+12x+10-1720=0$$
$$6x^2+24x+10-1720=0$$
$$6x^2+24x-1710=0$$
$$6(x^2+4x-285)=0$$
$$x^2+4x-285=0$$

b) Déterminez les dimensions de la boîte.

$$x^2+4x-285=0$$
$$(x+19)(x-15)=0$$
$$x=-19 \text{ ou } x=15$$
à rejeter

Donc, hauteur $= 10cm$
Largeur $= 10 + 1 = 11cm$
Longueur $= 10 + 5 = 15cm$

Ou

$$x^2+4x-285=0$$
$$(x^2+4x+4)-4-285=0$$
$$(x+2)^2=289$$
$$x+2=\pm 17$$
$$x=-2-17=-19 \text{ à rejeter}$$
ou
$$x=-2+17=15$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

10. au cours d'un jeu-questionnaire télévisé, on propose l'énigme suivante aux concurrents qui ont deux minutes pour répondre durant la pause commerciale. Pourriez-vous réussir?

> Quel est le plus petit nombre possédant la propriété suivante? Je double ce nombre, j'ajoute 10 au résultat, je l'élève au carré, puis je soustrais 10, et je retrouve le même nombre que j'avais au départ.

x est le nombre

$$(2x+10)^2 - 10 = x$$
$$4x^2 + 20x + 20x + 100 - 10 - x = 0$$
$$4x^2 + 39x + 90 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-39 \pm \sqrt{(39)^2 - 4(4)(90)}}{2(4)}$$
$$x = \frac{-39 \pm \sqrt{1521 - 1440}}{8}$$
$$x = \frac{-39 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{-39 \pm 9}{8}$$
$$x_1 = \frac{-39+9}{8} = \frac{-30}{8} = -3{,}75$$
$$x_2 = \frac{-39-9}{8} = \frac{-48}{8} = -6$$

Le nombre est -6.

11. Résolvez les équations suivantes à l'aide de la décomposition en facteurs.

a) $2x^2 - 16x = 0$

$$2x(x-8) = 0$$
$$2x = 0 \text{ ou } x - 8 = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } x = 8$$

b) $x^2 - 16 = 0$

$$(x-4)(x+4) = 0$$
$$x - 4 = 0 \text{ ou } x + 4 = 0$$
$$x = 4 \text{ ou } x = -4$$

c) $x^2 - 8x + 16 = 0$

$$(x-4)(x-4) = 0$$
$$x = 4 \text{ ou } x = 4$$

d) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x-2)(x-1) = 0$$
$$x = 2 \text{ ou } x = 1$$

e) $x^2 + 5x - 36 = 0$

$$(x+9)(x-4) = 0$$
$$x = -9 \text{ ou } x = 4$$

f) $x^2 + 13x + 36 = 0$

$$(x+9)(x+4) = 0$$
$$x = -9 \text{ ou } x = -4$$

g) $2x^2 - 3x = 2$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$\frac{(2x-4)(2x+1)}{2} = 0$$
$$\frac{\cancel{2}(x-2)(2x+1)}{\cancel{2}} = 0$$
$$x = 2 \text{ ou } x = \frac{-1}{2}$$

h) $9x^2 + 1 = 6x$

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$
$$\frac{(9x-3)(9x-3)}{9} = 0$$
$$\frac{\cancel{3}(3x-1)\cancel{3}(3x-1)}{\cancel{3}} = 0$$
$$x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{3}$$

i) $2x^2 = x + 15$

$$2x^2 - x - 15 = 0$$
$$\frac{(2x-6)(2x+5)}{2} = 0$$
$$\frac{\cancel{2}(x-3)(2x+5)}{\cancel{2}} = 0$$
$$x = 3 \text{ ou } x = \frac{-5}{2}$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

j) $8x^2 + 14x = 15$

$$8x^2 + 14x - 15 = 0$$
$$\frac{(8x+20)(8x-6)}{8} = 0$$
$$\frac{\cancel{4}(2x+5)\cancel{2}(4x-3)}{\cancel{8}} = 0$$
$$x = \frac{-5}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{4}$$

k) $10x(x + 2) = 10 - x$

$$10x^2 + 20x - 10 + x = 0$$
$$10x^2 + 21x - 10 = 0$$
$$\frac{(10x+25)(10x-4)}{10} = 0$$
$$\frac{\cancel{5}(2x+5)\cancel{2}(5x-2)}{\cancel{10}} = 0$$
$$x = \frac{-5}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{5}$$

