Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

Réciproques	p. 54 nos 12(d,f), 13e, 16, 18, 20b

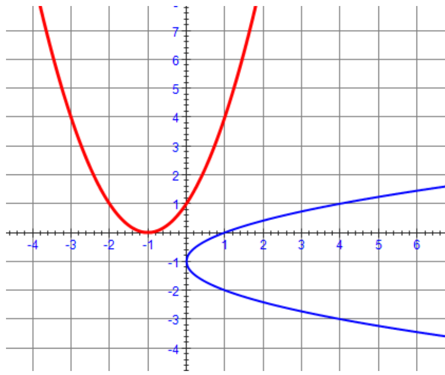
12. Pour chacune des fonctions ci-dessous :
- Détermine l'équation de la réciproque;
- Représente graphiquement f(x) et la réciproque de f(x);
- Restreins le domaine de f(x) pour que la réciproque de f(x) soit une fonction;
- À l'intérieur du domaine restreint de f(x), esquisse le graphique de f(x) et celui de $f^{-1}(x)$.

d) $f(x) = (x+1)^2$

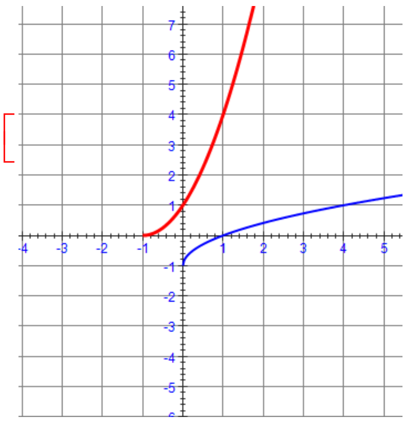
$x = (y+1)^2$

$\pm\sqrt{x} = y+1$

$f^{-1} = y = \pm\sqrt{x} - 1$



$D = [-1, \infty[$

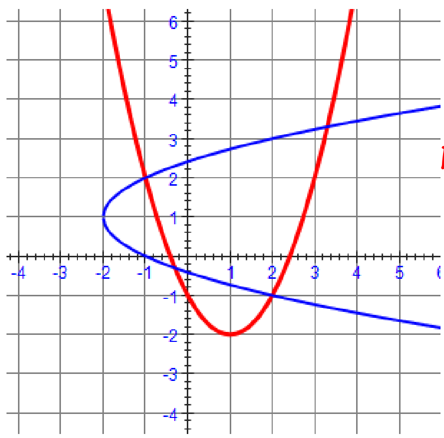


f) $f(x) = (x-1)^2 - 2$

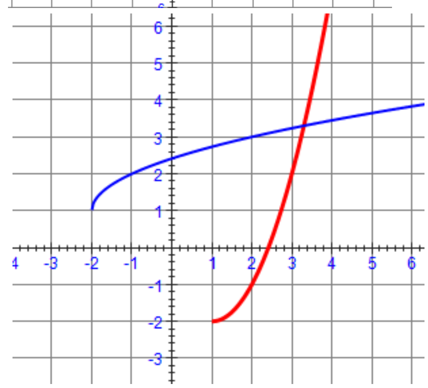
$x = (y-1)^2 - 2$

$\pm\sqrt{x+2} = y - 1$

$f^{-1} = y = \pm\sqrt{x+2} + 1$

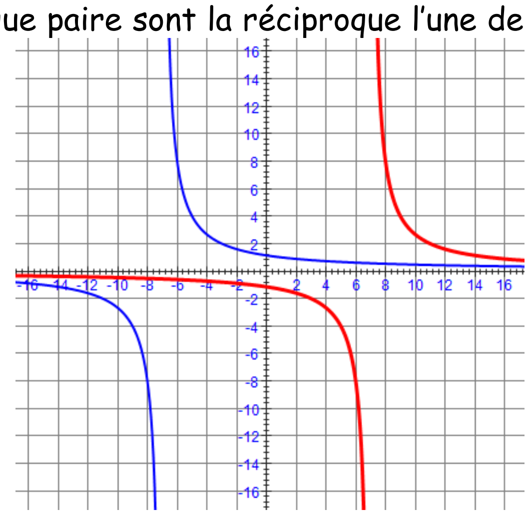


$D = [1, \infty[$



13. Détermine graphiquement si les fonctions de chaque paire sont la réciproque l'une de l'autre.

e) $f(x) = \dfrac{8}{x-7}$ et $g(x) = \dfrac{8}{x+7}$ non



Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

16. La fonction qui permet de convertir une température des degrés Fahrenheit, x, aux degrés Celsius, y, est $y = \frac{5}{9}(x - 32)$.

a) Détermine la température en degrés Celsius qui équivaut à 90°F.

$$y = \frac{5}{9}(90 - 32)$$
$$y = 32,2°C$$

b) Détermine la réciproque de cette fonction. Que représente-t-elle? Que représentent les variables?

