

Math 30311 - B

Bloc 1 – Algèbre

Clinique : Bloc 1 – systèmes d'équations et inéquations

1. Définissez les variables x et y , et traduisez chacune des situations suivantes par un système d'équations.

- a) La somme de deux nombres est 60 et le double de l'un des nombres diminué cinq fois de l'autre donne 48.

$$\begin{aligned}x &: \text{est le 1er nombre} & x + y &= 60 \\y &: \text{est le 2e nombre} & 2x - 5y &= 48\end{aligned}$$

- b) Une salle de spectacle accueille 2500 personnes. Il y a quatre fois plus de garçons que de filles dans la salle.

$$\begin{aligned}x &: \text{est le nombre de garçons} & x + y &= 2500 \\y &: \text{est le nombre de filles} & x &= 4y\end{aligned}$$

- c) Au cinéma, Marc, Louise et leurs deux enfants doivent déboursier 24\$ pour les billets. David et ses trois enfants doivent déboursier 21,59\$.

$$\begin{aligned}x &: \text{prix pour un adulte} & 2x + 2y &= 24 \\y &: \text{prix pour un enfant} & x + 3y &= 21,59\end{aligned}$$

2. Résolvez ces systèmes d'équations par la méthode de ton choix.

a)
$$\begin{aligned}y &= 3x - 2 \\2x - 5y &= 7\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}12x + 4y + 4 &= 0 \\3x - 8y &= -181\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x - 5(3x - 2) &= 7 \\2x - 15x + 10 &= 7 \\-13x &= -3 \\x &= \frac{3}{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2\left(\frac{3}{13}\right) - 5y &= 7 \\-5y &= 7 - \frac{6}{13} \\y &= \frac{85}{13} \div -5 = \frac{-17}{13} \\&\left(\frac{3}{13}, \frac{-17}{13}\right)\end{aligned}$$

$$2x - y - 3z = 1$$

c)
$$\begin{aligned}3x + 2y - 2z &= -4 \\-x - 4y + 6z &= 22\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1) \quad 2x - y - 3z &= 1 & (1) \quad 2x - y - 3z &= 1 \\(2) \quad 3x + 2y - 2z &= -4 & (3) \quad -x - 4y + 6z &= 22 \\(1) \times 2 \quad 4x - 2y - 6z &= 2 & (1) \times 4 \quad 8x - 4y - 12z &= 4 \\(2) \quad 3x + 2y - 2z &= -4 & (3) \quad -x - 4y + 6z &= 22 \\(1) + (2) \quad 7x - 8z &= -2 & (4) \quad (1) - (3) \quad 9x - 18z &= -18 & (5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1) \quad 12x + 4y &= -4 \\(2) \quad 3x - 8y &= -181 \\(1) \times 2 \quad 24x + 8y &= -8 \\(2) \quad 3x - 8y &= -181 \\(1) + (2) \quad 27x &= -189 \\x &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}12(-7) + 4y &= -4 \\4y &= -4 + 84 \\4y &= 80 \\y &= 20 \\(-7, 20)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 (4) & 7x - 8z = -2 & \\
 (5) & 9x - 18z = -18 & (4) \quad 7x - 8z = -2 \quad 2x - y - 3z = 1 \\
 (4) \times 9 & 63x - 72z = -18 & 7x - 8(2) = -2 \quad 2(2) - y - 3(2) = 1 \\
 (5) \times 7 & 63x - 126z = -126 & 7x = 14 \quad -y = 1 - 4 + 6 \\
 (4) - (5) & 54z = 108 & x = 2 \quad y = -3 \\
 & z = 2 &
 \end{array}$$

$$(2, -3, 2)$$

3. Dans une boutique de décoration, on peut acheter 6 bougies aromatisées et 5 bougies non aromatisées pour 10,15\$. Pour 5,90\$, on obtiendra 2 bougies non aromatisées et 4 bougies aromatisées. Sachant qu'il existe un seul type de bougies aromatisées et un seul type de bougies non aromatisées, quel est le prix de vente de chaque sorte de bougies?

