

Mathématiques 30331C

Exercices enlève 9, 12, 14, 18(1200\$), 20

1. Calculer la valeur acquise d'un capital de 125 000 \$ placé à 6,5 % l'an pendant 4 ans. Les intérêts sont capitalisés annuellement.

$$M = ? \quad M = C(1+i)^n$$

$$C = 125000\$ \quad M = 125000(1 + 0,065)^4$$

$$i = 6,5\% \quad M = 160808,29\$$$

$$n = 4 \text{ ans}$$

La valeur acquise serait de 160808,29\$

2. Un capital de 28 000 \$ est placé au taux annuel de 4,5 %. Les intérêts sont capitalisés mensuellement. Déterminer la valeur acquise par ce capital au bout de 35 mois de placement.

$$M = ? \quad M = C(1+i)^n$$

$$C = 28000\$ \quad M = 28000 \left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{35}$$

$$i = 4,5\% \div 12$$

$$n = 35 \text{ mois} \quad M = 31919,24\$$$

La valeur acquise serait de 31919,24\$

3. La valeur acquise d'un capital placé au taux de 5,5 % l'an pendant 3 ans est de 53 428 \$ (capitalisation annuelle). Calculer le montant du capital en début de placement.

$$M = 53428\$ \quad M = C(1+i)^n$$

$$C = ? \quad 53428 = C(1 + 0,055)^3$$

$$i = 5,5\%$$

$$n = 3 \text{ ans} \quad \frac{53428}{1,174241375} = \frac{C(1,174241375)}{1,174241375}$$

$$C = 45500,01\$$$

La valeur du capital était 45500\$

4. La valeur acquise d'un capital de 85 000 \$ placé pendant 4 ans est de 107 310 \$ (capitalisation semestrielle). Calculer le taux de placement.

$$M = 107310\$ \quad M = C(1+i)^n$$

$$C = 85000\$ \quad 107310 = 85000 \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$$

$$i = \frac{x}{2}$$

$$n = 4 \text{ ans} \times 2 / \text{an} = 8$$

$$(1,262470588)^{\frac{1}{8}} = \left(\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8\right)^{\frac{1}{8}}$$

$$1 + \frac{x}{2} = 1,02956365$$

$$\frac{x}{2} = 0,02956365$$

$$x = 0,05912729$$

La taux d'intérêt serait de 5,91%

Mathématiques 30331C

5. Un capital de 60 000 \$ placé au taux annuel de 7,5 % est capitalisé par quinzaine. Le capital disponible est de 70 349,18 \$ à la fin du placement. Calculez la durée de placement (on considère 24 quinzaines dans l'année). (essais de trouver l'exposant avec essai-erreur, on apprendra une meilleure méthode au bloc 2)

$$M = C(1 + i)^n$$

$$70349,18 = 60000(1 + 0,075 \div 24)^{24x}$$

$$M = 70349,18\$$$

$$C = 60000\$$$

$$i = 7,5\% \div 24$$

$$n = x \times 24$$

$$\frac{70349,18}{60000} = (1 + 0,075 \div 24)^{24x}$$

$$1,172486 = 1,003125^{24x}$$

$$(1,003125)^{51} = 1,003125^{24x}$$

$$51 = 24x$$

$$x = 2,125 = 2 \frac{125}{1000} = 2 \frac{1}{8} \text{ années}$$

6. Un capital C d'un montant de 90 000 \$ est placé à intérêts composés pendant 5 ans au taux annuel de 9 %, la capitalisation des intérêts est annuelle. A quel taux aurait-il fallu placer le capital initial à intérêts simples pour obtenir le même revenu que celui à intérêts composés au bout 5 ans ?

$$M = ?$$

$$C = 90000\$$$

$$i = 9\% \div 1$$

$$n = 5 \text{ ans} \times 1$$

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 90000(1 + 0,09)^5$$

$$M = 138476,16\$$$

$$138476,16 - 90000 = 48476,16$$

$$I = Cid$$

$$48476,16 = 90000 \times i \times 5$$

$$i = 10,77\%$$

L'intérêt simple serait de 10,77%

7. Un capital de 50 000 \$ est placé à intérêts composés à un taux annuel de 4,2 %.
a) Calculer la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans, la capitalisation étant annuelle. Cette valeur sera calculée au centime le plus proche.

$$M = ?$$

$$C = 50000\$$$

$$i = 4,2\% \div 1$$

$$n = 5 \text{ ans} \times 1$$

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 50000(1 + 0,042)^5$$

$$M = 614198,28\$$$

- b) Pendant combien d'années faut-il placer ce capital pour qu'il ait une valeur acquise de 72406,82\$?