$x = \frac{5}{9}(y - 32)$

$\frac{9}{5}x = y - 32$ x est la température en Celsius et y est la température en

$f^{-1} = y = \frac{9}{5}x + 32$

Fahrenheit.

c) Détermine la température en degrés Fahrenheit qui équivaut à 32°C.

$y = \frac{9}{5}(32) + 32 = 89,6°F$

18. Au Canada, les tailles de bague sont indiquées à l'aide d'une échelle numérique. La relation entre la taille d'une bague, y, et la circonférence du doigt, x, en millimètres, correspond à peu près à $y = \frac{x - 36,5}{2,55}$

a) Quelle taille de bague, en nombre naturel, correspond à un doigt d'une circonférence de 49,3 mm?

$$y = \frac{x - 36,5}{2,55}$$
$$y = \frac{49,3 - 36,5}{2,55} = 5$$

b) Détermine une équation de la réciproque de la fonction. Que représentent les variables?

$$x = \frac{y - 36,5}{2,55}$$
$$2,55x = y - 36,5$$
$$f^{-1} = y = 2,55x + 36,5$$

c) Quelles circonférences de doigt correspond aux tailles de bague 6, 7 et 9?

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$y = 2,55(6) + 36,5$ $\quad$ $y = 2,55(7) + 36,5$ $\quad$ $y = 2,55(9) + 36,5$

$y = 51,8\ mm$ $\quad$ $y = 54,35\ mm$ $\quad$ $y = 59,45\ mm$

20. Suppose qu'une fonction f(x) a une réciproque, $f^{-1}(x)$.

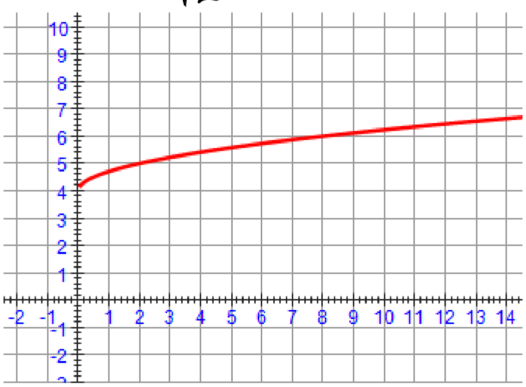
b) Détermine f(-2) si $f^{-1}\left(\sqrt{3}\right) = -2$.

$$f(-2) = \sqrt{3}$$

Fonctions racines carrées	p. 73 nos 5 (e,f), 11d, 19b(i)

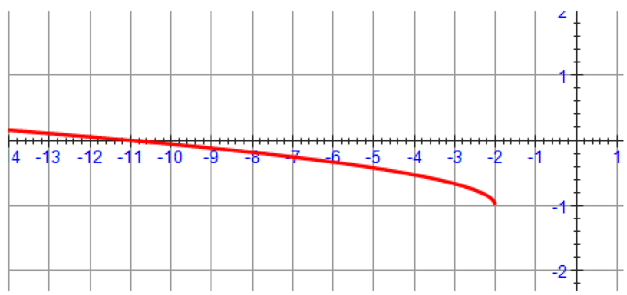
5. Esquisse le graphique de chaque fonction à l'aide de transformations. Indique le domaine et l'image de chaque fonction.

e) $m(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x} + 4$



$D = [0, \infty[$ $\quad$ $I = [4, \infty[$

f) $y + 1 = \frac{1}{3}\sqrt{-(x+2)}$



$D =]-\infty, -2]$ $\quad$ $I = [-1, \infty[$

11. Écris l'équation d'une fonction racine qui a le domaine et l'image indiqués.

d) $\{x \in R \mid x \leq -5\}, \{y \in R \mid y \leq 8\}$

$a = -1, b = -1, h = -5, k = 8$

$$y = -\sqrt{-(x+5)} + 8$$

19. La réciproque de $f(x) = \sqrt{x}$ est $f^{-1}(x) = x^2$, où $x \geq 0$.

b) Détermine l'équation de la réciproque de chaque fonction et indique toute restriction.

i) $g(x) = -\sqrt{x-5}$

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$$x = -\sqrt{y-5}$$
$$(-x)^2 = \left(\sqrt{y-5}\right)^2$$
$$x^2 = y-5$$
$$f^{-1} = y = x^2 + 5$$

