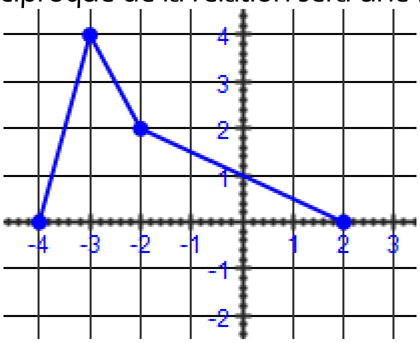
33Révision MATH 30411C: Bloc 2

<u>Retour sur le bloc 1</u>

Pré-calcul p. 52, #3, 5

3. Indique si chaque relation est une fonction. Ensuite, utilise le test de la droite horizontale pour déterminer si la réciproque de la relation sera une fonction.

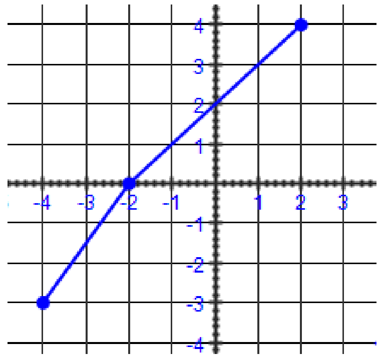
a)



Fonction oui

Réciproque non

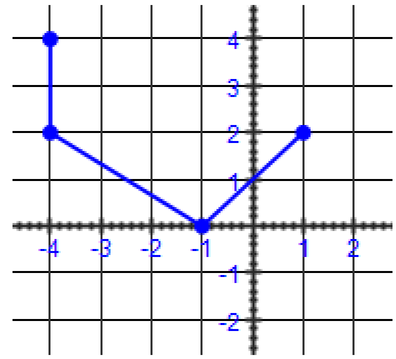
b)



Fonction oui

Réciproque oui

c)



Fonction non

Réciproque non

5. Détermine algébriquement l'équation de la réciproque de chaque fonction.

a) $f(x) = 7x$

$x = 7y$

$f^{-1} = y = \frac{x}{7}$

b) $f(x) = -3x + 4$

$x = -3y + 4$

$x - 4 = -3y$

$f^{-1} = y = \frac{x-4}{-3}$

c) $f(x) = \frac{x+4}{3}$

$x = \frac{y+4}{3}$

$3x = y + 4$

$f^{-1} = y = 3x - 4$

d) $f(x) = \frac{x}{3} - 5$

$x = \frac{y}{3} - 5$

$x + 5 = \frac{y}{3}$

$f^{-1} = y = 3(x+5)$

e) $f(x) = 5 - 2x$

$x = 5 - 2y$

$x - 5 = -2y$

$f^{-1} = y = \frac{x-5}{-2}$

f) $f(x) = \frac{1}{2}(x+6)$

$x = \frac{1}{2}(y+6)$

$2x = y + 6$

$f^{-1} = y = 2x - 6$

Pré calcul p. 124, #7ab, 8c

7. Détermine le reste de chaque division.

a) $(x^3 + 2x^2 - 3x + 9) \div (x+3)$

$(-3)^3 + 2(-3)^2 - 3(-3) + 9 = 9$

b) $\frac{2t - 4t^3 - 3t^2}{t-2}$

$2(2) - 4(2)^3 - 3(2)^2 = -40$

8. Pour chaque dividende, détermine la valeur de k si le reste de la division est 3.

c) $\left(x^3 + kx^2 + x + 5\right) \div \left(x + 2\right)$

$$(-2)^3 + k(-2)^2 + (-2) + 5 = 3$$
$$-8 + 4k + 3 = 3$$
$$4k = 8$$
$$k = 2$$

Pré calcul p.133-134 nos. 3abc, 5d, 6b, 7c

3. Indique si chaque polynôme a x + 2 comme facteur.

a) $5x^2 + 2x + 6$

$$5(-2)^2 + 2(-2) + 6$$
$$20 - 4 + 6 = 22$$
non

b) $2x^3 - x^2 - 5x - 8$

$$2(-2)^3 - (-2)^2 - 5(-2) - 8$$
$$-16 - 4 + 10 - 8 = -18$$
non

c) $2x^3 + 2x^2 - x - 6$

$$2(-2)^3 + 2(-2)^2 + 2 - 6$$
$$-16 + 8 - 4 = -12$$
non

5. Factorise complètement chaque fonction polynomiale.

d) $P(x) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 34x - 24$

$$\begin{array}{r|rrrrr} x+1 & 1 & 4 & -7 & -34 & -24 \\ - & & 1 & 3 & -10 & -24 \\ \hline & 1 & 3 & -10 & -24 & 0 \end{array} = (x+1)(x^3 + 3x^2 - 10x - 24)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+2 & 1 & 3 & -10 & -24 \\ - & & 2 & 2 & -24 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

$$= (x+1)(x+2)(x^2 + x - 12)$$
$$= (x+1)(x+2)(x+4)(x-3)$$

6. Factorise complètement chaque polynôme.

b) $t^3 + t^2 - 22t - 40$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+2 & 1 & 1 & -22 & -40 \\ - & & 2 & -2 & -40 \\ \hline & 1 & -1 & 20 & 0 \end{array}$$

$$= (x+2)(x^2 - x + 20)$$
$$= (x+2)(x-5)(x+4)$$

7. Détermine la ou les valeurs de k pour lesquelles le binôme indiqué est un facteur du polynôme.

c) $x^3 + 4x^2 + x + k; x + 2$

$$(-2)^3 + 4(-2)^2 - 2 + k = 0$$
$$-8 + 16 - 2 = -k$$
$$6 = -k$$
$$k = -6$$

Feuille

1. Détermine si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni un, ni l'autre.

a) $f(x) = x^3 + x^6$

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x)^6$$
$$= -x^3 + x^6$$

$$-f(x) = -(x^3 + x^6)$$
$$= -x^3 - x^6$$

ni l'une ni l'autre

b) $f(x) = x^3 + x$

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x)$$
$$= -x^3 - x$$

$$-f(x) = -(x^3 + x)$$
$$= -x^3 - x$$

Impaire

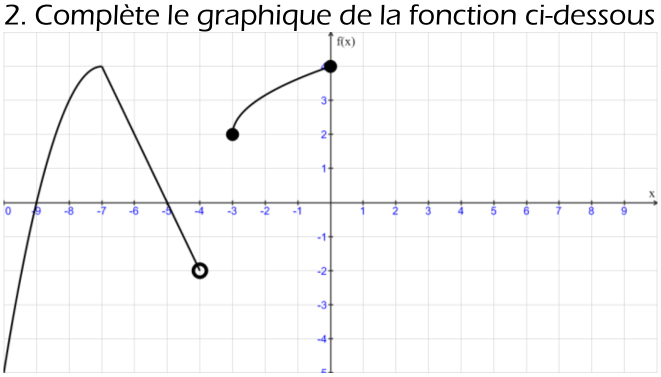
c) $f(x) = \dfrac{x^2 + x^6}{2}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 + (-x)^6}{2}$$
$$= \frac{x^2 + x^6}{2}$$

$$-f(x) = -\left(\frac{x^2 + x^6}{2}\right)$$

Paire

2. Complète le graphique de la fonction ci-dessous si la fonction est a) paire, b) impaire.



Fonction

x	y
-5	4
-4	-2
-3	2
0	4

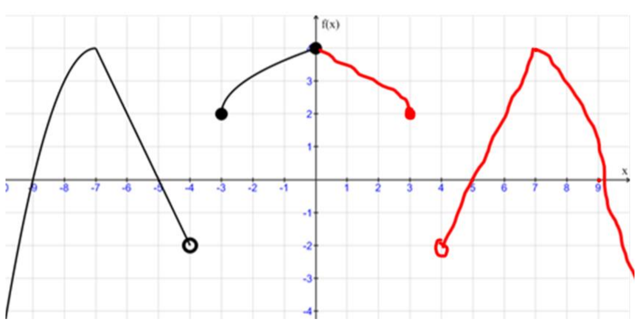
Paire

x	y
5	4
4	-2
3	2
0	4

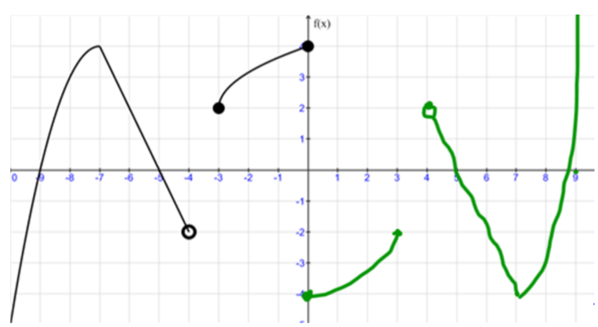
Impaire

x	y
5	-4
4	2
3	-2
0	-4

a)



b)



Les équations logarithmes et exponentielles

Omn 12, p.90 nos 21, 24def, 26, 34,
Quelle est la demi-vie de la substance indiquée?
21. En 40,8 ans, la quantité de plomb 210 d'un échantillon est réduite à 25% de sa valeur initiale.

$$f(x) = C(X)^{\frac{x}{d}}$$

$f(x) = 25\%C$

$C = C$

$x = 40,8 \text{ ans}$

$X = \frac{1}{2}$

$$0,25C = C\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40,8}{d}}$$
$$0,25 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40,8}{d}}$$
$$\log_{1/2} 0,25 = \frac{40,8}{d}$$
$$2 = \frac{40,8}{t}$$
$$20,4 \text{ ans} = t$$

24. Résous chaque équation.

d) $\left(5^{x-1}\right)^{x} = 25$

$$5^{x^2-x} = 5^2$$
$$x^2 - x = 2$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x-2)(x+1) = 0$$
$$x = 2 \quad x = -1$$
à rejeter
$$\{2\}$$

e) $2^{x-1} - 2^{x} = 2^{-3}$

$$2^{x-1}(1-2) = 2^{-3}$$
$$-2^{x-1} = 2^{-3}$$
aucune solution
$$\{\ \}$$

f) $3^{x+1} + 3^{x} = 36$

$$3^x(3+1) = 36$$
$$3^x = 9$$
$$3^x = 3^2$$
$$x = 2$$
$$\{2\}$$

26. Demi-vie : la demi-vie du sodium 24 est de 14,9 heures. Un hôpital achète un échantillon de 40 mg de sodium 24.

a) Au dixième près, combien de grammes de sodium 24 restera-t-il après 48 heures?

