Mathématiques 30411B
Révision Bloc 2 – partie 1

3.8 Les équations logarithmiques

1. Explique pourquoi l'ensemble-solution des deux équations logarithmiques suivantes est différent malgré le fait qu'elles soient apparentées.

i) $2\ln x = 4$

$D =]0, \infty[$

ii) $\ln x^2 = 4$

$D =]-\infty, \infty[$

2. Résous.

a) $2 \times 3^x = 6^{x-2}$

$$\log(2 \times 3^x) = \log(6^{x-2})$$
$$\log 2 + x\log 3 = (x-2)\log 6$$
$$\log 2 + x\log 3 = x\log 6 - 2\log 6$$
$$x\log 3 - x\log 6 = -2\log 6 - \log 2$$
$$x(\log 3 - \log 6) = -2\log 6 - \log 2$$
$$x = \frac{-2\log 6 - \log 2}{\log 3 - \log 6}$$
$$x = \frac{2\log 6 + \log 2}{\log 6 - \log 3}$$

b) $\log(x-4) + \log(x+1) = \log(x+8)$

$$\log(x-4)(x+1) = \log(x+8)$$
$$x^2 + x - 4x - 4 = x + 8$$
$$x^2 - 4x - 12 = 0$$
$$(x-6)(x+2) = 0$$
$$x = 6 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

à rejeter

3. La relation $t = \frac{1}{c}\ln\left(\frac{A}{A-N}\right)$ modélise le temps t, en semaines, requis pour effectuer la portion d'une tâche. La variable A représente la valeur maximale possible, la variable N représente l'objectif visé et c est une constante propre à chaque situation. Un homme de 50 ans décide de commencer à courir pour garder la forme. Il estime que la vitesse maximale à laquelle il pourra courir sera de 15 km/h. Dans sa situation, $c = 0{,}06$. À quelle vitesse pourra-t-il courir après 8 semaines?

$A = 15\text{km}/h$
$c = 0{,}06$
$t = 8 \text{ semaines}$
$N = ?$

$$8 = \frac{1}{0{,}06}\ln\left(\frac{15}{15-N}\right)$$
$$0{,}48 = \ln\left(\frac{15}{15-N}\right)$$
$$e^{0{,}48} = \frac{15}{15-N}$$
$$1{,}616(15-N) = 15$$
$$-1{,}616N = 15 - 24{,}24$$
$$N = 5{,}72\text{km}/h$$

Mathématiques 30411B
Révision Bloc 2 – partie 1

3.5 Les systèmes de trois équations à 3 inconnus

1. Arcade l'Arcadium à Lynchburg, Tennessee utilise 3 jetons de couleurs différentes pour leurs machines de jeu. Pour 20 $, vous pouvez acheter un des mélanges suivants de jetons : 14 Or, 20 d'argent et de bronze 24 ; OU, 20 médailles d'or, 15 argent et 19 bronze ; OU, 30 or, 5 argent et 13 bronze. Quelle est la valeur monétaire de chaque jeton?

x : valeur du jeton or $14x + 20y + 24z = 20$

y : valeur du jeton argent $20x + 15y + 19z = 20$

z : valeur du jeton bronze $30x + 5y + 13z = 20$

$$\begin{array}{lll}
[1]\times 3 & 42x + 60y + 72z = 60 & \\
[2]\times 4 & 80x + 60y + 76z = 80 & \\
[1]-[2] & -38x - 4z = -20 & [4]
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lll}
[2] & 20x + 15y + 19z = 20 & \\
[3]\times 3 & 90x + 15y + 39z = 60 & \\
[2]-[3] & -70x - 20z = -40 & [5]
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
[4]\times 5 & -190x - 20z = -100 \\
[5] & -70x - 20z = -40 \\
[4]-[5] & -120x = -60 \\
 & x = 0,50
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
-70(0,50) - 20z = -40 \\
-20z = -5 \\
z = 0,25
\end{array}$$

$$14(0,50) + 20y + 24(0,25) = 20$$
$$20y = 7$$
$$y = 0,35$$

Les jetons or valent 0,50$, les jetons argent valent 0,35$ et les jetons bronze valent 0,25$.

3.4 L'équation du cercle

1. Détermine le centre et le rayon du cercle défini par : $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$

$$(x^2 - 6x + 9) - 9 + (y^2 - 4x + 4) - 4 - 12 = 0$$
$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$$
$$C(3,2);r = 5$$

2. Une zone de livraison de pizza peut être représentée par un cercle et s'étend aux points (0, 18) et (-6, 8) (ces points sont sur le diamètre de ce cercle). Écrire une équation pour le cercle qui modélise cette zone de livraison. En outre, déterminer l'aire de ce cercle.

$$C\left(\frac{0-6}{2}, \frac{18+8}{2}\right) = (-3, 13)$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$
$$(0+3)^2 + (18-13)^2 = r^2$$
$$9 + 25 = r^2$$
$$r^2 = 34$$
$$r = \sqrt{34}$$

$$(x+3)^2 + (y-13)^2 = 34$$
$$A = \pi r^2$$
$$A = \pi(34) = 34\pi \text{ unités}^2$$