Théorème du reste et facteur	p. 153 nos 4(b,d), 6, 9, 10

4. À l'aide du théorème du reste, détermine le reste de chaque division. Ensuite, effectue chaque division selon la méthode indiquée. Exprime le résultat sous la forme $\frac{P(x)}{x-a} = Q(x) + \frac{R}{x-a}$ et détermine toute restriction sur les valeurs de la variable.

b) $2x^3 + x^2 - 2x + 1$ divisé par x + 1, avec l'algorithme de division.

$$\begin{array}{l|l}
2x^3 + x^2 - 2x + 1 & x+1 \\ \hline
\underline{2x^3 + 2x^2} & 2x^2 - x - 1 \\
\quad -x^2 - 2x + 1 & \\
\quad \underline{-x^2 - x} & \\
\qquad -x + 1 & \\
\qquad \underline{-x - 1} & \\
\qquad\quad 2 &
\end{array}$$

$$\frac{2x^3 + x^2 - 2x + 1}{x+1} = 2x^2 - x - 1 + \frac{2}{x+1}$$

d) $-8x^4 - 4x + 10x^3 + 15$ divisé par x + 1, avec la division synthétique.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & -8 & 10 & 0 & -4 & 15 \\
 & & -8 & 18 & -18 & 14 \\ \hline
 & -8 & 18 & -18 & 14 & 1
\end{array}$$

$$\frac{-8x^4 + 10x^3 - 4x + 15}{x+1} = -8x^3 + 18x^2 - 18x + 14 + \frac{1}{x+1}$$

6. Pour quelle valeur de b la division de $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + bx + 6$ par x – 1 et par x + 3 donne-t-elle le même reste?

$$4(1)^3 - 3(1)^2 + b + 6 = 4(-3)^3 - 3(-3)^2 - 3b + 6$$
$$4 - 3 + b + 6 = -108 - 27 - 3b + 6$$
$$4b = -136$$
$$b = -34$$

9. On doit découper des blocs de granit rectangulaires pour construire l'entrée principale d'un nouvel hôtel. Le volume V, en mètres cubes, de chaque bloc peut être modélisé par la fonction $V(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$, où x est une valeur exprimée en mètres.

a) Quelles sont les dimensions possibles des blocs, en fonction de x?

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & 7 & 2 & -3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(2x^2+5x-3) = (x+1)(2x+6)(2x-1)/2$$
$$= (x+1)2(x+3)(2x-1)/2 = (x+1)(x+3)(2x-1)$$

x+1 par x+3 par 2x-1

b) Quelles sont les dimensions des blocs si x = 1?

2m par 4m par 1m

10. Détermine la valeur de k pour laquelle x + 3 est un facteur de $x^3 - 4x^2 - 2kx + 3$.

$$(-3)^3 - 4(-3)^2 - 2k(-3) + 3 = 0$$
$$-27 - 36 + 6k + 3 = 0$$
$$6k = 60$$
$$k = 10$$

Trigonométrie	p. 215 nos 1d, 2c, 3c, 4(c,d), 5b, 6, 13(a,c,d) p. 218 no 6

1. Si chaque angle est en position standard dans quel quadrant se situe son côté terminal?

d) $\frac{29\pi}{6} = 870^\circ$

2

2. Trace chaque angle en position standard. Convertis les degrés en radians et les radians en degrés. Donne les valeurs exactes.

c) -405°

$$\pi = 180^\circ$$
$$x = -405^\circ$$
$$180x = 405\pi$$
$$x = \frac{405\pi}{180} = \frac{9\pi}{4}$$

3. Convertis les degrés en radians et les radians en degrés. Arrondis toute mesure approximative au centième près.

c) -1,75

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$\pi = 180^o$

$-1,75 = x$

$\pi x = 315$

$x = 100,27 rad$

4. Détermine la mesure d'un angle θ ayant le même côté terminal que l'angle donné, telle que $0^o \leq \theta \leq 360^o$ ou $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Fais un schéma qui montre le quadrant dans lequel se situe le côté terminal de chaque angle.

c) -3

$-3 + 2\pi = 3,28 rad$

d) -105°

$-105^o + 360^o = 255^o$

5. Exprime sous forme générale la mesure de tous les angles ayant le même côté terminal que l'angle donné. Indique ce que la variable représente.

b) $\frac{5\pi}{2}$

$\frac{5\pi}{2} - 2\pi = \frac{\pi}{2}$; angle principale

$\frac{\pi}{2} \pm 2\pi k; k \in N^*$

6. On teste une motocyclette équipée d'un moteur à réaction qui effectue 80 000 tours à la minute. Quelle est la vitesse angulaire :

a) En radians à la minute?