$$\begin{array}{l}
 x : \text{prix des bougies aromatisées} \quad 6x + 5y = 10,15 \\
 y : \text{prix des bougies non - aromatisées} \quad 4x + 2y = 5,90
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 (1) & 6x + 5y = 10,15 & \\
 (2) & 4x + 2y = 5,90 & 6x + 5(0,65) = 10,15 \\
 (1) \times 2 & 12x + 10y = 20,30 & 6x = 10,15 - 3,25 \\
 (2) \times 3 & 12x + 6y = 17,70 & 6x = 6,90 \\
 (1) - (2) & 4y = 2,60 & x = 1,15 \\
 & y = 0,65 &
 \end{array}$$

Les bougies aromatisées sont de 1,15\$ et les bougies non aromatisées sont de 0,65\$.

4. Dans une école secondaire, il y a 175 élèves inscrits en 2^e année du 2^e cycle. Le double du nombre de garçons diminue de 35 représente le nombre de filles inscrites. Combien y a-t-il de garçons et combien de filles sont inscrits dans cette école?

$$\begin{array}{l}
 x : \text{est le nombre de garçons} \quad x + y = 175 \\
 y : \text{est le nombre de filles} \quad 2x - 35 = y
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2x - 35 = 175 & x + y = 175 & \\
 3x = 210 & 70 + y = 175 & \text{Il y a 70 garçons et 105 filles.} \\
 x = 70 & y = 105 &
 \end{array}$$

5. La mesure de la diagonale d'un rectangle est de 15 cm. Le périmètre de ce rectangle est de 42 cm. Quels sont les dimensions de ce rectangle?

$$\begin{array}{l}
 x : \text{représente la longueur du rectangle} \quad 2x + 2y = 42 \rightarrow x + y = 21 \\
 y : \text{représente la largeur du rectangle} \quad 15^2 = x^2 + y^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 15^2 = x^2 + (21 - x)^2 \\
 225 = x^2 + 441 - 42x + x^2 \\
 0 = 2x^2 - 42x + 216 \\
 0 = 2(x^2 - 21x + 108) \\
 0 = 2(x - 12)(x - 9) \\
 x = 12 \text{ ou } x = 9
 \end{array}$$

Si $x = 12$ la valeur de y sera 9 et si $x = 9$, la valeur de y sera 12. Alors les dimensions du rectangle sera de 9cm par 12 cm.

6. Traduisez chacune des situations suivantes par une inéquation à deux variables. Identifiez ces deux variables :

a) En automobile, Luc roule au moins deux fois plus vite que son ami Patrick.

x : la vitesse de Luc
y : la vitesse de Patrick $x \geq 2y$

b) Au hockey, les Canadiens et les Sénateurs ont comptés au plus dix buts.

x : nombre de buts des Canadiens
y : nombre de buts des Sénateurs $x + y \leq 10$

c) Le résultat de Patrick sur son test ne dépasse pas de plus de 5 points celui de Melissa.

x : nombre de points de Patrick
y : nombre de points de Melissa $x \leq y + 5$

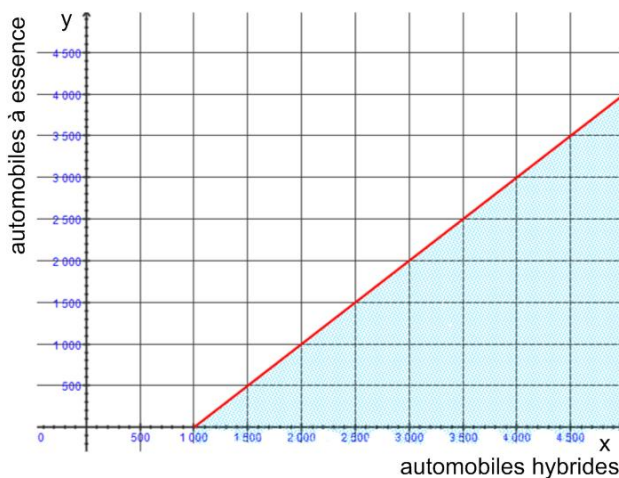
7. Un constructeur de véhicules automobiles produit au plus 1000 automobiles hybrides de moins que d'automobiles à essence.