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 72406,82\$$$

$$C = 50000\$$$

$$i = 4,2\% \div 1$$

$$n = x \times 1$$

$$72406,82 = 50000(1 + 0,042)^x$$

$$1,4481364 = (1,042)^x$$

$$(1,042)^9 = (1,042)^x$$

$$x = 9$$

Il faudra 9 ans afin d'avoir la somme de 72406,82\$.

Mathématiques 30331C

8. L'entreprise NORD-IST prévoit d'investir, dans le futur, 600 000 \$ de matériel de stockage. Pour cela, elle décide de placer en 2013 de l'argent à intérêts composés au taux annuel de 4 %.
- a) Calculer la somme d'argent qui doit être placée (à intérêts composés) si l'entreprise NORD-IST veut réaliser un investissement de 600 000 \$ dans 5 ans.

$$M = 600000\$$$

$$C = ?$$

$$i = 4\% \div 1$$

$$n = 5 \text{ ans} \times 1$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$600000 = C(1+0,04)^5$$

$$600000 = C(1,216652902)$$

$$C = 493156,63\$$$

- b) En 2013, l'entreprise place 422 000 \$. Calculer à partir de quelle année, l'entreprise NORD-IST pourra réaliser cet investissement de 600 000 \$.

$$M = 600000\$$$

$$C = 422000\$$$

$$i = 4\% \div 1$$

$$n = x \times 1$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$600000 = 422000(1+0,04)^x$$

$$1,4218009 = (1,04)^x$$

$$(1,04)^9 = (1,04)^x$$

$$x = 9 \text{ ans}$$

A partir de 2022, l'entreprise réaliserait 600000\$.

9. L'entreprise NORD-IST prévoit d'investir, dans le futur, 600 000 \$ de matériel de stockage. Pour cela, elle décide de placer en 1999 de l'argent à intérêts composés au taux annuel de 4 %.
- a) Calculer la somme d'argent qui doit être placée (à intérêts composés) si l'entreprise NORD-IST veut réaliser un investissement de 600 000 \$ dans 5 ans. Donner le résultat arrondi au \$ près.
- b) En 1999, l'entreprise place 422 000 \$. Calculer à partir de quelle année, l'entreprise NORD-IST pourra réaliser cet investissement de 600 000 \$.

10. Une personne désire placer une somme de 25 000 \$. Elle reçoit les propositions de deux banques (A et B).

- la banque A propose un taux annuel de placement de 5,6 % avec capitalisation des intérêts en fin d'année ;

- la banque B propose le taux annuel de placement de 5,4 % avec une capitalisation mensuelle.

L'objectif est de retrouver la banque qui propose le placement le plus intéressant.

- a) Si la personne place la somme dans la banque A, calculer la valeur acquise et l'intérêt produit après un an de placement.

$$M = ?$$

$$C = 25000\$$$

$$i = 5,6\% \div 1$$

$$n = 1 \text{ an} \times 1$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 25000(1+0,056)^1$$

$$M = 26400\$$$

Cette personne aura 1400\$ en intérêts.

Mathématiques 30331C

b) Si la personne place la somme dans la banque B,

i) Calculer le taux proportionnel mensuel.

$$i = 5,4\% \div 12 = 0,45\%$$

ii) Calculer la valeur acquise et l'intérêt produit après un an de placement avec la capitalisation mensuelle.

$$M = ?$$

$$M = C(1 + i)^n$$

$$C = 25000\$$$

$$i = 5,4\% \div 12 = 0,0045 \quad M = 25000(1 + 0,0045)^{12}$$

$$M = 26383,92\$$$

$$n = 1 \text{ an} \times 12$$

Cette personne aura 1383,92\$ en intérêts.

iii) Quel est le placement le plus avantageux ? Justifier par une phrase.

La banque A propose le meilleur taux, le placement rapporterait plus d'intérêts.

11. Que devient, après 15 ans, une somme de 8000 \$ placée à intérêts composés à 5 % ?

$$M = ?$$

$$M = C(1 + i)^n$$

$$C = 8000\$$$

$$M = 8000(1 + 0,005)^{15}$$

$$i = 5\% \div 1$$

$$M = 8621,46\$$$

$$n = 15 \text{ ans} \times 1$$

Cette somme devient 8621,46\$.

12. Un capital de 9 000 \$ a produit, capital et intérêts composés, une somme de 12 000 \$, le taux étant de 5 %. Combien d'années est-il resté placé ?

13. A quel taux faut-il placer un capital de 10 000 \$, pour qu'il produise, capital et intérêts composés, une somme de 15 938,48 \$ en 8 ans.