$1 \; tour = 2\pi rad$

$80000 \; tours = x$

$x = 160000\pi rad$

donc $160000\pi rad / min$

b) en degrés à la seconde?

$1 \; tour = 360^o$

$80000 \; tours = x$

$x = 28\,800000^o$

donc $28\,800000^o / min$

$28\,800000^o = 60 \; sec$

$x = 1 \; sec$

$x = 480000^o / sec$

13. Sans la calculatrice, détermine la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique.

a) $sin\left(\frac{-3\pi}{2}\right)$

c) $cot\,an\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

d) $sec\left(-210^o\right)$

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$$\sin\left(\frac{-3\left(180^\circ\right)}{2}\right)$$
$$= \sin\left(-270^\circ\right) = 1$$

$$\frac{\cos\left(\frac{7\left(180^\circ\right)}{6}\right)}{\sin\left(\frac{7\left(180^\circ\right)}{6}\right)}$$
$$= \frac{\cos 210^\circ}{\sin 210^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\cos 210^\circ} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{3}}$$

p. 218

6. Un véhicule a des pneus de 75 cm de diamètre. On marque un point A sur le bord du pneu.

a) Détermine la rotation effectuée par le point A chaque seconde si la vitesse du véhicule est de 110 km/h. Donne la mesure de l'angle en degrés et en radians, au dixième près.

$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$\theta = \frac{110km}{0{,}000375km}$$
$$\theta = 293333{,}33rad\ /\ heure$$

$$293333{,}33rad = 3600\,sec$$
$$x = 1\,sec$$
$$x = 81{,}5rad\ /\ sec$$

$$\pi rad = 180^\circ$$
$$81{,}5rad = x$$
$$x = 4668{,}5^\circ\ /\ sec$$

b) Quelle est la réponse en radians si le diamètre d'un pneu est de 66 cm? Selon toi, le diamètre d'un pneu influe-t-il sur sa durée de vie? Explique ta réponse.

$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$\theta = \frac{110km}{0{,}00033km}$$
$$\theta = 333333{,}33rad\ /\ heure$$

$$333333{,}33rad = 3600\,sec$$
$$x = 1\,sec$$
$$x = 92{,}6rad\ /\ sec$$

Oui, car un pneu plus petit fait plus de tours alors use plus vite.

Fonctions exponentielles	p. 342 nos 3, 9 p. 355 nos 4, 9 p. 364 nos 5d, 11, 17

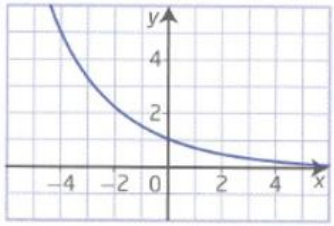
p. 342 nos 3, 9

3. Associe chaque fonction exponentielle à son graphique.

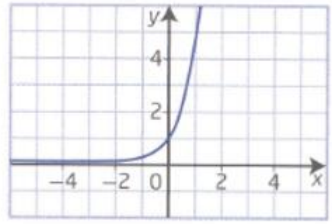
Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

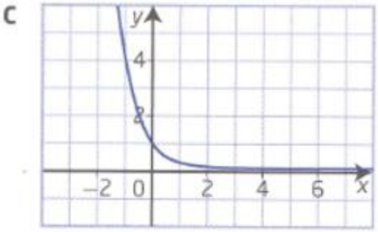
A



B



C



a) $y = 5^x$

B

b) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

C

c) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

A

9. Les plongeurs savent que plus ils descendent, plus la lumière est absorbée par l'eau au-dessus d'eux. Au cours d'une plongée, le posemètre de Petra indique que la quantité de lumière décroît de 10% tous les 10 m de profondeur.

a) Détermine la fonction exponentielle qui représente le pourcentage de lumière visible, L, sous forme décimale, en fonction de la profondeur p, en intervalles de 10 m.