a) Identifiez les inconnues à l'aide de variables différentes.

x : nombre d'automobiles hybrides
y : nombre d'automobiles à essence

b) Détermine une inéquation associée à cette situation. $y \leq x - 1000$

c) Représente graphiquement cette situation.



8. Pour couvrir le plancher d'une boutique, on utilise deux modèles de carreaux de céramique. L'un des deux modèles mesure 30,5 cm de côté et l'autre, 40,6 cm de côté. L'aire du plancher de cette boutique est au moins 715 000 cm².

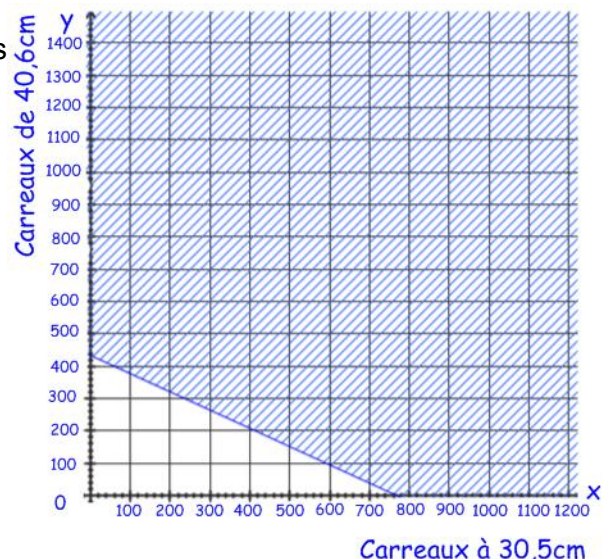
a) Identifiez les inconnues à l'aide de variables différentes

x : nombre de carreaux de 30,5cm
y : nombre de carreaux de 40,6cm

b) Détermine une inéquation associée à cette situation.

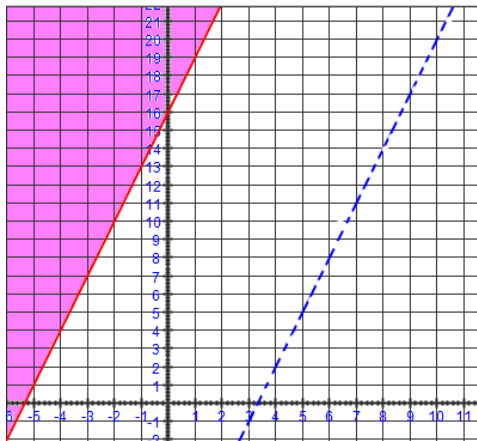
$$30,5^2 x + 40,6^2 y \geq 715000$$

c) Représente graphiquement cette situation.