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 15938,48\$ \quad 15938,48 = 10000(1 + x)^8$$

$$C = 10000\$$$

$$i = x\% \div 1 \quad (1,593848)^{1/8} = \left((1 + x)^8 \right)^{1/8}$$

$$n = 8 \text{ ans} \times 1$$

$$1,06 = 1 + x$$

$$x = 6\%$$

Il faut le placer à du 6%.

14. On cherche la valeur acquise par 2500\$, placés à intérêts composés au taux annuel de 2,75% après 6 ans.

Mathématiques 30331C

15. Calculons la valeur acquise par 5000, placés à intérêts composés au taux semestriel de 3,5% après 15 ans.

$$M = ?$$

$$C = 5000\$$$

$$i = 3,5\% = 3,5\%$$

$$n = 15 \text{ ans} \times 2 = 30$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 5000(1+0,035)^{30}$$

$$M = 14033,97\$$$

16. Calculer la valeur acquise par un capital de 2000\$ placé à un taux trimestriel de 2% après 30 ans. Quels sont les intérêts générés par le placement en 30 ans ?

$$M = ?$$

$$C = 2000\$$$

$$i = 2\%$$

$$n = 30 \text{ ans} \times 4 = 120$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 2000(1+0,02)^{120}$$

$$M = 21530,32\$$$

$$\text{Intérêts} = 21530,32 - 2000$$

$$= 19530,32\$$$

Ce placement génère 19530,32\$ en intérêts.

17. Quelle somme faut-il placer aujourd'hui à un taux semestriel de 2% pour obtenir 15000\$ après 5 années ?

$$M = 15000\$$$

$$C = ?$$

$$i = 2\%$$

$$n = 5 \text{ ans} \times 2 = 10$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$15000 = C(1+0,02)^{10}$$

$$C = 12305,22\$$$

Il faut placer la somme de 12305,22\$.

18. A quel taux semestriel faut-il placer un capital de 1000\$ pour obtenir 1200\$ après 18 mois ?

$$M = 1200\$$$

$$C = 1000\$$$

$$i = x\% \div 2$$

$$n = \frac{18 \text{ mois}}{12 \text{ mois}} \times 2 = 3$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$1200 = 1000 \left(1 + \frac{x}{200}\right)^3$$

$$(1,2)^{\frac{1}{3}} = \left[\left(1 + \frac{x}{200}\right)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$1,06265 = 1 + \frac{x}{200}$$

$$0,06265 \times 200 = x$$

$$12,5\% = x$$

Il faudrait un taux de 12,5%, donc 6,265% semestriellement

Mathématiques 30331C

19. Une première loterie offre 2000\$ dans deux ans tandis que la seconde propose 1800\$ tout de suite. Sachant que je peux placer l'argent à un taux de 3% par an, quelle est l'option la plus intéressante ?

$$M = ?$$

$$C = 1800\$$$

$$i = 3\% \div 1$$

$$n = 2 \text{ ans} \times 1 = 2$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 1800(1+0,03)^2$$

$$M = 1909,62\$$$

Celle qui propose d'attendre 2 ans serait la meilleure.

20. On place un capital de 5'000\$, à un taux annuel de 6%. On voudrait savoir à quel taux mensuel il faut placer ce capital pour obtenir la même valeur acquise.

- a) Quelle est la valeur acquise après une année ?

$$M = ?$$

$$C = 5000\$$$

$$i = 6\% \div 1 = 6\%$$

$$n = 1 \text{ an} \times 1 = 1$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 5000(1+0,06)^1$$

$$M = 5300\$$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$5300 = 5000 \left(1 + \frac{x}{1200}\right)^{12}$$

$$M = 5300$$

$$C = 5000\$$$

$$i = x\% \div 12$$

$$n = 1 \text{ an} \times 12 = 12$$

$$(1,06)^{1/12} = \left[\left(1 + \frac{x}{1200}\right)^{12}\right]^{1/12}$$

$$1,0048676 = 1 + \frac{x}{1200}$$

$$x = 5,84\%$$

- b) Que se passe-t-il avec un taux mensuel de 0,5% après une année ? Expliquer.

$$M = 5000(1+0,005)^{12}$$

$$M = 5308,39\$$$

Le taux est un peu plus haut car la valeur de M est plus grande.

- c) Notons m le taux mensuel, écrire une équation donnant m puis la résoudre.

$$M = 5000(1+m\%)^{12}$$

- d) Ce calcul dépend-il de la valeur de C? Expliquer.

Non, le calcul reste le même, ce qui change est le i.