$x = 90\%$

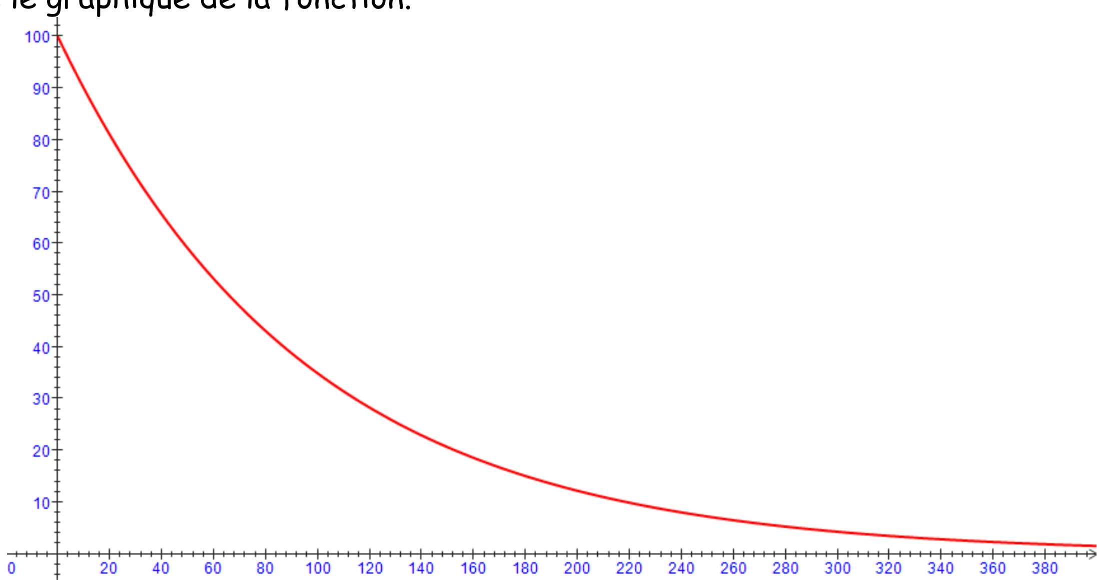
$d = 10\,m$

$C = C$ $\qquad M = C\left(0{,}9\right)^{\frac{p}{10}}$

$M =$

$p =$

b) Trace le graphique de la fonction.



c) Quels sont le domaine et l'image de la fonction dans ce contexte?

$D = [0, \infty[\quad I = [0, 100[$

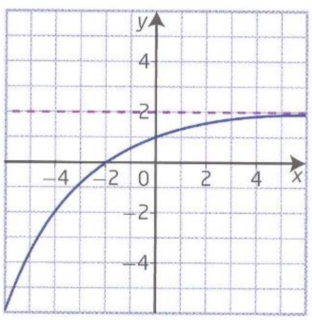
d) Quel pourcentage de lumière se rend jusqu'à Petra à 25 m de profondeur?

$M = C(0,9)^{\frac{25}{10}} =$

p. 355 nos 4, 9

4. Sans l'aide de la technologie, associe chaque graphique à la fonction correspondante. Justifie tes choix.

a)

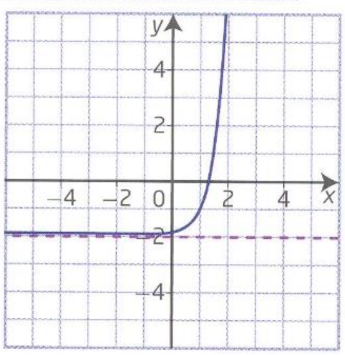


A $y = 3^{2(x-1)} - 2$

$k = -2$

b)

b)

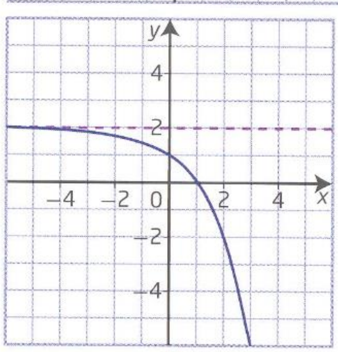


B $y = 2^{x-2} + 1$

$k = 1$

d)

c)



C $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x} + 2$

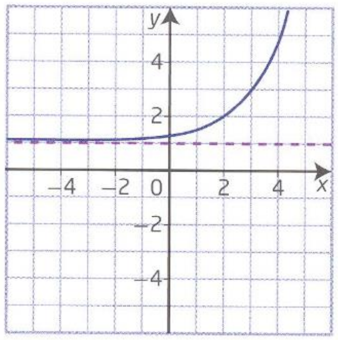
$k = 2; a = -1; (-4, -2)$

a)

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

d)