3. Déterminer l'équation du cercle dont les points A(−3, 1), B(1,−1) et C(3, 0) sont sur le cercle.

$$A(-3,1)B(1,-1)$$
$$(-3-h)^2 + (1-k)^2 = (1-h)^2 + (-1-k)^2$$
$$9 + 6h + h^2 + 1 - 2k + k^2 = 1 - 2h + h^2 + 1 + 2k + k^2$$
$$6h + 2h - 2k - 2k = 1 + 1 - 9 - 1$$
$$8h - 4k = -8$$
$$2h - k = -2 \quad [1]$$

$$B(1,-1)C(3,0)$$
$$(1-h)^2 + (-1-k)^2 = (3-h)^2 + (0-k)^2$$
$$1 - 2h + h^2 + 1 + 2k + k^2 = 9 - 6h + h^2 + k^2$$
$$-2h + 6h + 2k = 9 - 1 - 1$$
$$4h + 2k = 7 \quad [2]$$

$[1] \times 2$ $\quad 4h - 2k = -4$

$[2]$ $\quad \underline{4h + 2k = 7}$

$[1] - [2]$ $\quad -4k = -11$

$$k = \frac{11}{4}$$

$$2h - \frac{11}{4} = -2$$
$$2h = -2 + \frac{11}{4}$$
$$h = \frac{3}{8}$$

$$\left(1 + \frac{3}{8}\right)^2 + \left(-1 - \frac{11}{4}\right)^2 = r^2$$
$$\left(\frac{11}{8}\right)^2 + \left(\frac{-15}{4}\right)^2 = r^2$$
$$\frac{121}{64} + \frac{225}{16} = r^2$$
$$r^2 = \frac{1021}{64}$$
$$r = \frac{\sqrt{1021}}{8}$$

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{4}\right)^2 = \frac{1021}{64}$$

Mathématiques 30411B
Révision Bloc 2 – partie 1

3.2 Les fonctions sinusoïdales

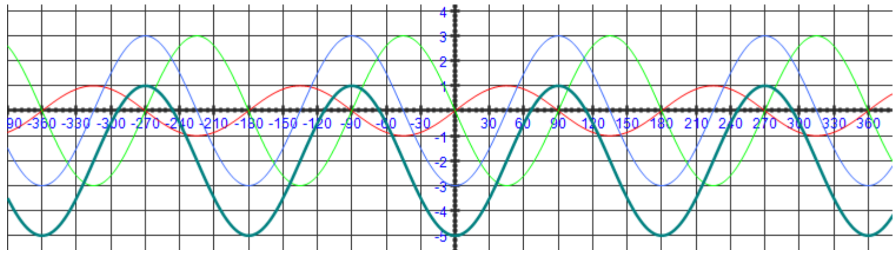
1. Représente graphiquement $y = -3\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$

$y = \sin 2x$

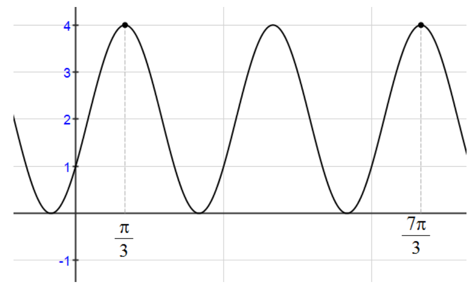
$y = -3\sin 2x$

$y = -3\sin 2(x + 45^\circ)$

$y = -3\sin 2(x + 45^\circ) - 2$



2. Détermine une fonction sinus et une fonction cosinus pour la fonction représentée graphiquement ci-dessous.



$A = 2$

$P = \dfrac{\frac{7\pi}{3} - \frac{\pi}{3}}{2} = \pi = \dfrac{2\pi}{b}$

$b = 2$

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{4}\pi\right) \rightarrow h = \frac{\pi}{12}$

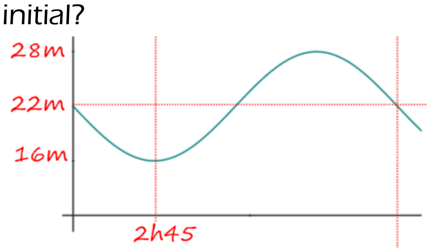
$\cos \frac{\pi}{3} \rightarrow h = \frac{\pi}{3}$

$2 \uparrow$, donc $k = 2$

$y = 2\sin 2\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + 2$

$y = 2\cos 2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$

3. La profondeur de l'eau d'une mer en fonction du temps se modélise par une fonction trigonométrique. Le compte initial coïncide avec le moment où la profondeur de la mer est à sa profondeur médiane, soit de 22 mètres. À ce moment, la profondeur de l'eau est en train de diminuer. Il s'écoule deux heures et 45 minutes (2h45) avant que la profondeur de la mer soit de 16 mètres, sa profondeur minimale. Quelle sera la profondeur de la mer 7 heures après le compte initial?



$A = -6$

$P = 4(2h45) = 11 heures$

$11 = \frac{2\pi}{b}$

$b = \frac{2\pi}{11}$

$h = 0$

$k = +22$

$f(x) = -6\sin\frac{2\pi}{11}x + 22$

$f(7) = -6\sin\frac{2\pi}{11}(7) + 22$

$= 26,53$ mètres