$f(x) = ?$

$C = 40mg$

$d = 14,9 \text{ heures}$

$X = \frac{1}{2}$

$x = 48\text{heures}$

$$f(x) = C(X)^{\frac{x}{d}}$$
$$f(x) = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{48}{14,9}}$$
$$f(x) = 4,9mg$$

b) Après combien de temps restera-t-il seulement 2,5 mg?

$f(x) = 2,5mg$

$C = 40mg$

$d = 14,9 \text{ heures}$

$X = \frac{1}{2}$

$x = ?$

$$f(x) = C(X)^{\frac{x}{d}}$$
$$2,5 = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{14,9}}$$
$$0,0625 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{14,9}}$$
$$\log_{\frac{1}{2}} 0,0625 = \frac{x}{14,9}$$
$$4 \times 14,9 = x$$
$$x = 59,6\text{heures}$$

34. Isole x dans chaque équation.

a) $9^{2x} = 2\left(9^x\right) + 3$

$$\left(9^x\right)^2 - 2\left(9^x\right) - 3 = 0$$

sup pose $a = 9^x$

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a-3)(a+1) = 0$$

$a = 3$

$9^x = 3$

$\left(3^2\right)^x = 3^1$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

$a = -1$

$9^x = -1$

pas possible

b) $3\left(3^x\right) + 9\left(3^{-x}\right) = 28$

$$3\left(3^x\right) + \frac{9}{3^x} = 28$$

$$3\left(3^x\right)\left(3^x\right) + 9 = 28\left(3^x\right)$$

$$3\left(3^x\right)^2 - 28\left(3^x\right) + 9 = 0$$

sup pose $a = 3^x$

$$3a^2 - 28a + 9 = 0$$

$$(3a-27)(3a-1) = 0$$

$a = 9$

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x = 2$

$a = \frac{1}{3}$

$3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1}$

$x = -1$

Omn 12 P.127 nos. 39, 40, 41

Isole x dans chaque équation logarithmique.

39. $\log_3\left(x^2 - 3x + 5\right) = 2$

$$3^2 = x^2 - 3x + 5$$

$$0 = x^2 - 3x + 5 - 9$$

$$0 = x^2 - 3x - 4$$

$$0 = (x-4)(x+1)$$

$x = 4$ ou $x = -1$

40. $\log(x+5) - \log(x+1) = \log 3x$

$$\log\frac{(x+5)}{(x+1)} = \log 3x$$

$$\frac{(x+5)}{(x+1)} = 3x$$

$$x + 5 = 3x^2 + 3x$$

$$0 = 3x^2 + 2x - 5$$

$$0 = (3x+5)(3x-3)/3$$

$$0 = (3x+5)(x-1)$$

$x = \frac{-5}{3}$ ou $x = 1$

à rejeter

41. $\log_4(x+3) - 2 = \log_4(x-4)$

$$\log_4\frac{(x+3)}{(x-4)} = 2$$

$$4^2 = \frac{(x+3)}{(x-4)}$$

$$16x - 64 = x + 3$$

$$15x = 67$$

$$x = \frac{67}{15}$$

Pré calcul, p.390 nos. 4, 5, 6ab

4. Esquisse le graphique de chaque fonction.

a) $y = \log_2(x+4) - 3$

A.V. $x = -4$

$a > 0; b > 0$

si $x = 0$

$y = \log_2(4) - 3 = -1$

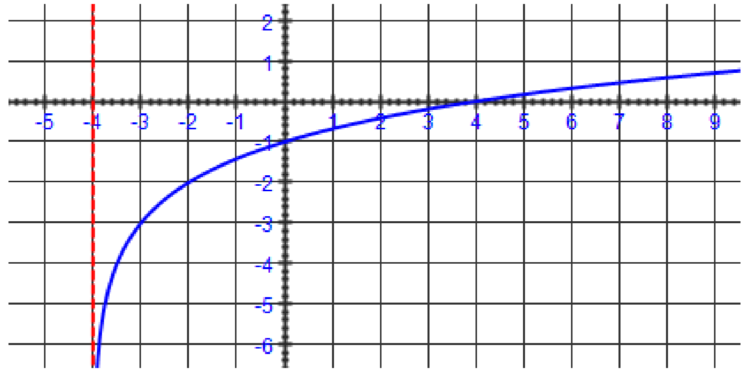
si $y = 0$

$0 = \log_2(x+4) - 3$

$3 = \log_2(x+4)$

$9 = x + 4$

$x = 5$



b) $y = -\log_3(x+1) + 2$

A.V. $x = -1$

$a < 0; b > 0$

si $x = 0$

$y = -\log_3 1 + 2$

$y = 2$

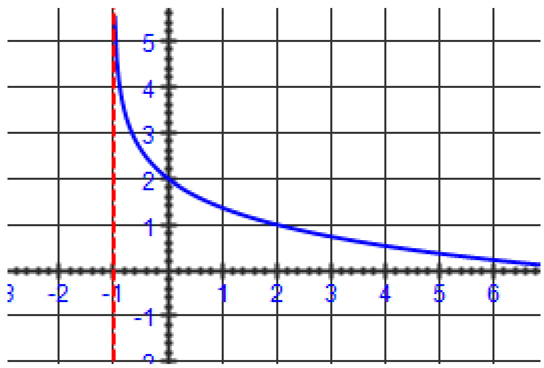
si $y = 0$

$0 = -\log_3(x+1) + 2$

$2 = \log_3(x+1)$

$3^2 = x + 1$

$x = 8$



c) $y = \log_4(-2(x-8))$

A.V. $x = 8$

$a > 0; b < 0$

si $x = 0$

$y = \log_4 16$

$y = 2$

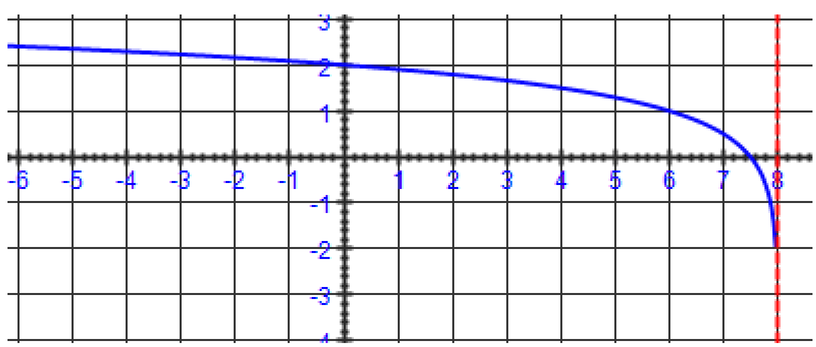
si $y = 0$

$0 = \log_4(-2(x-8))$

$4^0 = -2x + 16$

$1 - 16 = -2x$

$x = \frac{-15}{-2} = 7,5$



5. Indique les caractéristiques suivantes de chaque fonction et de son graphique :
i) l'équation de l'asymptote, ii) le domaine et l'image, iii) l'ordonnée à l'origine, au dixième près au besoin, iv) l'abscisse à l'origine, au dixième près au besoin.

a) $y = -5\log_3(x+3)$

i) $x = -3$

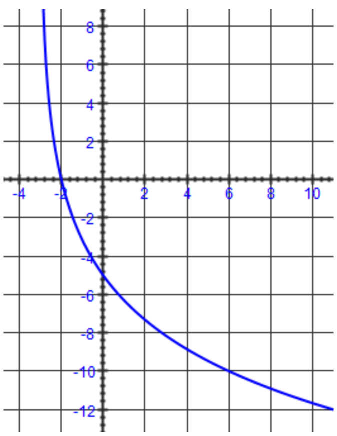
ii) $D =]-3, +\infty[\,, I =]-\infty, +\infty[$