D $y = \frac{-1}{2}(4)^{\frac{1}{2}(x+1)} + 2$

$k = 2; a = \frac{-1}{2}; (1,0)$

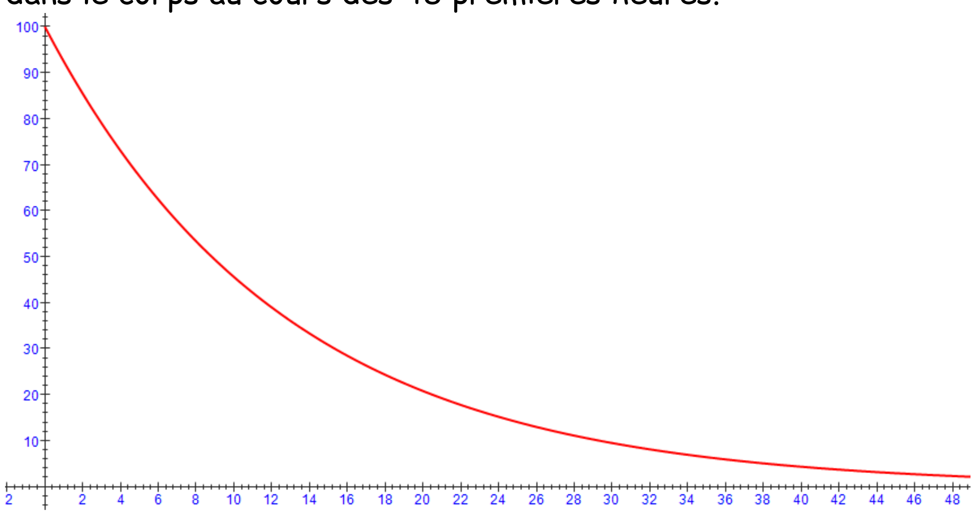
c)

9. Une fonction exponentielle permet de modéliser la persistance d'un médicament dans le corps humain. Suppose qu'un nouveau médicament obéit au modèle $Q(h) = Q_0(0{,}79)^{\frac{h}{3}}$, où Q est la quantité du médicament présente dans le corps, en milligrammes, Q_0 est la quantité initiale, en milligrammes, et h est le temps écoulé depuis la prise de cette dose, en heures.

a) Explique ce que représentent les nombres 0,79 et $\frac{1}{3}$.

C'est deux nombres signifient que le médicament diminue de 21% à chaque 3 heures.

b) La dose normale est de 100 mg. Représente graphiquement la quantité du médicament dans le corps au cours des 48 premières heures.



c) Que représente l'ordonnée à l'origine dans ce contexte?

La quantité de médicament au début.

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

d) Quelle sont le domaine et l'image de cette fonction?

$D = [0,48[\quad I = [0,100[$

p. 364 nos 5d, 11, 17

5. Résous chaque équation. Vérifie tes réponses graphiquement à l'aide de la technologie.

d) $16^{2k-3} = 32^{k+3}$

$$(2^4)^{2k-3} = (2^5)^{k+3}$$
$$8k - 12 = 5k + 15$$
$$3k = 27$$
$$k = 9$$

11. Un placement de 1000$ rapporte des intérêts, composés trimestriellement, selon un taux annuel de 8%.

a) Écris une équation qui représente la valeur du placement en fonction du temps en années.

$C = 1000\$$

$i = 8\% \div 4 \qquad M = 1000\left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^{4x}$

$n = 4x$

b) Détermine la valeur du placement au bout de 4 ans.

$$M = 1000\left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^{16}$$
$$M =$$

c) Combien de temps faut-il pour que la valeur du placement double?

$$2000 = 1000\left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^{4x}$$
$$2 = (1,02)^{4x}$$
$$\log_{1,02} 2 = 4x$$
$$x =$$

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

17. Si $4^x - 4^{x-1} = 24$, quelle est la valeur de $\left(2^x\right)^x$?

$$4^x - \frac{4^x}{4} = 24$$
$$4^x\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 24$$
$$4^x\left(\frac{3}{4}\right) = 24$$
$$4^x = 32$$
$$2^{2x} = 2^5$$
$$2x = 5$$
$$x = 5/2$$

$$\left(2^x\right)^x = \left(2^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{5}{2}} =$$

Fonctions logarithmiques	p.381 nos 14, 16, 24 p.400 nos 2d, 3c, 9c, 10b, 16

p.381 nos 14, 16, 24

14. Évalue chaque expression.

a) $\log_2\left(\log_3\left(\log_4 64\right)\right)$

$$\log_2\left(\log_3\left(3\right)\right)$$
$$= \log_2\left(1\right) = 0$$

b) $\log_4\left(\log_2\left(\log 10^{16}\right)\right)$

$$\log_4\left(\log_2\left(16\right)\right)$$
$$= \log_4\left(4\right) = 1$$

16. Le point $\left(\frac{1}{8}, -3\right)$ appartient au graphique de la fonction logarithmique $f\left(x\right) = \log_c x$, et le point $\left(4,\ k\right)$ appartient au graphique de sa réciproque, $y = f^{-1}\left(x\right)$. Détermine la valeur de k.

