Math 30411
Module 6 – Trigonométrie – partie 1

Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

4.1 Pour chacune des mesures en radians suivantes trouve la mesure équivalente en degrés. Arrondis ta réponse au dixième.

1. $1{,}3$

$$\pi = 180^\circ \qquad 1{,}3 = x \qquad \pi x = 234 \qquad x = 74{,}5^\circ$$

3. $-2{,}4$

$$\pi = 180^\circ \qquad -2{,}4 = x \qquad \pi x = -432 \qquad x = -137{,}5^\circ$$

5. -3π

$$\pi = 180^\circ \qquad -3\pi = x \qquad \pi x = -540\pi \qquad x = -540^\circ$$

Pour chacune des mesures en degrés suivantes, trouve la mesure équivalente en radians. Exprime tes réponses en fonction de π

7. 45°

$$\pi = 180^\circ \qquad x = 45^\circ \qquad 180x = 45\pi \qquad x = \frac{45\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$

9. 36°

$$\pi = 180^\circ \qquad x = 36^\circ \qquad 180x = 36\pi \qquad x = \frac{36\pi}{180} = \frac{\pi}{5}$$

11. -150°

$$\pi = 180^\circ \qquad x = -150^\circ \qquad 180x = -150\pi \qquad x = \frac{-150\pi}{180} = \frac{-5\pi}{6}$$

Trouve un angle co-terminal positif et un angle co-terminal négatif pour chacun des angles indiqués.

13. 57°

$$57^\circ + 360^\circ = 417^\circ \qquad 57^\circ - 360^\circ = -303^\circ$$

15. -123°

$$-123^\circ + 360^\circ = 237^\circ \qquad -123^\circ - 360^\circ = -483^\circ$$

17. $4\pi/3$

$$4\pi/3 + 2\pi = 10\pi/3 \qquad 4\pi/3 - 2\pi = -2\pi/3$$

Détermine si les angles de chaque paire sont co-terminaux.

19. $7\pi/12,\ 43\pi/12$

$$43\pi/12 - 7\pi/12 = 3\pi$$

Ne se divise pas par 2, non

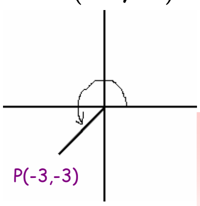
21. $-30^\circ, 690^\circ$

$$690^\circ + 30 = 720^\circ$$

Se divise pas 360, oui

4.2 Trouve les valeurs exactes des six rapports trigonométriques de θ si le côté terminal de $\prec\theta$, en position standard, contient le point indiqué.

23. $P(-3,-3)$



$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad r^2 = (-3)^2 + (-3)^2 \qquad r^2 = 18 \qquad r = 3\sqrt{2}$$

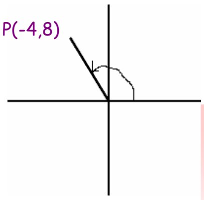
$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \qquad \cos ec\,\theta = \frac{r}{y} = \frac{3\sqrt{2}}{-3} = -\sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \qquad \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{3\sqrt{2}}{-3} = -\sqrt{2}$$

$$tg\,\theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-3} = 1 \qquad \cot g\,\theta = \frac{x}{y} = \frac{-3}{-3} = 1$$

Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

25. $P(-4,8)$



$r^2 = x^2 + y^2$

$r^2 = (-4)^2 + (8)^2$

$r^2 = 80$

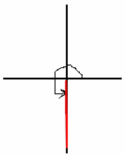
$r = 4\sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad$ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{r}{y} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-4}{4\sqrt{5}} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{4\sqrt{5}}{-4} = -\sqrt{5}$

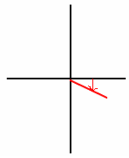
$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{8}{-4} = -2$ $\quad$ $\operatorname{cotg}\theta = \frac{x}{y} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$

Indique la valeur exacte de chaque expression.