l) $4(x - 3) = x(x + 1)$

$$4x - 12 - x^2 - x = 0$$
$$-x^2 + 3x - 12 = 0$$

impossible

12. Résolvez les équations suivantes en complétant le carré.

a) $x^2 - 10x = 11$

$$(x^2 - 10x + 25) - 25 - 11 = 0$$
$$(x-5)^2 - 36 = 0$$
$$(x-5)^2 = 36$$
$$x - 5 = \mp 6$$
$$x_1 = 5 + 6 = 11$$
$$x_2 = 5 - 6 = -1$$

b) $x^2 + 3x = 4$

$$\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 4 = 0$$
$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$$
$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$
$$x + \frac{3}{2} = \pm\frac{5}{2}$$
$$x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$
$$x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

c) $x^2 + 6x = 1$

$$(x^2 + 6x + 9) - 9 - 1 = 0$$
$$(x+3)^2 - 10 = 0$$
$$x + 3 = \pm\sqrt{10}$$
$$x_1 = -3 + \sqrt{10}$$
$$x_2 = -3 - \sqrt{10}$$

d) $x^2 = 3x + 5$

$$\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 5 = 0$$
$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} = 0$$
$$\sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{29}{4}}$$
$$x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{29}}{2}$$
$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$$

ou

$$x_1 = \frac{3 + 5{,}39}{2} = 4{,}20$$
$$x_2 = \frac{3 - 5{,}39}{2} = -1{,}20$$

e) $2x^2 + 8 = 8x$

$$2\left[(x^2 - 4x + 4) - 4 + 4\right] = 0$$
$$2\left[(x-2)^2\right] = 0$$
$$2(x-2)^2 = 0$$
$$(x-2)^2 = 0$$
$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

f) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

$$2\left[\left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{16} + \frac{1}{2}\right] =$$
$$2\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right] = 0$$
$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$$
$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$
$$x + \frac{3}{4} = \pm\frac{1}{4}$$
$$x_1 = \frac{-3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$
$$x_2 = \frac{-3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

g) $x^2 + 4x - 3 = 0$

$$(x^2+4x+4)-4-3=0$$
$$(x+2)^2-7=0$$
$$\sqrt{(x+2)^2}=\pm\sqrt{7}$$
$$x=-2\pm\sqrt{7}$$
ou
$$x_1=-2+2,65=0,65$$
$$x_2=-2-2,65=-4,65$$

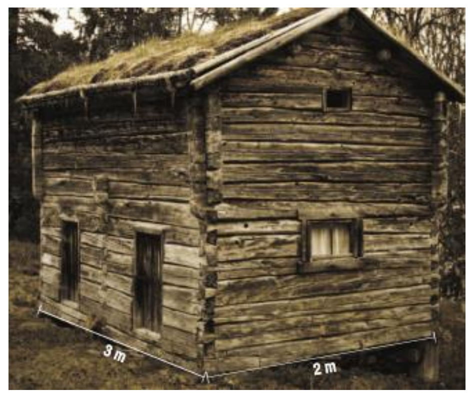
h) $4x^2 = 8x + 12$

$$4\left[(x^2-2x+1)-1-3\right]=0$$
$$4\left[(x-1)^2-4\right]=0$$
$$(x-1)^2=4$$
$$x-1=\pm 2$$
$$x_1=1+2=3$$
$$x_2=1-2=-1$$

i) $6x^2 = 2 - x$

$$6\left[\left(x^2+\frac{1}{6}x+\frac{1}{144}\right)-\frac{1}{144}-\frac{2}{6}\right]=0$$
$$6\left[\left(x+\frac{1}{12}\right)^2-\frac{49}{144}\right]=0$$
$$\left(x+\frac{1}{12}\right)^2=\frac{49}{144}$$
$$x+\frac{1}{12}=\pm\frac{7}{12}$$
$$x_1=\frac{-1}{12}+\frac{7}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$
$$x_2=\frac{-1}{12}-\frac{7}{12}=\frac{-8}{12}=\frac{-2}{3}$$

13. La cabane dans la cour arrière de Fabien est représentée ci-dessous. Il a l'intention d'en construire une nouvelle dont l'aire du plancher serait deux fois plus grande. Déterminez les dimensions de sa nouvelle cabane, si par rapport à la cabane actuelle :




a) il augmente la longueur et la largeur de la même valeur;

$$A=(3m)(2m)$$
$$A=6m^2$$

$$2A=12=(3+x)(2+x)$$
$$12=6+3x+2x+x^2$$
$$0=x^2+5x-6$$
$$0=(x+6)(x-1)$$
$$x=-6 \quad ou \quad x=1$$

