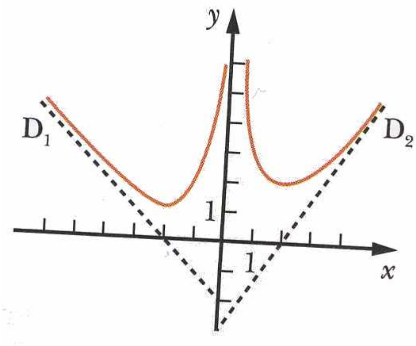
Ex. 8.3 p.282 # 1, 2, 3, 4

*Ex 8.3 : p. 282*

1. Compléter la définition suivante.

La droite d'équation y = ax + b, où $a \neq 0$, est une asymptote oblique de la courbe de f s'il est possible d'exprimer f(x) sous la forme $f(x) = ax + b + r(x)$, telle que $\lim\limits_{x \to -\infty} r(x) = 0$ ou $\lim\limits_{x \to +\infty} r(x) = 0$

2. Donner l'équation des asymptotes obliques ci-dessous.




$D_1$ passe par (-2, 0) et (0, -2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-0}{0+2} = -1 \qquad y = -x - 2$$

$D_2$ passe par (2, 0) et (0, -3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-0}{0-2} = \frac{3}{2} \qquad y = \frac{3}{2}x - 3$$

3. Déterminer, si possible, les asymptotes obliques des fonctions suivantes.

a) $f(x) = 5x - 1 + \dfrac{7}{x^2}$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{7}{x^2} = 0$$
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{7}{x^2} = 0$$

, donc 5x – 1 est une asymptote oblique.

b) $f(x) = \dfrac{4x^3 - 6x^2 + x - 4}{x^2} = 4x - 6 + \dfrac{x-4}{x^2}$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x-4}{x^2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(1 - \frac{4}{x}\right)}{x^2} = 0$$
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x-4}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x\left(1 - \frac{4}{x}\right)}{x^2} = 0$$

, donc 4x – 6 est une asymptote oblique.

c) $f(x) = \dfrac{x - x^3 - 1}{1 + x^3} = -1 + \dfrac{x}{1+x^3}$

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + x - 1 & x^3 + 1 \\ \underline{-x^3 - 1} & -1 \\ x & \end{array}$$

Aucune asymptote oblique, a = 0

d) $f(x) = \dfrac{x + 1 + x^3 + 3x^2}{x} = x^2 + 3x + 1 + \dfrac{1}{x}$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 + x + 1 & x \\ \underline{x^3} & x^2 + 3x + 1 \\ 3x^2 + x + 1 & \\ \underline{3x^2} & \\ x + 1 & \\ \underline{x} & \\ 1 & \end{array}$$

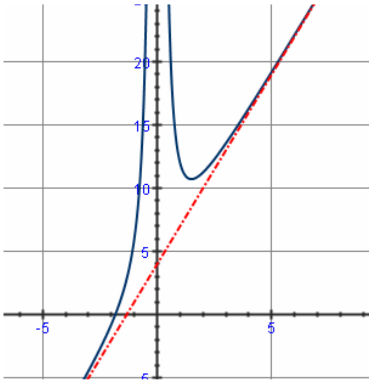
$$\lim_{x \to -\infty} x^2 + \frac{1}{x} = \infty$$
$$\lim_{x \to +\infty} x^2 + \frac{1}{x} = \infty$$

Aucune asymptote oblique, $\lim\limits_{x \to \pm\infty} r(x) \neq 0$

Ex. 8.3 p.282 # 1, 2, 3, 4

4. Déterminer les asymptotes obliques des fonctions suivantes et donner l'esquisse du graphique de la fonction près de ces asymptotes.

a) $f(x)=\dfrac{3x^3+4x^2+5}{x^2}=3x+4+\dfrac{5}{x^2}$

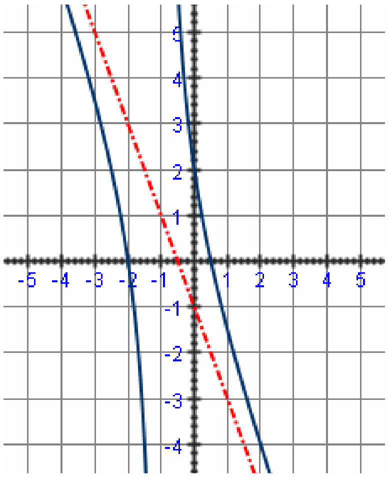



$$\begin{array}{r|l} 3x^3+4x^2+5 & x^2 \\ \hline \underline{3x^3} & 3x+4 \\ 4x^2+5 & \\ \underline{4x^2} & \\ 5 & \end{array}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{x^2}=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{x^2}=0$, donc 3x + 4 est une asymptote oblique

b) $f(x)=\dfrac{-2x^2-3x+2}{x+1}=-2x-1+\dfrac{3}{x+1}$




$$\begin{array}{r|l} -2x^2-3x+2 & x+1 \\ \hline \underline{-2x^2-2x} & -2x-1 \\ -x+2 & \\ \underline{-x-1} & \\ 3 & \end{array}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{x+1}=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x+1}=0$, donc -2x - 1 est une asymptote oblique

c) $f(x)=\sqrt{4x^2+9}$

pour $x\to-\infty$

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+9}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{9}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{9}{x^2}}}{x}=-2$$

$$b=\lim_{x\to-\infty}[f(x)-ax]=\lim_{x\to-\infty}\left[\sqrt{4x^2+9}+2x\right]\times\frac{\left[\sqrt{4x^2+9}-2x\right]}{\left[\sqrt{4x^2+9}-2x\right]}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left[4x^2+9-4x^2\right]}{\left[\sqrt{4x^2+9}-2x\right]}=\lim_{x\to-\infty}\frac{9}{\sqrt{4x^2+9}-2x}=0$$

Donc, y = -2x est une asymptote oblique quand $x\to-\infty$

pour $x\to+\infty$

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+9}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{9}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\sqrt{4+\frac{9}{x^2}}}{x}=2$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=\lim_{x\to+\infty}\left[\sqrt{4x^2+9}-2x\right]\times\frac{\left[\sqrt{4x^2+9}+2x\right]}{\left[\sqrt{4x^2+9}+2x\right]}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[4x^2+9-4x^2\right]}{\left[\sqrt{4x^2+9}+2x\right]}=\lim_{x\to+\infty}\frac{9}{\sqrt{4x^2+9}+2x}=0$$

Donc, y = 2x est une asymptote oblique quand $x\to+\infty$