27. $\sin 270° = -1$

29. $\operatorname{cotan}\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{\cos{-\pi/6}}{\sin{-\pi/6}} = \frac{\sqrt{3}/2}{-1/2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{-1} = -\sqrt{3}$



31. Si $\cos\theta = \frac{1}{3}$, trouve toutes les valeurs possibles de $\sin\theta$.

$r^2 = x^2 + y^2$

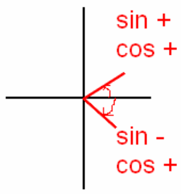
$(3)^2 = (1)^2 + y^2$

$y^2 = 8$

$y = \pm 2\sqrt{2}$

$\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin\theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$



4.3 Détermine l'amplitude et la période, en radians, de chaque fonction.

33. $y = -2\cos\frac{\theta}{3}$

$A = |-2| = 2$

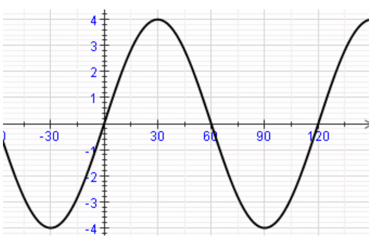
$P = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi$

35. $y = 5\sin\frac{7\theta}{12}$

$A = |5| = 5$

$P = \frac{2\pi}{7/12} = \frac{24\pi}{7}$

36. Détermine l'équation du graphique en termes de la fonction sinus.



$A = 4$

$P = 120° = \frac{360°}{b}$

$b = 3$

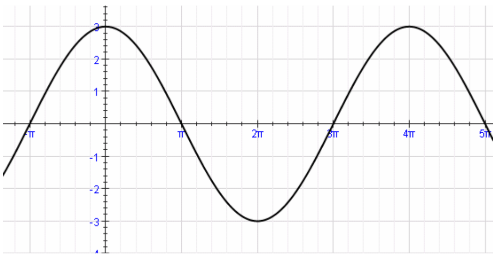
$DH = 0$

$DV = 0$

$y = 4\sin 3\theta$

Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

37. Détermine l'équation du graphique en termes de la fonction cosinus.



$A = 3$

$P = 4\pi = \dfrac{2\pi}{b}$

$b = \dfrac{1}{2}$

$DH = 0$

$DV = 0$

$y = 3\cos\dfrac{1}{2}\theta$

4.4 Détermine l'amplitude, la période, le déphasage horizontal et le déplacement vertical de chaque fonction par rapport à y = sin x ou à y = cos x. Représente graphiquement chaque fonction.