Les dimensions seraient de 4m par 3m.

b) il augmente deux fois plus la largeur que la longueur.

$$A=(3m)(2m)$$
$$A=6m^2$$

$$2A=12=(3+x)(2+2x)$$
$$12=6+6x+2x+2x^2$$
$$0=2x^2+8x-6$$
$$0=2\left[(x^2+4x+4)-4-3\right]$$
$$0=2\left[(x+2)^2-7\right]$$
$$7=(x+2)^2$$
$$x+2=\pm\sqrt{7}=\pm 2,65$$
$$x_1=-2+2,65=0,65$$
$$x_2=-2-2,65=-4,65$$

Les dimensions seraient de 3,65m par 3,3m.

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

14. Annie a coupé un morceau d'une longueur de 85 cm dans une languette de bois de 2m de longueur.


Elle se demande maintenant comment couper en deux le morceau qui reste pour que les trois bouts de bois puissent former un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesurera 85 cm.

a) Montrez que cette situation peut se traduire par l'équation $x^2 - 115x + 3000 = 0$, où x représente la longueur (en cm) de l'un des morceaux qu'elle doit couper.

$$85^2 = x^2 + (115 - x)^2$$
$$7225 = x^2 + 13225 - 115x - 115x + x^2$$
$$0 = 2x^2 - 230x + 6000$$
$$0 = x^2 - 115x + 3000$$

b) Comment Annie devra-t-elle couper le morceau qui reste?

$$0 = x^2 - 115x + 3000$$
$$(x^2 - 115x + 3306{,}25) - 3306{,}25 + 3000 = 0$$
$$(x - 57{,}5)^2 = 306{,}25$$
$$x - 57{,}5 = \pm 17{,}5$$
$$x_1 = 57{,}5 + 17{,}5 = 75$$
$$x_2 = 57{,}5 - 17{,}5 = 40$$

Si $x = 75$cm, l'autre morceau, $115 - x$, sera $= 40$cm.

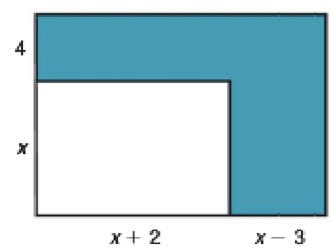
Si $x = 40$cm, l'autre morceau, $115 - x$, sera $= 75$cm.

**15** Les deux rectangles de la figure ci-contre sont semblables. Leurs côtés sont donc proportionnels.

a) Décrivez cette proportion à l'aide d'une équation.

b) Donnez une équation de degré 2 équivalente à l'équation trouvée en a).

c) Déterminez l'aire de la région en bleu.




a) $\dfrac{x}{x+4} = \dfrac{x+2}{x+2+x-3}$ ou $\dfrac{x}{x+4} = \dfrac{x+2}{2x-1}$

b) $\dfrac{x}{x+4} \times \dfrac{x+2}{x+2+x-3}$

$$x(2x-1) = (x+2)(x+4)$$
$$2x^2 - x = x^2 + 2x + 4x + 8$$
$$x^2 - 7x - 8 = 0$$

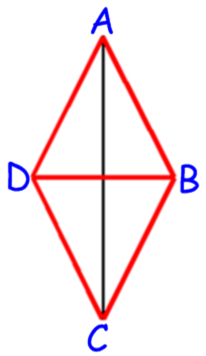
c)
$$x^2 - 7x - 8 = 0$$
$$(x-8)(x+1) = 0$$
$$x = 8 \text{ ou } x = -1$$

à rejeter

$$Aire_{bleu} = Aire_{grand\ rectangle} - Aire_{petit\ rectangle}$$
$$= (4+8)(10+5) - (8)(10)$$
$$= 180 - 80 = 100$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

**16** La petite diagonale d'un losange mesure 2 cm de moins que sa grande diagonale. L'aire du losange est de 15 cm². Déterminez le périmètre exact de ce losange.