iii) $y = -5\log_3 3 = -5$

iv) $0 = -5\log_3(x+3)$

$3^0 = x + 3$

$x = 2$



b) $y = \log_6(4(x+9))$

i) $x = -9$

ii) $D =]-9, +\infty[\,, I =]-\infty, +\infty[$

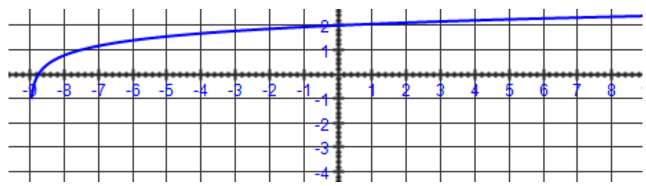
iii) $y = \log_6 36 = 2$

iv) $0 = \log_6(4(x+9))$

$6^0 = 4(x+9)$

$x + 9 = \frac{1}{4}$

$x = -8{,}8$



c) $y = \log_5(x+3) - 2$

i) $x = -3$

ii) $D =]-3, +\infty[\,, I =]-\infty, +\infty[$

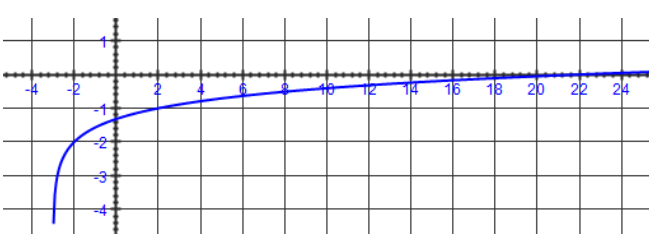
iii) $y = \log_5 3 - 2 = -1{,}3$

iv) $0 = \log_5(x+3) - 2$

$2 = \log_5(x+3)$

$5^2 = x + 3$

$x = 22$



d) $y = -3\log_2(x+1) - 6$

i) $x = -1$

ii) $D =]-1, +\infty[\,, I =]-\infty, +\infty[$

iii) $y = -3\log_2 1 - 6 = -6$

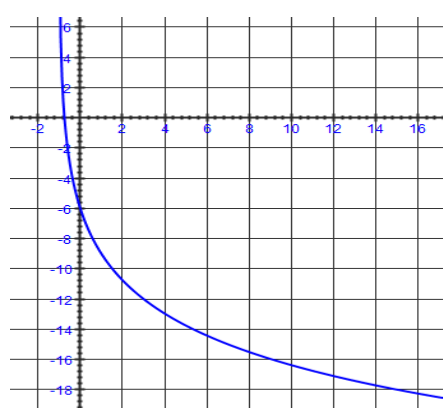
iv) $0 = -3\log_2(x+1) - 6$

$6 = -3\log_2(x+1)$

$-2 = \log_2(x+1)$

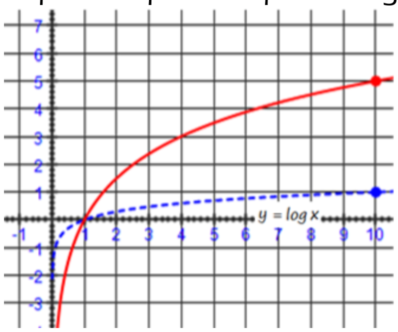
$2^{-2} = x + 1$

$x = -1{,}3$



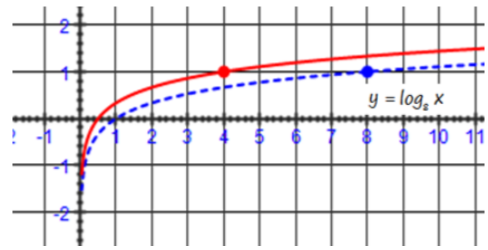
6. Dans chaque cas, le graphique en ligne pleine est le résultat d'un étirement du graphique en ligne pointillée. Écris l'équation qui correspond au graphique en ligne pleine.

a)



$$f(x) = 5\log x$$

b)



$$f(x) = \log_8 2x$$

Pré calcul p.420 nos.11, 13, 15

11. Résous chaque équation.

a) $\log_2(x-4) - \log_2(x+2) = 4$ b) $\log_2(x-4) = 4 - \log_2(x+2)$ c) $\log_2(x^2-2x)^7 = 21$

a)

$$\log_2 \frac{x-4}{x+2} = 4$$

$$2^4 = \frac{x-4}{x+2}$$

$$16(x+2) = x-4$$

$$16x + 32 = x - 4$$

$$15x = -36$$

$$x = \frac{-36}{15} = \frac{-12}{5} \text{ à rejeter}$$

b)

$$\log_2(x-4)(x+2) = 4$$

$$2^4 = x^2 - 2x - 8$$

$$0 = x^2 - 2x - 24$$

$$0 = (x-6)(x+4)$$

$$x = 6 \quad x = -4$$

à rejeter

c)

$$7\log_2(x^2-2x) = 21$$

$$\log_2(x^2-2x) = 3$$

$$2^3 = (x^2-2x)$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

$$x = 4 \quad x = -2$$

13. Julie a gagné 1 000 000$ à la loterie. Avec cet argent, elle achète une rente qui rapporte un intérêt annuel de 6%, composé semestriellement. Julie prévoit retirer 35 000$ à la fin de chaque semestre. Pendant combien d'années pourra-t-elle faire ces retraits semestriels? Utilise la formule $VA = \frac{R\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$, où VA est la valeur actuelle, n est le nombre de retraits périodiques égaux de R dollars et i est le taux d'intérêt par période de capitalisation, sous forme décimale.

$VA = 1000000\$$

$R = 35000\$$

$i = 6\% \div 2 = 3\%$

$n = ?$

$$VA = \frac{R\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

$$1000000 = \frac{35000\left[1-(1+3\%)^{-2x}\right]}{3\%}$$

$$30000 = 35000\left[1-(1+3\%)^{-2x}\right]$$

$$0{,}8571 = 1-(1{,}03)^{-2x}$$

$$0{,}1429 = (1{,}03)^{-2x}$$

$$\log_{1,03} 0{,}1429 = -2x$$

$$-65{,}82 = -2x$$

$$x = 32{,}91$$

15. Le niveau sonore β , en décibels, est défini par $\beta = 10\log\frac{I}{I_o}$, où I est l'intensité du son en W/m^2, et I_o, le seuil d'audibilité, soit 10^{-12} W/m^2. Un réfrigérateur dans la cuisine d'un restaurant a un niveau sonore de 45 dB. La propriétaire souhaite placer un réfrigérateur identique à côté du premier, mais elle craint un niveau sonore trop élevé. A-t-elle raison de s'inquiéter? Explique ta réponse.

$\beta = 45\,dB$
$I_o = 10^{-12}\,W/m^2$
$I = ?$

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_o}$$
$$45 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$$
$$4,5 = \log\frac{I}{10^{-12}}$$
$$10^{4,5} = \frac{I}{10^{-12}}$$
$$I = 10^{-7,5}$$

On double l'intensité

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_o}$$
$$\beta = 10\log\frac{2\left(10^{-7,5}\right)}{10^{-12}}$$
$$\beta = \log\left(2\times10^{4,5}\right)^{10}$$
$$\beta = 48,01dB$$

Le niveau sonore augmente à 48,01 dB.

<u>Les inéquations racines carrées</u>

Omn 11 p.323-324 nos. 69, 79, 85, 101

Résous et représente graphiquement la solution.

69. $\sqrt{2-x} \geq 2$

$2 - x \geq 0$
$x \leq 2$
$D =]-\infty, 2]$

$\sqrt{2-x} = 2$
$2 - x = 4$
$x = -2$

Si $x = 0$
$\sqrt{2-0} \geq 2$
$1,41 \geq 2$
non

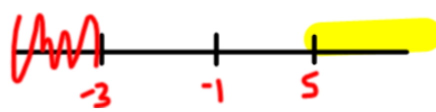
$]-\infty, -2]$

Résous

79. $\sqrt{2(x+3)} + 1 < x$

$2x + 6 \geq 0$
$2x \geq -6$
$x \geq -3$
$D = [-3, +\infty[$

$$\left(\sqrt{2(x+3)}\right)^2 = (x-1)^2$$
$$2x + 6 = x^2 - 2x + 1$$
$$0 = x^2 - 4x - 5$$
$$0 = (x-5)(x+1)$$
$$x = 5 \text{ ou } x = -1$$



$]5, +\infty[$

si $x = -2$
$\sqrt{2(-2+3)} + 1 < -2$
$\sqrt{2} + 1 < -2$
non

si $x = 0$
$\sqrt{2(0+3)} + 1 < 0$
$\sqrt{6} + 1 < 0$
non

si $x = 6$
$\sqrt{2(6+3)} + 1 < 6$
$\sqrt{18} + 1 < 6$
oui

85. $\sqrt{c} + \sqrt{c+21} < 7$

$c \geq 0$
$c + 21 \geq 0$
$c \geq -21$
$D = [0, +\infty[$

$$\left(\sqrt{c}\right)^2 = \left(7 - \sqrt{c+21}\right)^2$$
$$c = 49 - 14\sqrt{c+21} + c + 21$$
$$-70 = -14\sqrt{c+21}$$
$$(5)^2 = \left(\sqrt{c+21}\right)^2$$
$$25 = c + 21$$
$$c = 4$$

$[0, 4[$

si $c = 1$
$\sqrt{1} + \sqrt{1+21} < 7$
oui

si $c = 5$
$\sqrt{5} + \sqrt{5+21} < 7$
non

101. $\sqrt{x-3} > \dfrac{x}{2-x}$

$$\left(\sqrt{x-3}\right)^2 = \left(\frac{x}{2-x}\right)^2$$

$x - 3 \geq 0$

$x \geq 3$

$x \neq 2$

$D = [3, +\infty[$

$$x - 3 = \frac{x^2}{4 - 4x + x^2}$$

$$x^3 - 3x^2 - 4x^2 + 12x + 4x - 12 = x^2$$

$$x^3 - 8x^2 + 16x - 12 = 0$$

Aucun facteur

si $x = 4$

$\sqrt{4-3} > \dfrac{4}{2-4}$

$1 > -2$

oui

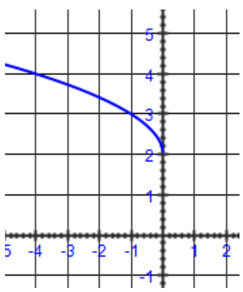
$[3, +\infty[$

Pré calcul p.72-74 nos. 3, 5abc, 10,

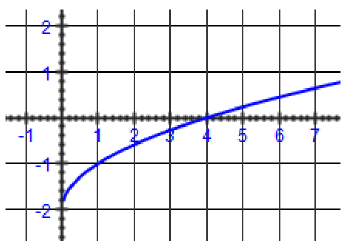
3. Associe chaque fonction à son graphique.