39. $y = \cos 6(x - 45^\circ)$

$A = 1$

$P = \dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

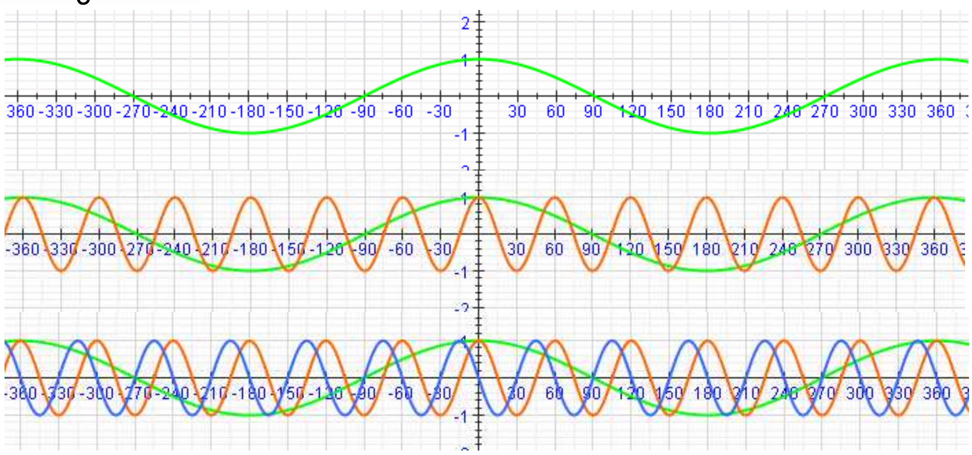
$DH = 45^\circ$ vers la droite

$DV = 0$

$y = \cos x$

$y = \cos 6x$

$y = \cos 6(x - 45^\circ)$



41. $y = 2\sin\dfrac{1}{3}(x + 90^\circ) + 4$

$A = 2$

$P = \dfrac{360^\circ}{1/3} = 1080^\circ$

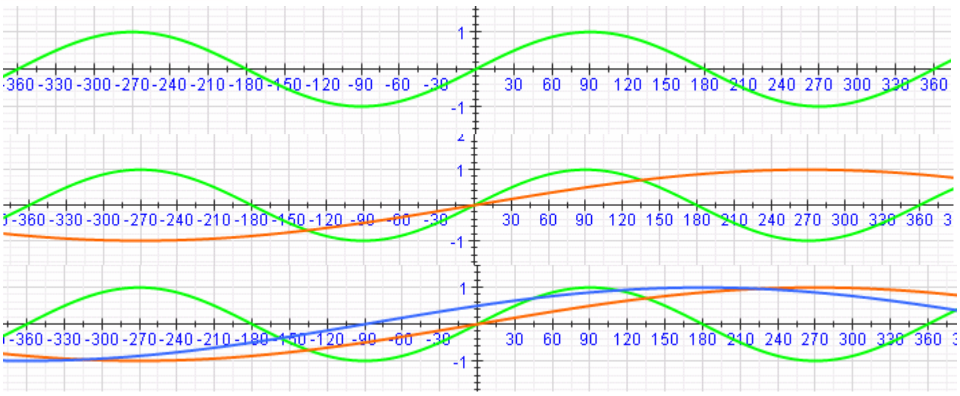
$DH = 90^\circ$ vers la gauche

$DV = 4$ vers le haut

$y = \sin x$

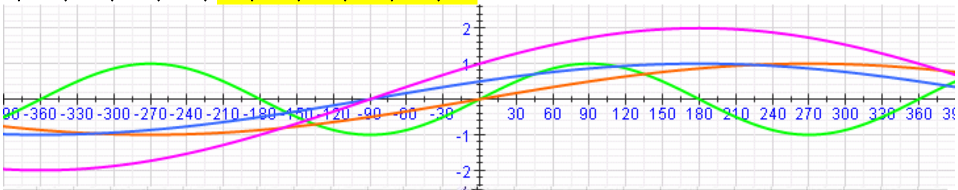
$y = \sin\dfrac{1}{3}x$

$y = \sin\dfrac{1}{3}(x + 90^\circ)$

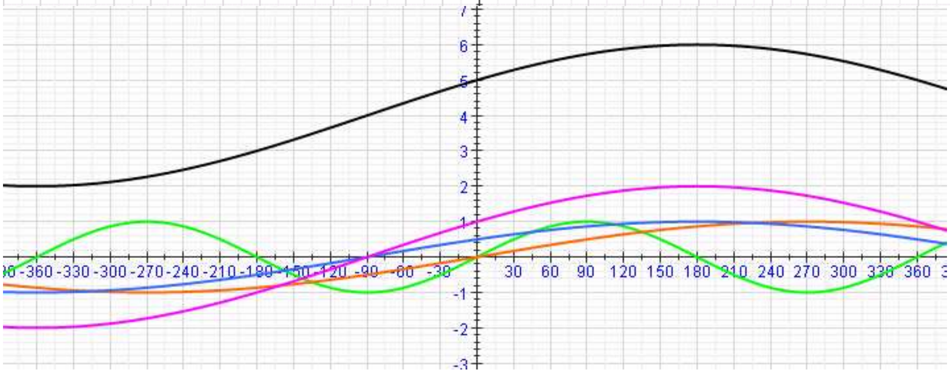


Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

$y = 2\sin\frac{1}{3}(x + 90^\circ)$

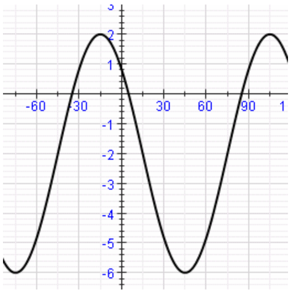


$y = 2\sin\frac{1}{3}(x + 90^\circ) + 4$



Pour chaque graphique, écris une équation de la forme $y = A\sin B(x + C) + D$ et de la forme $y = A\cos B(x + C) + D$. Explique le procédé utilisé pour obtenir ces équations.

42.



$A = \frac{|2 - (-6)|}{2} = 4$

$P = \frac{360^\circ}{|b|} = 120^\circ$

$b = 3$

$DH = 45^\circ$ à gauche

$DV = 2$ vers le bas

$y = 4\sin 3(x + 45^\circ) - 2$

$A = \frac{|2 - (-6)|}{2} = 4$

$P = \frac{360^\circ}{|b|} = 120^\circ$

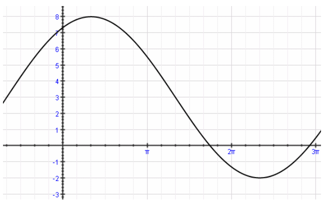
$b = 3$

$DH = 15^\circ$ à gauche

$DV = 2$ vers le bas

$y = 4\cos 3(x + 15^\circ) - 2$

43.