$AC = x\text{ cm}$

$BD = (x-2)\text{ cm}$

$$\text{Aire} = \frac{d \times D}{2}$$
$$15 = \frac{x(x-2)}{2}$$
$$30 = x^2 - 2x$$
$$0 = x^2 - 2x - 30$$
$$(x^2 - 2x + 1) - 1 - 30 = 0$$
$$(x-1)^2 = 31$$
$$x = 1 \pm \sqrt{31}$$
$$x_1 = 1 + \sqrt{31}$$
$$x_2 = 1 - \sqrt{31} \text{ à rejeter}$$

$$\text{Donc } AC = 1 + \sqrt{31} \text{ et } DB = -1 + \sqrt{31}$$
$$AB^2 = \left(\frac{1+\sqrt{31}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1+\sqrt{31}}{2}\right)^2$$
$$AB^2 = \frac{1 + 2\sqrt{31} + 31}{4} + \frac{1 - 2\sqrt{31} + 31}{4}$$
$$AB^2 = \frac{64}{4} = 16$$
$$AB = 4$$

$$\text{Périmètre} = 4 \times 4 = 16\text{cm}$$

**17** **HIÉROGLYPHES** Dans leurs calculs, les Égyptiens de l'Antiquité utilisaient seulement des fractions unitaires, c'est-à-dire des fractions qui aujourd'hui se représenteraient avec un numérateur égal à 1. Voici deux problèmes concernant ce type de fractions :

a) Montrez qu'il n'existe qu'un seul nombre entier $n$ tel que

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = 1.$$

b) Le double de la fraction $\frac{1}{n}$ est égal à $\frac{1}{n-2} + \frac{1}{2n+5}$. Quelle est cette fraction ?

a)

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = 1$$
$$\frac{n+1+n+1}{n(n+1)} = 1$$
$$2n + 2 = n^2 + n$$
$$0 = n^2 - n - 2$$
$$0 = (n-2)(n+1)$$
$$n = 2 \text{ ou } n = -1 \text{ à rejeter}$$

b)

$$2\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n-2} + \frac{1}{2n+5}$$
$$\frac{2}{n} = \frac{2n+5+n-2}{(n-2)(2n+5)}$$
$$2(2n^2 + 5n - 4n - 10) = 3n^2 + 3n$$
$$4n^2 + 2n - 20 - 3n^2 - 3n = 0$$
$$n^2 - n - 20 = 0$$
$$(n-5)(n+4) = 0$$
$$n = 5 \quad \text{ou} \quad n = -4 \text{ à rejeter}$$

$$\text{Donc, la fraction est } \frac{1}{5}.$$

***Mise au point p. 96 #1 à 6, 9 à 16

**18** Certains polynômes à coefficients entiers peuvent se décomposer en des facteurs qui ont des coefficients irrationnels. Par exemple :

$$x^2 - 2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}).$$

La démarche ci-dessous présente un autre exemple plus complexe, soit la décomposition en facteurs du polynôme $x^2 + 6x + 4$.

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 4 &= \underbrace{x^2 + 6x + 9}_{} - \underbrace{9 + 4}_{} \\ &= (x+3)^2 - 5 \\ &= ((x+3) + \sqrt{5})((x+3) - \sqrt{5}) \\ &= (x + 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) \end{aligned}$$

a) À la première ligne, pourquoi ajoute-t-on 9 après le terme $6x$ ? Et pourquoi soustrait-on 9 ensuite ? *On l'ajoute pour compléter le carré et on l'enlève pour ne pas modifier l'équation.*

b) Justifiez le passage de la première à la deuxième ligne, puis de la deuxième à la troisième ligne. *2e On complète le carré et on simplifie le −9 + 4. 3e On fait la différence des carrés.*

c) En effectuant la multiplication, vérifiez que le produit des deux facteurs obtenus est bien égal au polynôme de départ.

d) Utilisez cette méthode pour décomposer en facteurs les polynômes suivants.

1) $x^2 + 8x + 13$ 2) $x^2 - 4x + 1$ 3) $x^2 + 3x + 2$

$$\left(x + 3 + \sqrt{5}\right)\left(x + 3 - \sqrt{5}\right)$$

b) $x^2 + 3x - x\sqrt{5} + 3x + 9 - 3\sqrt{5} + x\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5$

$$x^2 + 6x + 4$$

c) ① $x^2 + 8x + 13$

$$\left(x^2 + 8x + 16\right) - 16 + 13$$
$$\left(x + 4\right)^2 - 3$$
$$\left(x + 4 + \sqrt{3}\right)\left(x + 4 - \sqrt{3}\right)$$

② $x^2 - 4x + 1$

$$\left(x^2 - 4x + 4\right) - 4 + 1$$
$$\left(x - 2\right)^2 - 3$$
$$\left(x - 2 + \sqrt{3}\right)\left(x - 2 - \sqrt{3}\right)$$

③ $x^2 + 3x + 2$

$$\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} + 2$$
$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$
$$\left(x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)$$
$$\left(x + 2\right)\left(x + 1\right)$$