a) $y = \sqrt{x} - 2$ b) $y = \sqrt{-x} + 2$ c) $y = -\sqrt{x+2}$ d) $y = -\sqrt{-(x-2)}$

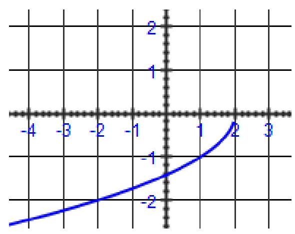
A



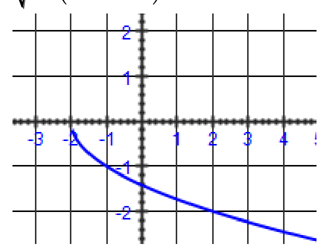
B



C



D



A: $a > 0, b < 0$; $(h,k) = (0,2)$; b)

B: $a > 0, b > 0$; $(h,k) = (0,-2)$; a)

C: $a < 0, b < 0$; $(h,k) = (2,0)$; d)

D: $a < 0, b > 0$; $(h,k) = (-2,0)$; c)

5. Esquisse le graphique de chaque fonction à l'aide de transformations. Indique le domaine et l'image de chaque fonction.

a) $f(x) = \sqrt{-x} - 3$

$a > 0, b < 0$

$(h,k) = (0,-3)$

$(-1,-2)$

b) $r(x) = 3\sqrt{x+1}$

$a > 0, b > 0$

$(h,k) = (-1,0)$

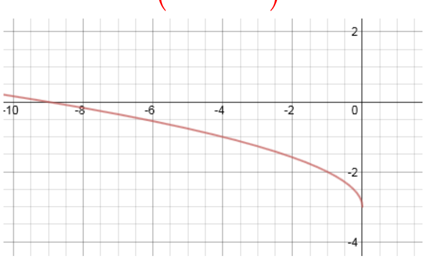
$(0,3)$

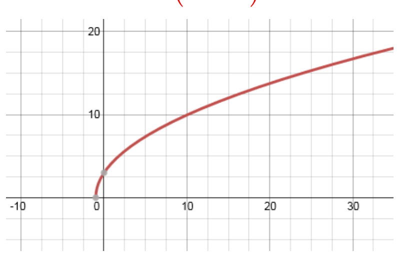
c) $p(x) = -\sqrt{x-2}$

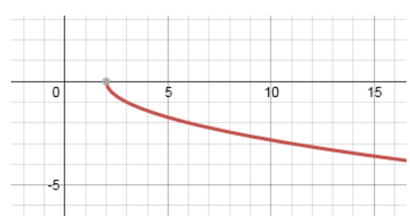
$a > 0, b > 0$

$(h,k) = (2,0)$

$(3,-1)$

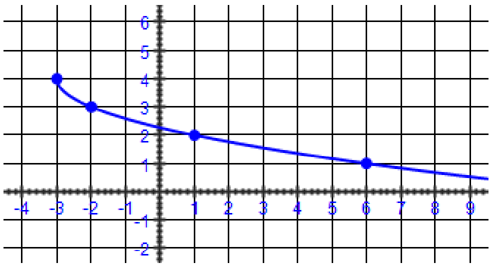






10. Pour chaque graphique, écris l'équation d'une fonction racine de la forme $y = a\sqrt{b(x-h)} + k$.

a)



$a < 0, b > 0$

$(h,k) = (-3,4)$

$(-2,3)$

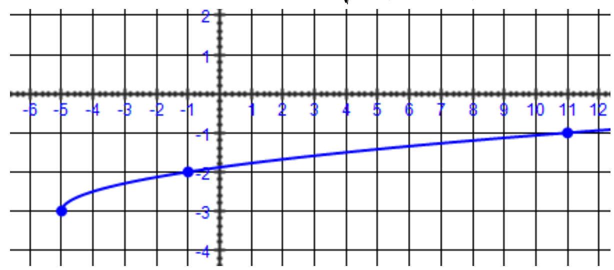
$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$

$3 = a\sqrt{-2+3} + 4$

$-1 = a$

$y = -\sqrt{x+3} + 4$

b)



$a > 0, b > 0$

$(h,k) = (-5,-3)$

$(-1,-2)$

$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$

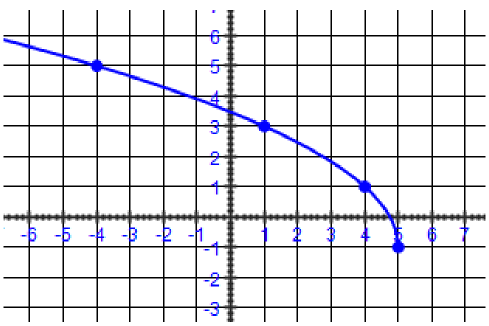
$-2 = a\sqrt{-1+5} - 3$

$-1 = \sqrt{2}a$

$a = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$y = \frac{-1}{\sqrt{2}}\sqrt{x+5} - 3$

c)



$a > 0, b < 0$

$(h,k) = (5,-1)$

$(1,3)$

$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$

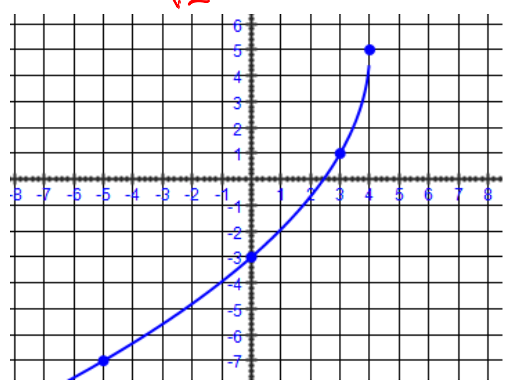
$3 = a\sqrt{-(1-5)} - 1$

$4 = a\sqrt{4}$

$a = 2$

$y = 2\sqrt{-(x-5)} - 1$

d)



$a < 0, b < 0$

$(h,k) = (4,5)$

$(0,-3)$

$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$

$-3 = a\sqrt{-(0-4)} + 5$

$-8 = 2a$

$a = -4$

$y = -4\sqrt{-(x-4)} + 5$

Pré calcul p. 103 nos.16ac

16. Soit le toit de la mosquée du Centre islamique canadien d'Edmonton, en Alberta. Le diamètre de la base du toit mesure environ 10 m et la distance verticale du centre du toit à la base mesure environ 5 m.

a) Détermine une fonction de la forme $y = a\sqrt{b(x-h)} + k$, où y représente la distance horizontale à partir du centre.

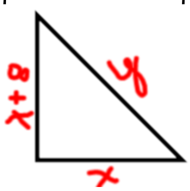
c) Utilise la fonction écrite en a) pour déterminer graphiquement la hauteur approximative du toit à un point qui se trouve à une distance horizontale de 2 m du centre du toit.

Zéros $x = 5$ $x = -5$ et $(0,5)$

$$y = a(x-5)(x+5)$$
$$5 = a(0-5)(0+5)$$
$$5 = -25a \quad \text{donc}$$
$$y = \sqrt{-(x-5)(x+5)}$$
$$y = \sqrt{-(x^2-25)}$$

Feuillet

1. Dans un triangle rectangle, un coté mesure 8cm de plus que l'autre côté. Détermine l'intervalle de solution possible afin que le périmètre de ce triangle ne dépasse pas 34cm.



$$y^2 = x^2 + (x+8)^2$$
$$x + x + 8 + y \leq 34$$
$$\rightarrow \quad y = \sqrt{x^2 + (x+8)^2}$$

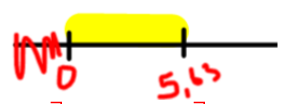
$$2x + 8 + \sqrt{x^2 + (x+8)^2} \leq 34$$
$$\left(\sqrt{x^2 + (x+8)^2}\right) = (-2x+26)^2$$
$$x^2 + x^2 + 16x + 64 = 4x^2 - 104x + 676$$
$$0 = 2x^2 - 120x + 612$$
$$0 = 2(x^2 - 60x + 306)$$

$$x^2 + (x+8)^2 \geq 0$$
$$x^2 + x^2 + 16x + 64 \geq 0$$
$$x^2 + 8x + 32 \geq 0$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 128}}{2}$$
aucune racine

$$D =]-\infty, +\infty[$$

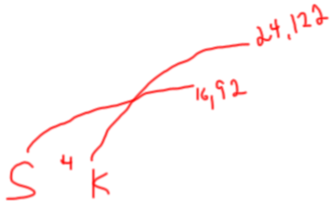
$$x = \frac{60 \pm \sqrt{3600 - 1224}}{2}$$
$$x = \frac{60 \pm 48{,}74}{2}$$
$$x = 5{,}63 \quad \text{ou} \quad x = 69{,}34$$
à rejeter

si $x = 2$
$$2(2) + 8 + \sqrt{4 + 100} \leq 34$$
$$12 + 10{,}2 \leq 34$$
oui



$$]0; 5{,}63]$$

2. Sophie lance un feu d'artifice qui suite le trajet d'une racine carrée. Son feu d'artifice explose 16mètres plus loin à hauteur de 92mètres. Kim qui est situé à 4 mètres de Sophie, lance son feu d'artifice dans la même direction que Sophie et au même temps. Ce dernier suit aussi le trajet d'une racine carrée et explose 20mètres plus loin a une hauteur de 122mètres. Détermine l'intervalle de distance pour laquelle le feu d'artifice de Kim est a une hauteur plus élevée que celui de Sophie.



$$a > 0, b > 0$$
$$(h,k) = (0,0)$$
$$(16,92)$$
$$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$$
$$92 = a\sqrt{16}$$
$$a = 23$$
$$y = 23\sqrt{x}$$

$$a > 0, b > 0$$
$$(h,k) = (4,0)$$
$$(24,122)$$
$$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$$
$$122 = a\sqrt{24-4}$$
$$a = \frac{122}{\sqrt{20}} = 27,28$$
$$y = 27,88\sqrt{x-4}$$

$$\left(23\sqrt{x}\right)^2 < \left(27,88\sqrt{x-4}\right)^2$$
$$529x = 777,29x - 3109,18$$
$$-248,29x = -3109,18$$
$$x = 12,5$$
$$]12,5;16,92[$$

<u>Les inéquations rationnelles</u>

Omn 11, p. 310-311 nos. 86, 96, 99

Résous. Représente graphiquement la solution.