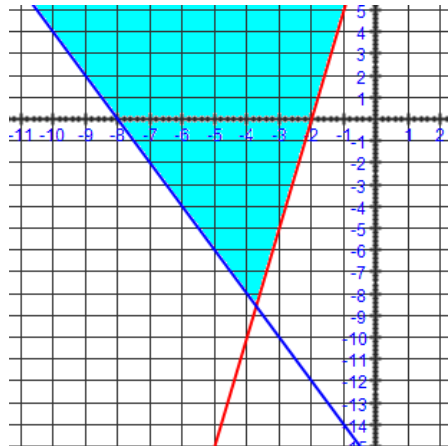


9. Dans chacune des situations, représentez dans le plein cartésien l'ensemble-solution du système d'inéquations.

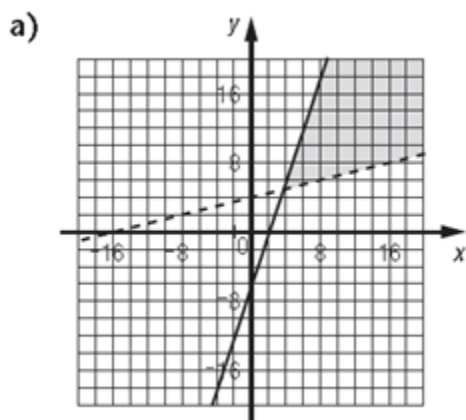
a) $y \geq 3x + 16$
 $y > 3x - 10$



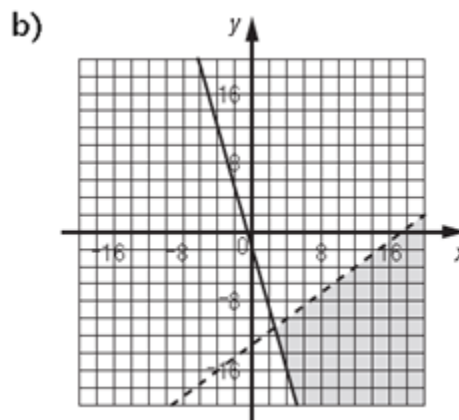
b) $5x - y + 10 < 0$
 $2x + y + 16 > 0$



10. Dans chaque cas, écrivez le système d'inéquations dont l'ensemble-solution est représenté ci-dessous.



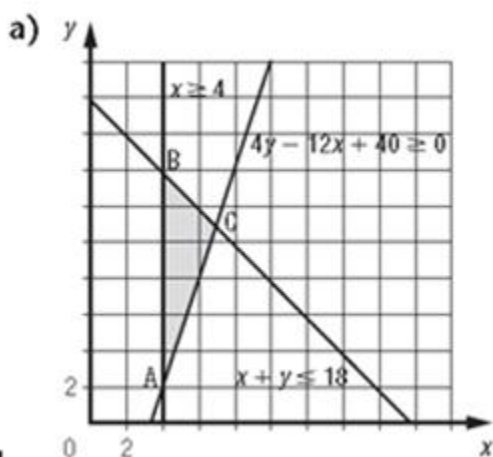
$b = 4; m = \frac{1}{4}$ $b = -6; m = 3$
 $y > \frac{1}{4}x + 4$ $y \leq 3x - 6$



$b = -2; m = \frac{-7}{2}$
 $y \geq \frac{-7}{2}x - 2$

$(-4, -16)$ et $(12, -4)$
 $m = \frac{-4 + 16}{12 - (-4)} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$
 $y = \frac{3}{4}x + b$
 $-4 = \frac{3}{4}(12) + b$
 $-4 - 9 = b$
 $b = -13$
 $y < \frac{3}{4}x - 13$

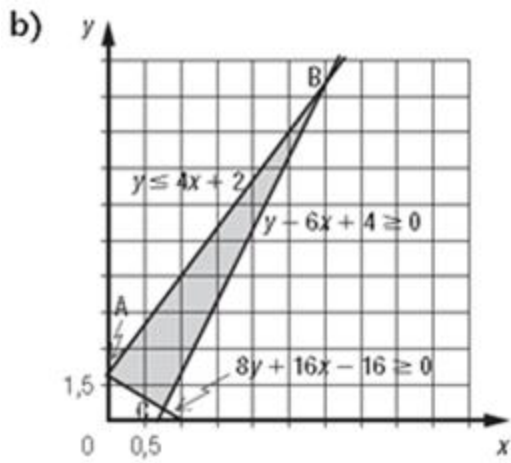
11. Déterminez algébriquement les coordonnées des sommets de chacun des polygones de contraintes.