$A = \frac{|8 - (-2)|}{2} = 5$

$P = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi$

$b = 1/2$

$DH = 2\pi/3$ à gauche

$DV = 3$ vers le haut

$y = 5\sin\frac{1}{2}\left(x + 2\pi/3\right) + 3$

$A = \frac{|8 - (-2)|}{2} = 5$

$P = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi$

$b = 1/2$

$DH = \pi/3$ à droite

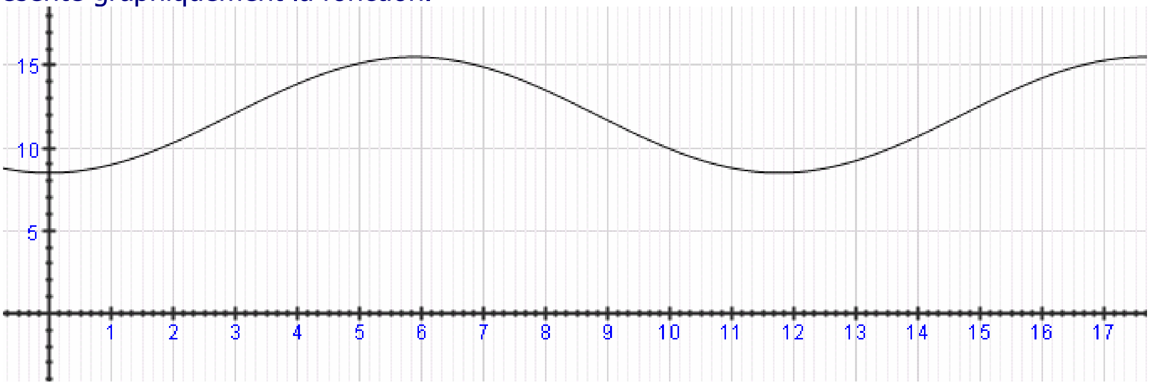
$DV = 3$ vers le haut

$y = 5\cos\frac{1}{2}\left(x - \pi/3\right) + 3$

Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

4.5 44. Marée. On peut représenter approximativement la profondeur de l'eau d'un port par l'équation : $p(t) = -3{,}5\cos 0{,}17\pi t + 12$ où p(t) est la profondeur, en mètres, et t, le temps écoulé depuis la marée basse, en heures.

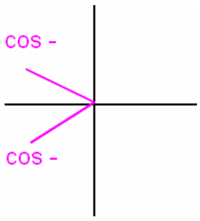
a) Représente graphiquement la fonction.



b) Quelle est la période de la marée, d'une marée haute à la suivante?

$$P = \frac{2\pi}{|0{,}17\pi|} = 11{,}8h$$ La période est de 11,8 heures.

c) Un navire de ligne a besoin d'un minimum de 13 m d'eau pour accoster sans risque. Pendant combien d'heures par cycle ce navire peut-il accoster sans risque?



$$p(t) = -3{,}5\cos 0{,}17\pi t + 12$$
$$13 = -3{,}5\cos 0{,}17\pi t + 12$$
$$1 = -3{,}5\cos 0{,}17\pi t$$
$$\frac{1}{-3{,}5} = \cos 0{,}17\pi t$$
$$-0{,}2857 = \cos 0{,}17\pi t$$

$$-0{,}2857 = \cos 0{,}17\pi t$$
$$\cos^{-1}(-0{,}2857) = 1{,}861$$
$$1{,}861 = 0{,}17\pi t$$
$$t = 3{,}5\text{heures}$$

ou

$$2\pi - 1{,}861 = 4{,}42$$
$$4{,}42 = 0{,}17\pi t$$
$$t = 8{,}3\text{heures}$$

Il peut accoster sans risques pendant 8,3heures – 2,5 heures = 4,8 heures.

45. Température. La température maximale quotidienne moyenne à Victoria atteint un maximum de 23°C le 27 juillet et un minimum de 5°C le 5 janvier.