86. $\dfrac{x^2 - 5x + 4}{x+2} > 0$

$x + 2 \neq 0$

$x \neq -2$

$\dfrac{(x-4)(x-1)}{x+2} > 0$

Nb. critiques :

$-2, 1, 4$

x	$-\infty$	-2		1		4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\dfrac{(x-4)(x-1)}{x+2}$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$	0	$+$

Solution :

$]-2,1[\cup]4,+\infty[$

96. $x - 1 \leq \dfrac{6}{x-2}$

$x - 2 \neq 0$

$x \neq 2$

$$x^2 - 2x - x + 2 - 6 = 0$$
$$x^2 - 3x - 4 = 0$$
$$(x-4)(x+1) \leq 0$$

Nb. critiques :

$-1, 2, 4$

x	$-\infty$	-1		2		4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-4)(x+1)$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

Solution :

$]-\infty,-1] \cup]2,4]$

Représente graphiquement chaque fonction et détermine :

a) Les équations des asymptotes, s'il y a lieu;

b) Le domaine et l'image.

99. $g(x) = \dfrac{1}{4x^2 - 9}$

$(2x-3)(2x+3) \neq 0$

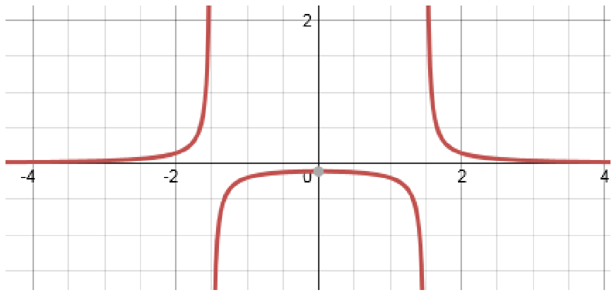
$x \neq \dfrac{3}{2} \quad x \neq \dfrac{-3}{2}$

Asymptotes verticales

$x = \dfrac{3}{2} \quad x = \dfrac{-3}{2}$

$D = \left]-\infty, \dfrac{-3}{2}\right[\cup \left]\dfrac{-3}{2}, \dfrac{3}{2}\right[\cup \left]\dfrac{3}{2}, +\infty\right[$

$I = \left]-\infty, 0\right[\cup \left]0, +\infty\right[$



Feuillet

1. a) $\dfrac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 11x + 30} \geq 0$ $\quad \dfrac{(x-4)(x-3)}{(x-5)(x-6)} \geq 0$

nb.critiques : 3, 4, 5, 6

x	$-\infty$		3		4		5		6		∞
$x-3$	−	−	0	+	+	+	+	+	+	+	+
$x-4$	−	−	−	−	0	+	+	+	+	+	+
$x-5$	−	−	−	−	−	−	0	+	+	+	+
$x-6$	−	−	−	−	−	−	−	−	0	+	+
$\dfrac{(x-4)(x-3)}{(x-5)(x-6)}$	+	+	0	−	0	+	∄	−	∄	+	+

Solution : $\left]-\infty, 3\right] \cup \left[4, 5\right[\cup \left]6, +\infty\right[$

b) $\dfrac{3x}{x-1} > \dfrac{4x}{x-4}$

$\dfrac{3x}{x-1} - \dfrac{4x}{x-4} > 0$

$\dfrac{3x(x-4) - 4x(x-1)}{(x-1)(x-4)} > 0$

$\dfrac{3x^2 - 12x - 4x^2 + 4x}{(x-1)(x-4)} > 0$

$\dfrac{-x^2 - 8x}{(x-1)(x-4)} > 0$

$\dfrac{-x(x+8)}{(x-1)(x-4)} > 0$

nb.critiques : −8, 0, 1, 4

x	$-\infty$		−8		0		1		4		∞
$-x$	+	+	+	+	0	−	−	−	−	−	−
$x+8$	−	−	0	+	+	+	+	+	+	+	+
$x-1$	−	−	−	−	−	−	0	+	+	+	+
$x-4$	−	−	−	−	−	−	−	−	0	+	+
$\dfrac{-x(x+8)}{(x-1)(x-4)}$	−	−	0	+	0	−	∄	+	∄	−	−

Solution : $\left]-8, 0\right[\cup \left]1, 4\right[$

2. Soit les nombres x, x + 1, x + 2. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'inverse du plus petit nombre est supérieure ou égale à la somme des inverses des deux autres nombres.

$$\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \qquad x \neq 0, -1, -2$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{1(x+1)(x+2) - 1x(x+2) - 1x(x+1)}{x(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 2x - x^2 - x}{x(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{-x^2 + 2}{x(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{-(x^2 - 2)}{x(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{-(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x(x+1)(x+2)} \geq 0$$

x	$-\infty$	-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		$\sqrt{2}$	∞
-1	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−
$x-\sqrt{2}$	−	−	−	−	−	−	−	−	−	0	+
$x+\sqrt{2}$	−	−	−	0	+	+	+	+	+	+	+
x	−	−	−	−	−	−	−	0	+	+	+
$x+1$	−	−	−	−	−	0	+	+	+	+	+
$x+2$	−	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\frac{-(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x(x+1)(x+2)}$	+	∄	−	0	+	∄	−	∄	+	0	−

Solution : $]-8,-2[\cup [-\sqrt{2},-1[\cup]0,\sqrt{2}]$

3. Pour se rendre au travail, Laurent parcourt 30km en voiture jusqu'à la gare de train, puis il fait 45km en train. La vitesse moyenne du train est supérieure de 25km/h à la vitesse moyenne du trajet en voiture. Le déplacement de Laurent dure moins d'une heure en tout. Déterminer l'intervalle de la vitesse moyenne en voiture, au kilomètre par heure près.

	Distance	Vitesse	Temps
Voiture	30 km	x km/h	$\frac{30}{x}$ h
Train	45 km	(x + 25) km/h	$\frac{45}{x+25}$ h

x	0		25		62,08	∞
-1	−	−	−	−	−	−
$x - 62{,}08$	−	−	−	−	0	+
$x + 12{,}08$	+	+	+	+	+	+
x	0	+	+	+	+	+
$x + 25$	+	+	+	+	+	+
tout	∄	+	+	+	0	−

$]0;62,08[$ km/h

$$\frac{30}{x} + \frac{45}{x+25} < 1$$

$$\frac{30(x+25) + 45x}{x(x-25)} - 1 < 0$$

$$\frac{30x + 750 + 45x - x^2 - 25x}{x(x-25)} < 0$$

$$\frac{-(x^2 - 50x - 750)}{x(x-25)} < 0$$

$$x = \frac{50 \pm \sqrt{2500 + 3000}}{2}$$

$$x = \frac{50 \pm 74{,}16}{2}$$

$x = 62{,}08$ ou $x = -12{,}08$
à rejeter

Les fonctions trigonométriques

Omn 12, p.238 nos. 24 à 27, 28, 30, 32, 33,

Écris une équation en termes de la fonction cosinus qui a les caractéristiques indiquées.

24. Amplitude : 5, période : π

$A = 5$

$P = \frac{2\pi}{b} = \pi \quad y = 5\cos 2x$

$b = 2$

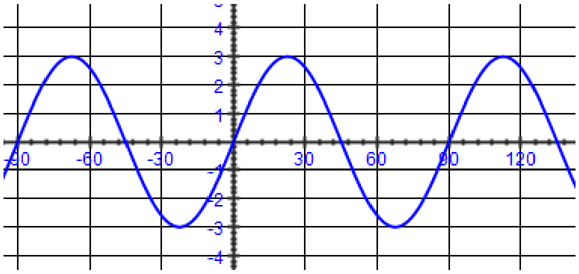
25. Amplitude : 1,7, période : 240°

$A = 1,7$

$P = \frac{360}{b} = 240 \quad y = 1,7\cos\frac{3}{2}x$

$b = \frac{360}{240} = \frac{3}{2}$

26. Détermine l'équation de ce graphique en termes de la fonction sinus.

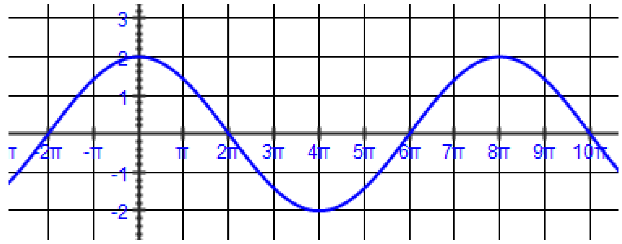


$A = 3$

$P = \frac{360}{b} = 90 \quad y = 3\sin 4x$

$b = 4$

27. Détermine l'équation de ce graphique en termes de la fonction cosinus.



$A = 2$

$P = \frac{2\pi}{b} = 8\pi \quad y = 2\cos\frac{1}{4}x$

$b = \frac{1}{4}$

Détermine l'amplitude, la période, le déphasage horizontal et le déplacement vertical de chaque fonction par rapport à y = sin x ou à y = cos x. Représente graphiquement chaque fonction.