$$-3 = \log_c \frac{1}{8}$$
$$c^{-3} = \frac{1}{8}$$
$$c = 2$$

$$4 = \log_2 k$$
$$2^4 = k$$
$$k = 16$$

24. Soit $m = \log_2 n$ et $2m + 1 = \log_2 16n$. Détermine les valeurs de m et de n.

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$$2\log_2 n + 1 = \log_2 16n$$
$$\log_2 n^2 - \log_2 16n = -1$$
$$\log_2 \frac{n^2}{16n} = -1$$
$$\log_2 \frac{n}{16} = -1$$
$$2^{-1} = \frac{n}{16}$$
$$n = 8$$

p.400 nos 2d, 3c, 9c, 10b, 16

2. Simplifie et évalue chaque expression à l'aide des lois des logarithmes.

d) $\log_2 72 - \frac{1}{2}\left(\log_2 3 + \log_2 27\right)$ $\log_2 \frac{72}{\sqrt{81}} = \log_2 \frac{72}{9} = \log_2 8 = 3$

3. Réécris chaque expression sous sa forme la plus simple.

c) $\log_6 x - \frac{1}{5}\left(\log_6 x + 2\log_6 y\right)$ $= \log_6 \frac{x}{\left(xy^2\right)^{1/5}}$

9. Si $\log_2 7 = K$, quelle expression algébrique en fonction de K représente chaque logarithme.

c) $\log_2 \left(49 \times 4\right)$ $= \log_2 7^2 + \log_2 2^2 = 2\log_2 7 + 2\log_2 2 = 2k + 2$

10. Réécris chaque expression sous sa forme la plus simple. Indique toute restriction sur les valeurs de la variable.

b) $\log_{11} \frac{x}{\sqrt{x}} + \log_{11} \sqrt{x^5} - \frac{7}{3}\log_{11} x$

$$= \log_{11}\left(\frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} \times \frac{x^{\frac{5}{2}}}{x^{\frac{7}{3}}}\right) = \log_{11}\left(x^{1-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}-\frac{7}{3}}\right) = \log_{11}\left(x^{\frac{2}{3}}\right); x \neq 0$$

16. Pour exprimer le pH d'une solution, on utilise l'échelle logarithmique $pH = -\log\left[H^+\right]$, où $\left[H^+\right]$ est la concentration en ions hydrogène , en moles par litre (mol/L).

a) L'acidose lactique est une maladie qui se caractérise par un excès de lactate et un pH sanguin de moins de 7,35. Une personne gravement atteinte a un pH sanguin de 7,0. Détermine la concentration en ions hydrogène du sang de cette personne.

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

$$7 = -\log\left[H^+\right]$$
$$\log\left[H^+\right] = -7$$
$$H^+ = 10^{-7}$$

b) Les pluies acides sont le résultat de la réaction des produits de combustion avec l'eau de l'atmosphère. En général, la pluie est dite acide lorsque son pH est de moins de 5,3. Dans certaines régions de l'Ontario, la pluie a un pH de 4,5. Combien de fois une pluie ayant un pH de 4,5 est-elle plus acide qu'une pluie normale dont le pH est de 5,6?

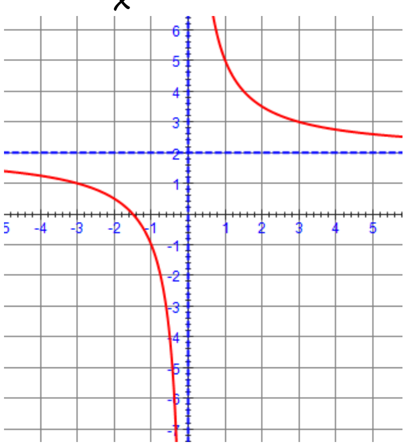
c) Le revitalisant capillaire d'Alana est 500 fois plus acide que son shampoing. Si le pH du shampoing est de 6,1, quel est le pH du revitalisant?