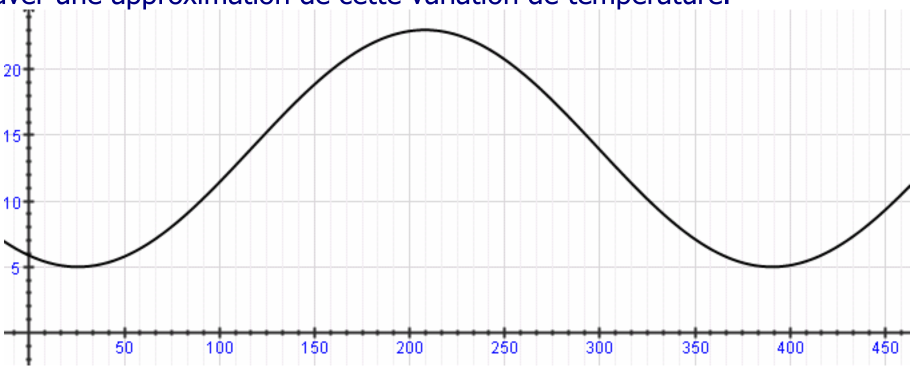
a) Utilise un modèle cosinus pour trouver une approximation de cette variation de température.

$$A = \frac{|23-5|}{2} = 9$$

$$P = \frac{2\pi}{|b|} = 365$$
$$b = 2\pi/365$$

$DH = 208$ vers la droite

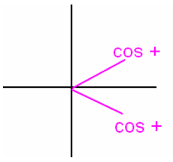
$DV = 23 - 9 = 14$ vers le haut



$$y = 9\cos\frac{2\pi}{365}(x - 208) + 14$$

Ex. révisions p.236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51

b) Combien de jours pourraient avoir un maximum de 20°C ou plus?



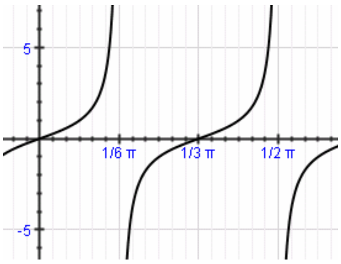
$$y = 9\cos\frac{2\pi}{365}(x-208)+14$$
$$20 = 9\cos\frac{2\pi}{365}(x-208)+14$$
$$6 = 9\cos\frac{2\pi}{365}(x-208)$$
$$0{,}667 = \cos\frac{2\pi}{365}(x-208)$$

$$0{,}667 = \cos\frac{2\pi}{365}(x-208)$$
$$0{,}841 = \frac{2\pi}{365}(x-208)$$
$$0{,}841\times 365 \div 2\pi = x-208$$
$$x = 256{,}9$$

$$2\pi - 0{,}841 = 5{,}442$$
$$5{,}442 = \frac{2\pi}{365}(x-208)$$
$$5{,}442\times 365 \div 2\pi = x-208$$
$$x = 159{,}15$$

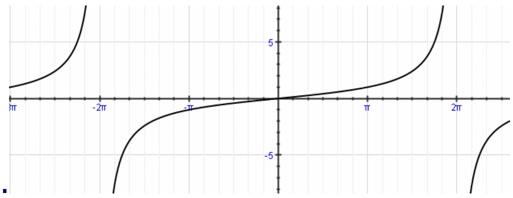
Il y aurait 256,9 - 159,15 = 97,8 jours avec plus de 20°.

4.6 Chaque diagramme représente une fonction de la forme $y = \tan kx$. Détermine la valeur de k pour chaque fonction.



46.

$$P = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{k}$$
$$k = 3$$



47.

$$P = 2\pi + 2\pi = 4\pi = \frac{\pi}{k}$$
$$k = \frac{1}{4}$$

Détermine la période et le déphasage de chaque fonction par $y = \tan x$.

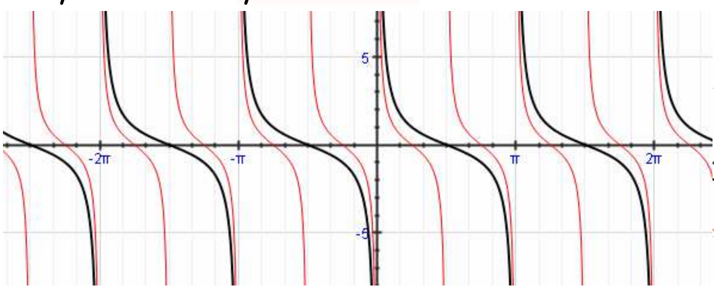
48. $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \tan 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$P = \frac{\pi}{2}$$
$DH = \frac{\pi}{4}$ à droite

49. $y = \tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan 4\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$

$$P = \frac{\pi}{4}$$
$DH = \frac{\pi}{12}$ à gauche

50. $y = \cot an x$ $y = \cot an 2x$



51. $y = \sec x$ $y = 4\sec x$