28. $y = 3,7\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

$A = 3,7$

$P = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

$\text{Déph.} = \frac{\pi}{6} \leftarrow$

30. $y = -2\cos 3\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 5$

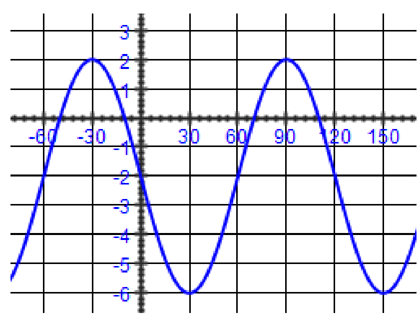
$A = 2$

$P = \frac{2\pi}{3}$

$\text{Déph.} = \frac{\pi}{3} \leftarrow$

$\text{Trans.} = 5 \downarrow$

32. Écris une équation du graphique suivant sous la forme $y = A\sin B\left(x + C\right) + D$ et sous la forme $y = A\cos B\left(x + C\right) + D$. Explique ta démarche.



$A = 4$

$P = \frac{360}{b} = 120 \rightarrow b = 3$

$\text{Déph.} = 60 \rightarrow$

$\text{Trans.} = 2 \downarrow$

$y = 4\sin 3\left(x - 60^{\circ}\right) - 2$

$A = 4$

$P = \frac{360}{b} = 120 \rightarrow b = 3$

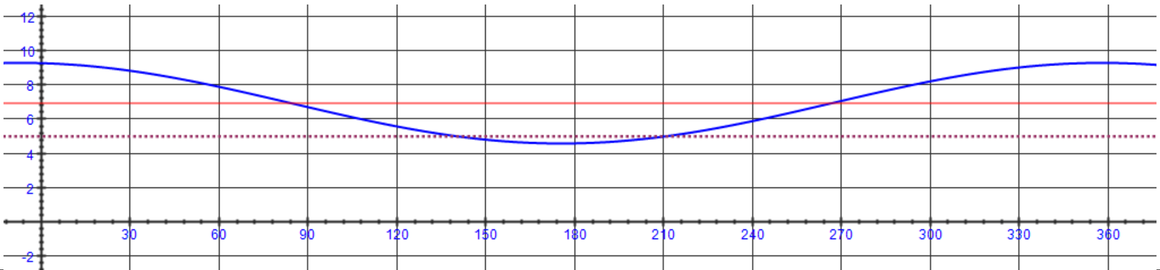
$\text{Déph.} = 90 \rightarrow$

$\text{Trans.} = 2 \downarrow$

$y = 4\cos 3\left(x - 90^{\circ}\right) - 2$

33. Lever du soleil : à Prince Albert, en Saskatchewan, le lever du soleil le plus tardif de l'année a lieu à 9h17 le 24 décembre. Le lever du soleil le plus hâtif de l'année a lieu à 4h35 le 22 juin. Pour prédire l'heure à laquelle le soleil se lève les autres jours de l'année, on peut utiliser une équation sinusoïdale. Il n'y a pas d'heure avancée en Saskatchewan, et la période est de 365 jours.

a) Écris une équation sinusoïdale qui représente la relation entre l'heure du lever du soleil et le jour de l'année.



Janvier	31	Total
Février	28	59
Mars	31	90
Avril	30	120
Mai	31	151
Juin	30	173 (22 juin)
Juillet	31	212
Août	31	243
Septembre	30	273
Octobre	31	304
Novembre	30	334
Décembre	31	358 (24 déc)
	365 j	365j

$$A = \frac{557/60 - 275/60}{2} = 141\text{ min} / 60\text{ min/h}$$

$$P = \frac{2\pi}{b} = 365\text{ j} \rightarrow b = \frac{2\pi}{365}$$

Max à 358 j → déph. → de 358

$$\text{Translation} : \frac{557/60 + 275/60}{2} = \frac{416}{60} = \frac{104}{15}\text{ h}$$

$$y = \frac{141}{60}\cos\frac{2\pi}{365}(x - 358) + \frac{416}{60}$$

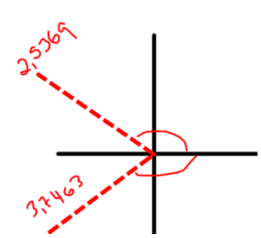
c) Combien de jours dans l'année le soleil se lève-t-il avant 5h?

$$5 > \frac{141}{60}\cos\frac{2\pi}{365}(x - 358) + \frac{416}{60}$$

$$5 - \frac{416}{60} = \frac{141}{60}\cos\frac{2\pi}{365}(x - 358)$$

$$\frac{-116}{60} \div \frac{141}{60} = \cos\frac{2\pi}{365}(x - 358)$$

$$-0{,}822695 = \cos\frac{2\pi}{365}(x - 358)$$



$$\frac{2\pi}{365}(x - 358) = -2{,}5369 \quad \text{et} \quad \frac{2\pi}{365}(x - 358) = -3{,}7463$$

$$x - 358 = -147{,}37 \qquad x - 358 = -217{,}63$$

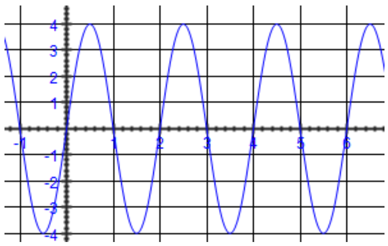
$$x = 210{,}6 \qquad x = 140{,}37$$

Pendant 71 jours.

Omn 12, p. 226-227 nos. 1, 3, 16, 18, 20, 23

Chaque graphique représente une fonction sinus de la forme $y = A\sin B\left(x + C\right) + D$ ou une fonction cosinus de la forme $y = A\cos B\left(x + C\right) + D$. Écris les deux équations de chaque fonction.

1.



$A = 4$

$P = \frac{2\pi}{b} = 2 \rightarrow b = \pi$

Déph. = nul

Trans. = nulle

$y = 4\sin \pi x$

$A = 4$

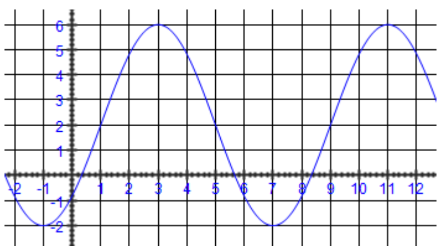
$P = \frac{2\pi}{b} = 2 \rightarrow b = \pi$

Déph. = 0,5 →

Trans. = nulle

$y = 4\cos \pi\left(x - \frac{1}{2}\right)$

3.



$A = 4$

$P = \frac{2\pi}{b} = 8 \rightarrow b = \frac{\pi}{4}$

Déph. = 1 →

Trans. = 2 ↑

$y = 4\sin\frac{\pi}{4}\left(x - 1\right) + 2$

$A = 4$

$P = \frac{2\pi}{b} = 8 \rightarrow b = \frac{\pi}{4}$

Déph. = 3 →

Trans. = 2 ↑

$y = 4\cos\frac{\pi}{4}\left(x - 3\right) + 2$

16. Raz-de-marée : On peut utiliser la fonction suivante pour représenter la relation entre la hauteur d'un raz-de-marée au-dessus du niveau de la mer et le temps : $h\left(t\right) = 1,45\cos\frac{2\pi t}{12,4} + 1,45$ où h représente la hauteur, en mètres, au-dessus du niveau de la mer et t, le temps, en heures.

a) Quelle est la hauteur maximale de la vague?

$1,45 + 1,45 = 2,9m$

b) Dans le premier cycle, à quels moments la vague atteint-elle le maximum?

$$2,9 = 1,45\cos\frac{2\pi t}{12,4} + 1,45$$

$$1,45 = 1,45\cos\frac{2\pi t}{12,4}$$

$$\cos\frac{2\pi t}{12,4} = 1$$

$$\frac{2\pi t}{12,4} = 0rad \qquad \frac{2\pi t}{12,4} = 2\pi rad$$

$$t = 0heure \qquad t = 12,4heures$$

c) Quelle est la hauteur minimale de la vague? 0 mètre

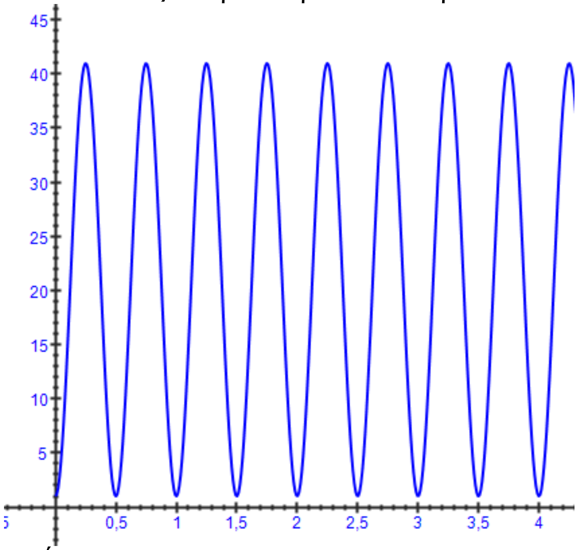
d) Quelle est la période de la vague? $P = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{12,4}} = 12,4$ heures

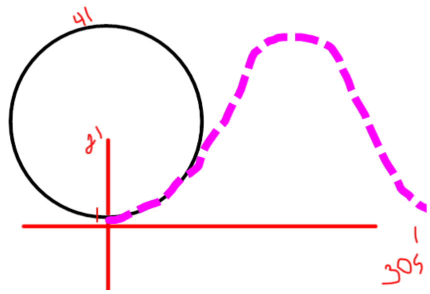
e) Quelle est la hauteur de la vague 2 heures après la marée haute?

$$y = 1,45\cos\frac{2\pi\left(2\right)}{12,4} + 1,45 = 2,2m$$

18. Grande roue : le centre d'une grande roue de 40 m de diamètre est situé à 21 m au-dessus du sol. La roue effectue une révolution toutes les 30 secondes.

a) Fais un diagramme qui montre la hauteur d'une personne au-dessus du sol lors d'un tour de 4 min, en commençant par la position la plus basse.





b) Écris une équation de la fonction.