A
 $x = 4$
 $4y - 12(4) + 40 = 0$
 $4y = 8$
 $y = 2$
A(4, 2)

B
 $x = 4$
 $4 + y = 18$
 $y = 14$
B(4, 14)

C
 $x + y = 18$
 $4y - 12(18 - y) = -40$
 $4y - 216 + 12y = -40$
 $16y = 176$
 $y = 11$
 $x = 9$
C(9, 11)



$$\begin{aligned}
 &A \\
 &x = 0 \\
 &y = 4(0) + 2 \\
 &y = 2 \\
 &A(0, 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &B \\
 &y = 4x + 2 \\
 &y - 6x + 4 = 0 \\
 &4x + 2 - 6x + 4 = 0 \\
 &-2x = -6 \\
 &x = 3 \\
 &y = 4 \times 3 + 2 = 14 \\
 &B(3, 14)
 \end{aligned}$$

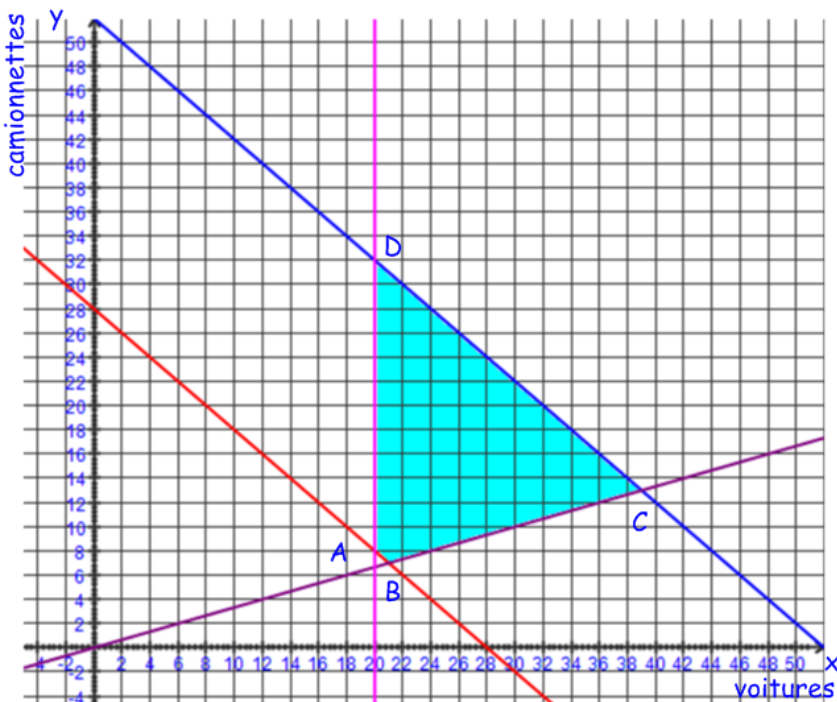
$$\begin{aligned}
 &8(6x - 4) + 16x = 16 \\
 &48x - 32 + 16x = 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &C \\
 &y - 6x + 4 = 0 \\
 &\text{alors } y = 6x - 4 \\
 &8y + 16x - 16 = 0 \\
 &8(6x - 4) + 16x = 16 \\
 &48x - 32 + 16x = 16 \\
 &64x = 48 \\
 &x = \frac{48}{64} = \frac{3}{4} \\
 &y = 6\left(\frac{3}{4}\right) + 4 = \frac{17}{2} \\
 &C\left(\frac{3}{4}, \frac{17}{2}\right)
 \end{aligned}$$

12. Une entreprise veut constituer un parc de véhicules composé de voitures et de camionnettes. On veut pouvoir disposer de 28 à 52 véhicules, dont au moins 20 voitures. Les employés utiliseront au maximum 3 fois plus de voitures que de camionnettes. Le prix d'achat d'une voiture est de 20000\$ et celui d'une camionnette est de 35000\$. Combien de voitures et de camionnettes cette entreprise doit-elle posséder afin de minimiser les prix d'achat?