Fonctions rationnelles	p. 468 nos 1b, 2a, 4

p. 468 nos 1b, 2a, 4

1. Esquisse le graphique de chaque fonction à l'aide de transformations. Détermine le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et l'équation des asymptotes.

b) $y = \dfrac{3}{x} + 2$



$D = \left]-\infty, 0\right[\cup \left]0, \infty\right[$

$I = \left]-\infty, 2\right[\cup \left]2, \infty\right[$

A.V. $\rightarrow x = 0$

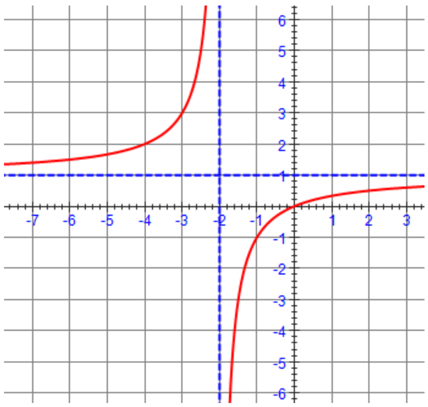
A.H. $\rightarrow y = 2$

2. Trace le graphique de chaque fonction. Nomme toute asymptote et toute coordonnée à l'origine.

a) $y = \dfrac{x}{x+2}$

Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1



A.V. → $x = -2$

A.H. → $y = 1$

$(0,0)$

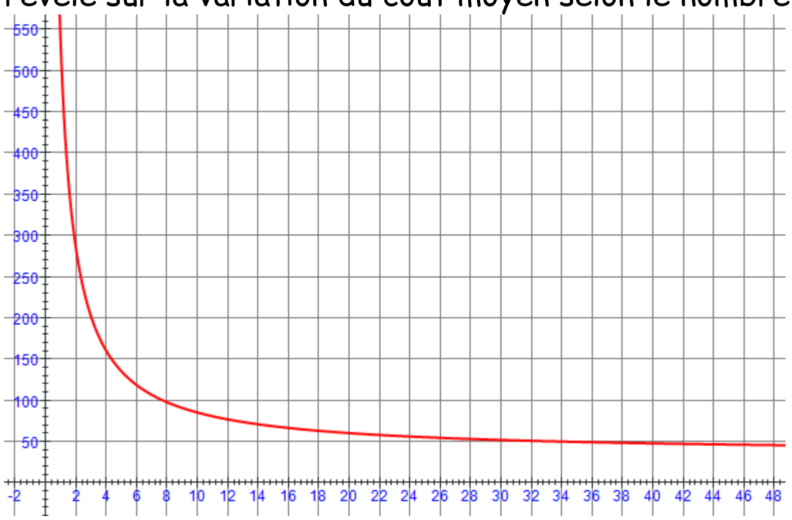
4. Une ligue de baseball prévoit commander de nouveaux uniformes d'une entreprise qui demande 500$ plus 35$ par uniforme.

a) À l'aide d'une équation et d'un graphique, représente le coût moyen par uniforme en fonction du nombre d'uniformes commandés.

$$C(x) = \frac{500 + 35x}{x}$$

$$= 35 + \frac{500}{x}$$

b) Détermine les éléments significatifs du graphique et explique ce que le graphique révèle sur la variation du coût moyen selon le nombre d'uniformes commandés.

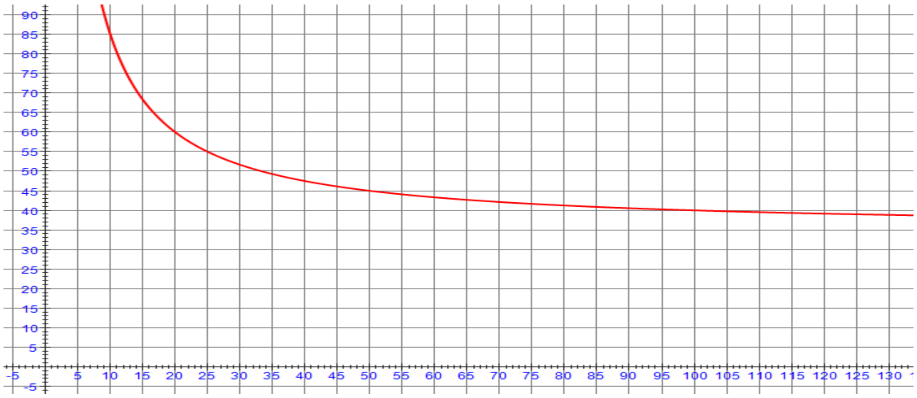


Mathématiques 30411-C

Révision mi-bloc 1

Plus on commande d'uniforme, moins le prix est grand.

c) La ligue doit maintenir un coût par uniforme de 40$. Combien d'uniformes doit-elle commander?



Elle doit en commander 100 ou plus.