En minutes,

$$A = 20$$

$$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{1}{2}\text{ min} \to b = 4\pi$$

$$\text{Déph.} = \frac{1}{4} \to$$

$$\text{Trans.} = 21 \uparrow$$

$$y = 20\cos 4\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) + 21$$

En secondes

$$A = 20$$

$$P = \frac{2\pi}{b} = 30\text{ sec} \to b = \frac{\pi}{30}$$

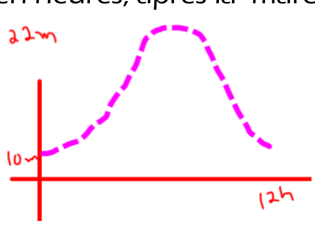
$$\text{Déph.} = 15 \to$$

$$\text{Trans.} = 21 \uparrow$$

$$y = 20\cos\frac{\pi}{30}\left(x - 15\right) + 21$$

20. Marées : à marée haute, la profondeur moyenne de l'eau dans un port est de 22 m; à marée basse, la profondeur moyenne est de 10 m. Les marées de ce port effectuent un cycle complet environ toutes les 12 heures.

a) Écris une fonction sinus qui décrit la relation entre la profondeur de l'eau dans le port, y, et le temps, t, en heures, après la marée basse.



$$A = 6$$

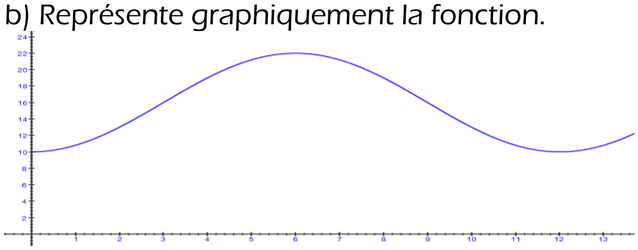
$$P = \frac{2\pi}{b} = 12 \to b = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Déph.} = 6 \to$$

$$\text{Trans.} = 16 \uparrow$$

$$y = 6\cos\frac{\pi}{6}\left(x - 6\right) + 16$$

b) Représente graphiquement la fonction.



23. Lever du soleil – À Estevan, en Saskatchewan, le lever du soleil le plus tardif de l'année a lieu le 21 décembre à 9h12, tandis que le lever du soleil le plus hâtif a lieu le 21 juin à 3h12. On peut prédire les heures de lever du soleil des autres jours à partir d'une équation sinusoïdale. Il n'y a pas d'heure avancée en Saskatchewan, et la période est de 365 jours.

a) Écris une équation sinusoïdale qui représente la relation entre le lever du soleil et le jour de l'année.

Janvier	31	Total
Février	28	59
Mars	31	90
Avril	30	120
Mai	31	151
Juin	30	172 (21 juin)
Juillet	31	212
Août	31	243
Septembre	30	273
Octobre	31	304
Novembre	30	334
Décembre	31	355 (21 déc)
	365 j	365j

$$A = \frac{552/60 - 192/60}{2} = 3\text{heures}$$

$$P = \frac{2\pi}{b} = 365\,j \rightarrow b = \frac{2\pi}{365}$$

Max à $355\,j \rightarrow$ déph. $\rightarrow$ de 355

$$\text{Translation}: \frac{552/60 + 192/60}{2} = \frac{372}{60} = \frac{31}{5}h$$

$$y = 3\cos\frac{2\pi}{365}(x - 355) + \frac{31}{5}$$

b) Utilise ton équation pour prédire l'heure du lever du soleil le 10 février.

$$y = 3\cos\frac{2\pi}{365}(41 - 355) + \frac{31}{5} = 8{,}11$$

$$8{,}11h \times 60\,min/h = 8h07$$

c) Quelle est l'heure moyenne du lever du soleil pour l'ensemble de l'année?

$$\text{Translation}: \frac{552/60 + 192/60}{2} = \frac{372}{60} = \frac{31}{5}h \text{ donc } 6h12$$

<u>Les identités trigonométriques</u>

Omn 12, p.*264-265 nos 1-15, 17-21, 23, 35b, 36(simplifie)*

Simplifie

1. $\sin\theta\sec\theta = \tan\theta$

$$\sin\theta \times \frac{1}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\tan\theta = \tan\theta$$

2. $\cos\theta\operatorname{co}\sec\theta = \operatorname{co}\tan\theta$

$$\cos\theta \times \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{co}\tan\theta$$

$$\operatorname{co}\tan\theta = \operatorname{co}\tan\theta$$

3. $\cot anA \sin A = \cos A$

$$\frac{\cos A}{\sin A} \times \sin A = \cos A$$

$$\cos A = \cos A$$

4. $\cos A + \tan A \sin A = \sec A$

$$\cos A + \frac{\sin A}{\cos A} \times \sin A = \sec A$$

$$\frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\cos A} = \sec A$$

$$\frac{1}{\cos A} = \sec A$$

$$\sec A = \sec A$$

5. $\tan\theta + \cot an\theta = \sec\theta \cos ec\theta$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sec\theta\cos ec\theta$$
$$\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} = \sec\theta\cos ec\theta$$
$$\frac{1}{\cos\theta\sin\theta} = \sec\theta\cos ec\theta$$
$$\sec\theta\cos ec\theta = \sec\theta\cos ec\theta$$

6. $\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta - 1$

$$\tan^2\theta = s\,ec^2\theta - 1$$
$$s\,ec^2\theta - 1 = s\,ec^2\theta - 1$$

7. $\cot an\, x + \tan x = \sec x \cos ec\, x$

$$\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \sec x\cos ecx$$
$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos x\sin x} = \sec x\cos ecx$$
$$\frac{1}{\cos x\sin x} = \sec x\cos ecx$$
$$\sec x\cos ecx = \sec x\cos ecx$$

8. $\dfrac{\cos x}{\sin x \cot an\, x} = 1$

$$\frac{\cos x}{\sin x \times \dfrac{\cos x}{\sin x}} = 1$$
$$1 = 1$$

9. $\dfrac{\sin x + \tan x}{\cos x + 1} = \tan x$

$$\frac{\sin x + \dfrac{\sin x}{\cos x}}{\cos x + 1} = \tan x$$
$$\frac{\dfrac{\cos x\sin x + \sin x}{\cos x}}{\cos x + 1} = \tan x$$
$$\frac{\sin x\left(\cos x + 1\right)}{\cos x\left(\cos x + 1\right)} = \tan x$$
$$\tan x = \tan x$$

10. $\dfrac{\sec x}{\cot anx + \tan x} = \sin x$

$$\frac{\dfrac{1}{\cos x}}{\dfrac{\cos x}{\sin x} + \dfrac{\sin x}{\cos x}} = \sin x$$
$$\frac{\dfrac{1}{\cos x}}{\dfrac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x\cos x}} = \sin x$$
$$\frac{\dfrac{1}{\cos x}}{\dfrac{1}{\sin x\cos x}} = \sin x$$
$$\frac{1}{\cos x} \times \frac{\sin x\cos x}{1} = \sin x$$
$$\sin x = \sin x$$

11. $\sin^4\theta - \cos^4\theta = 2\sin^2\theta - 1$

12. $\sin\theta + \cos\theta\cot an\theta = \cos ec\theta$

$$\left(\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)\left(\sin^2\theta+\cos^2\theta\right)=2\sin^2\theta-1$$
$$\left(\sin^2\theta-\left(1-\sin^2\theta\right)\right)\left(1\right)=2\sin^2\theta-1$$
$$2\sin^2\theta-1=2\sin^2\theta-1$$

$$\sin\theta+\cos\theta\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$
$$\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$
$$\frac{1}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$

13. $\cos\theta\left(\cos ec\theta-\sec\theta\right)=\cot an\theta-1$

$$\cos\theta\left(\frac{1}{\sin\theta}-\frac{1}{\cos\theta}\right)=\cot an\theta-1$$
$$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}-\frac{\cos\theta}{\cos\theta}=\cot an\theta-1$$
$$\cot an\theta--1=\cot an\theta-1$$

14. $\left(\sin\theta-\cos\theta\right)^2+\left(\sin\theta+\cos\theta\right)^2=2$

$$\sin^2\theta-2\sin\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\sin\theta+\cos^2\theta=2$$
$$2=2$$

15. $1-\sin\theta\cos\theta\tan=\cos^2\theta$

$$1-\sin\theta\cos\theta\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\cos^2\theta$$
$$1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$$
$$\cos^2\theta=\cos^2\theta$$

17. $\dfrac{1+\tan\theta}{1+\cot an\theta}=\tan\theta$

$$\frac{1+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}}=\tan\theta$$
$$\frac{\dfrac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta}}{\dfrac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta}}=\tan\theta$$
$$\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta}\times\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\tan\theta$$
$$\tan\theta=\tan\theta$$