$$\begin{aligned}
 &x + y \geq 28 \\
 &x + y \leq 52 \\
 &x \geq 20 \quad z = 20000x + 35000y \\
 &x \leq 3y \\
 &y \geq 0
 \end{aligned}$$

x : nombre de voitures
 y : nombre de camionnettes



$$\begin{aligned}
 &A(20, 8) \\
 &D(20, 32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &B \\
 &x = 3y \\
 &x + y = 28 \\
 &3y + y = 28 \\
 &4y = 28 \\
 &y = 7 \\
 &x + 7 = 28 \\
 &x = 21 \\
 &B(21, 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &C \\
 &x = 3y \\
 &x + y = 52 \\
 &3y + y = 52 \\
 &4y = 52 \\
 &y = 13 \\
 &x + 13 = 52 \\
 &x = 39 \\
 &C(39, 13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &z = 20000x + 35000y \\
 &A = 680000\$ \\
 &B = 665000\$ \\
 &C = 1235000\$ \\
 &D = 1520000\$
 \end{aligned}$$

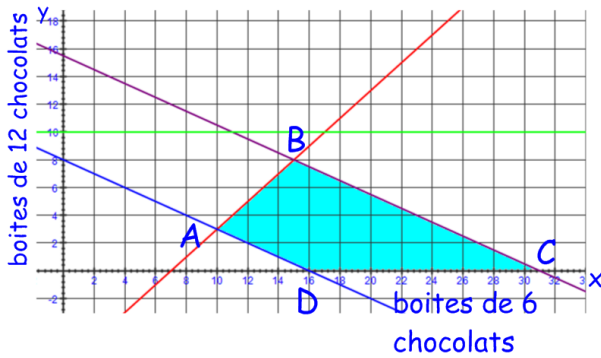
Il faudrait acheter 21 voitures et 7 camions.

13. Un chocolatier qui vend des chocolats dans des boîtes de 6 ou de 12 unités veut maximiser ses ventes. Les boîtes de 6 chocolats sont vendues 7\$ et celles de 12 chocolats sont vendues 12\$. Les statistiques de vent indiquent qu'il vend au moins 7 boîtes de 6 chocolats de plus que de boîtes de 12 chocolats par jour. Son équipement le contraint à produire un minimum de 96 chocolats et un maximum de 186 chocolats par jour. Il vend moins de 10 boîtes de 12 chocolats par jour. Combien de boîtes de chaque format devrait-il produire?

x : nombre de boîtes de 6 unités
 y : nombre de boîtes de 12 unités

$$\begin{aligned} x &\geq 7 + y \\ 6x + 12y &\geq 96 \\ 6x + 12y &\leq 186 \\ y &\leq 10 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z = 7x + 12y$$



$$D(16, 0)$$

A

$$\begin{aligned} x &= 7 + y \\ 6x + 12y &= 96 \\ 6(7 + y) + 12y &= 96 \\ 42 + 6y + 12y &= 96 \\ 18y &= 54 \\ y &= 3 \\ x &= 7 + 3 = 10 \\ A(10, 3) \end{aligned}$$

B

$$\begin{aligned} x &= 7 + y \\ 6x + 12y &= 186 \\ 6(7 + y) + 12y &= 186 \\ 42 + 6y + 12y &= 186 \\ 18y &= 144 \\ y &= 8 \\ x &= 7 + 8 = 15 \\ B(15, 8) \end{aligned}$$

C

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ 6x + 12y &= 186 \\ 6x &= 186 \\ x &= 31 \\ C(31, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= 7x + 12y \\ A &= 85\$ \\ B &= 201\$ \\ C &= 217\$ \\ D &= 112\$ \end{aligned}$$

Il faudrait faire 31 boîtes de 6 et 0 boîte de 12.