18. $\dfrac{\cos\theta}{\sec\theta-1}+\dfrac{\cos\theta}{\sec\theta+1}=2\cot an^2\theta$

$$\frac{\cos\theta}{\dfrac{1}{\cos\theta}-1}+\frac{\cos\theta}{\dfrac{1}{\cos\theta}+1}=2\cot an^2\theta$$
$$\frac{\cos\theta}{\dfrac{1-\cos\theta}{\cos\theta}}+\frac{\cos\theta}{\dfrac{1+\cos\theta}{\cos\theta}}=2\cot an^2\theta$$
$$\frac{\cos^2\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\cos^2\theta}{1+\cos\theta}=2\cot an^2\theta$$
$$\frac{\cos^2\theta\left(1+\cos\theta\right)+\cos^2\theta\left(1-\cos\theta\right)}{\left(1-\cos\theta\right)\left(1+\cos\theta\right)}=2\cot an^2\theta$$
$$\frac{\cos^2\theta\left(2\right)}{1-\cos\theta+\cos\theta-\cos^2\theta}=2\cot an^2\theta$$
$$\frac{2\cos^2\theta}{\sin^2\theta}=2\cot an^2\theta$$
$$2\cot an^2\theta=2\cot an^2\theta$$

19. $\dfrac{\sec\theta}{\sin\theta}-\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\cot an\theta$

$$\frac{\dfrac{1}{\cos\theta}}{\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=co\tan\theta$$
$$\frac{1}{\cos\theta}\times\frac{1}{\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=co\tan\theta$$
$$\frac{1-\sin^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}=co\tan\theta$$
$$\frac{\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}=co\tan\theta$$
$$\cot an\theta=\cot an\theta$$

20.

$$\frac{\tan\theta}{1+\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$$

$$\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$$

$$\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\times\frac{\cos\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$$

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$$

21.

$$\sin^2 x\sec^2 x=\sec^2 x-1$$

$$\sin^2 x\times\frac{1}{\cos^2 x}=\sec^2 x-1$$

$$\tan^2 x=\sec^2 x-1$$

$$\sec^2 x-1=\sec^2 x-1$$

23.

$$\operatorname{cotan}^2 x\left(\sec^2 x-1\right)=1$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)=1$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\right)=1$$

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x}=1$$

$$1=1$$

35.b

$$\frac{\operatorname{cosec}\beta+\operatorname{cotan}\beta}{\tan\beta+\sin\beta}=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

$$\frac{\frac{1}{\sin\beta}+\frac{\cos\beta}{\sin\beta}}{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}+\sin\beta}=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

$$\frac{\frac{1+\cos\beta}{\sin\beta}}{\frac{\sin\beta+\sin\beta\cos\beta}{\cos\beta}}=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

$$\frac{1+\cos\beta}{\sin\beta}\times\frac{\cos\beta}{\sin\beta\left(1+\cos\beta\right)}=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

$$\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\times\frac{1}{\sin\beta}=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

$$\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta=\operatorname{cotan}\beta\operatorname{cosec}\beta$$

36.

$$f\left(x\right)=\frac{\cos x}{1+\sin x}+\frac{\cos x}{1-\sin x}$$

$$f\left(x\right)=\frac{\cos x\left(1-\sin x\right)+\cos x\left(1+\sin x\right)}{\left(1+\sin x\right)\left(1-\sin x\right)}$$

$$f\left(x\right)=\frac{\cos x\left(1-\sin x+1+\sin x\right)}{1-\sin x+\sin x-\sin^2 x}$$

$$f\left(x\right)=\frac{2\cos x}{1-\sin^2 x}=\frac{2\cos x}{\cos^2 x}=\frac{2}{\cos x}=2\sec x$$

Omn 12, p.278 nos. 27 à 39

27. $\cos ec^2 x\left(1-\cos^2 x\right)=1$

$$\frac{1}{\sin^2 x}\left(\sin^2 x\right)=1$$
$$1=1$$

28. $\sin x \sec x \cot an x = 1$

$$\sin x \times \frac{1}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$
$$1=1$$

29. $\dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sec x}=\cos x$

$$\frac{1}{\dfrac{1}{\cos x}}=\cos x$$
$$\cos x = \cos x$$

30. $\dfrac{\cot an x+\tan x}{\sec x}=\cos ec x$

$$\frac{\dfrac{\cos x}{\sin x}+\dfrac{\sin x}{\cos x}}{\dfrac{1}{\cos x}}=\cos ec x$$
$$\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\sin x \cos x}\times \cos x=\cos ec x$$
$$\frac{1}{\sin x}=\cos ec x$$
$$\cos ec x=\cos ec x$$

31. $\dfrac{\cos x+1}{\sin x+\tan x}=\cot an x$

$$\frac{\cos x+1}{\sin x+\dfrac{\sin x}{\cos x}}=\frac{\cos x}{\sin x}$$
$$\frac{\cos x+1}{\dfrac{\sin x \cos + \sin x}{\cos x}}=\frac{\cos x}{\sin x}$$
$$\frac{\cos x+1}{\dfrac{\sin x\left(\cos x+1\right)}{\cos x}}=\frac{\cos x}{\sin x}$$
$$\left(\cos x+1\right)\frac{\cos x}{\sin x\left(\cos x+1\right)}=\frac{\cos x}{\sin x}$$
$$\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\cos x}{\sin x}$$

Pour chaque identité,

a) montre qu'elle est vraie lorsque $\theta = 30^\circ$, b) Prouve le résultat algébriquement; c) indique les restrictions, s'il y a lieu.

32. $\sec^4\theta-\sec^2\theta=\tan^4\theta+\tan^2\theta$

$$\sec^4 30^\circ-\sec^2 30^\circ=\tan^4 30^\circ-\tan^2 30^\circ$$
$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}/2}\right)^4-\left(\frac{1}{\sqrt{3}/2}\right)^2=\left(\frac{1/2}{\sqrt{3}/2}\right)^4+\left(\frac{1/2}{\sqrt{3}/2}\right)^2$$
$$\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^4-\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$
$$\frac{16}{9}-\frac{4}{3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}$$
$$\frac{4}{9}=\frac{4}{9}$$

$$\sec^4\theta-\sec^2\theta=\left(\sec^2\theta-1\right)\left(\sec^2\theta-1\right)+\left(\sec^2\theta-1\right)$$
$$\sec^4\theta-\sec^2\theta=\sec^4\theta-\sec^2\theta-\sec^2\theta+1+\sec^2\theta-1$$
$$\sec^4\theta-\sec^2\theta=\sec^4\theta-\sec^2\theta$$

33. $\cos\theta + \cos\theta\tan^2\theta = \sec\theta$

$\cos 30^\circ + \cos 30^\circ \tan^2 30^\circ = \sec 30^\circ$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}/2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos\theta + \cos\theta \times \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \sec\theta$$

$$\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sec\theta$$

$$\frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$$

$$\sec\theta = \sec\theta$$

34. $\cos\theta\left(\sec\theta - \cos ec\theta\right) = 1 - \cot an\theta$

$$\cos 30^\circ\left(\frac{1}{\cos 30^\circ} - \frac{1}{\sin 30^\circ}\right) = 1 - \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}/2} - \frac{1}{1/2}\right) = 1 - \frac{\sqrt{3}/2}{1/2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 2\right) = 1 - \sqrt{3}$$

$$1 - \sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}$$

$$\cos\theta\left(\frac{1}{\cos\theta} - \frac{1}{\sin\theta}\right) = 1 - \cot an\theta$$

$$\frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 1 - \cot an\theta$$

$$1 - \cot an\theta = 1 - \cot an\theta$$

35. $\dfrac{\sin\theta + \tan\theta}{\cos\theta + 1} = \tan\theta$

$$\frac{\sin 30^\circ + \dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}}{\cos 30^\circ + 1} = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$\frac{1/2 + \dfrac{1/2}{\sqrt{3}/2}}{\sqrt{3}/2 + 1} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2}$$

$$\frac{1/2 + 1/\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+2)/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\dfrac{(\sqrt{3}+2)/2}{2\sqrt{3}}}{(\sqrt{3}+2)/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{(\sqrt{3}+2)}{2\sqrt{3}} \times \frac{2}{(\sqrt{3}+2)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin\theta + \sin\theta/\cos\theta}{\cos\theta + 1} = \tan\theta$$

$$\frac{\dfrac{\sin\theta\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta}}{\cos\theta + 1} = \tan\theta$$

$$\frac{\sin\theta\left(\cos\theta + 1\right)}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta + 1}{1} = \tan\theta$$

$$\tan\theta = \tan\theta$$

À partir de ta connaissance des identités trigonométriques et des procédés algébriques, simplifie chaque expression. Ensuite, utilise une calculatrice à affichage graphique pour vérifier si le résultat est équivalent à l'expression originale.

36. $\dfrac{\cos ecx \cos x}{\tan x}$

$$\frac{1/\sin x \times \cos x}{\sin x / \cos x}$$

$$= \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \cot an^2 x$$

37. $\sec^2 x - \tan^2 x$

$$1 + \tan^2 x - \tan^2 x$$

$$= 1$$

38. $\dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \cos x \sec x$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \cos x \times \frac{1}{\cos x}$$

$$= co\tan^2 x + 1$$

$$= co\sec^2 x$$

39. $(1 + \cos x)^2 + \sin^2 x$

$$1 + 2\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$= 1 + 2\cos x + 1$$

$$= 2 + 2\cos x$$