Mathématiques 30411C
Révision Bloc 2

1. Détermine l'amplitude, le déphasage, la période de la fonction $f(x) = 10\cos\left(\frac{1}{2}x + 10\right)$.

$$y = 10\cos\frac{1}{2}(x + 20)$$
$$A = 10$$
$$P = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$$
Déphasage : $20 \leftarrow$

2. Résous.

a) $\log_9(x-5) + \log_9(x+3) = 1$

$$x + 5 \geq 0$$
$$x \geq -5$$
$$x + 3 \geq 0$$
$$x \geq -3$$
$$D = [-3, \infty[$$

$$\log_9(x-5)(x+3) = 1$$
$$9^1 = x^2 - 5x + 3x - 15$$
$$x^2 - 2x - 24 = 0$$
$$(x-6)(x+4) = 0$$
$x = 6 \quad x = -4$ à rejeter
$$\{6\}$$

b) $2^{x+1} = 10$

$$\log_2 10 = x + 1$$
$$x + 1 = 3{,}32$$
$$x = 2{,}32$$

3. Écrire sous la forme d'un seul logarithme :

a) $\frac{1}{3}\log(x+2) + \frac{1}{7}\log(x^2+1) - 5\log(x^4+1) + \log x$

$$\log\frac{(x+2)^{\frac{1}{3}}(x^2+1)^{\frac{1}{7}}x}{(x^4+1)^5}$$

b) $\ln x - 2\ln(x^2+1) + \frac{1}{2}\ln(x^4+1)$

$$\ln\frac{x(x^4+1)^{\frac{1}{2}}}{(x^2+1)^2}$$

4. Détermine le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$

$$\left(x^2 + 2x + 1\right) - 1 + \left(y^2 - 6y + 9\right) - 9 + 9 = 0$$
$$\left(x + 1\right)^2 + \left(y - 3\right)^2 = 1$$
$$C\left(-1, 3\right); r = 1$$

5. Détermine la valeur exacte de :

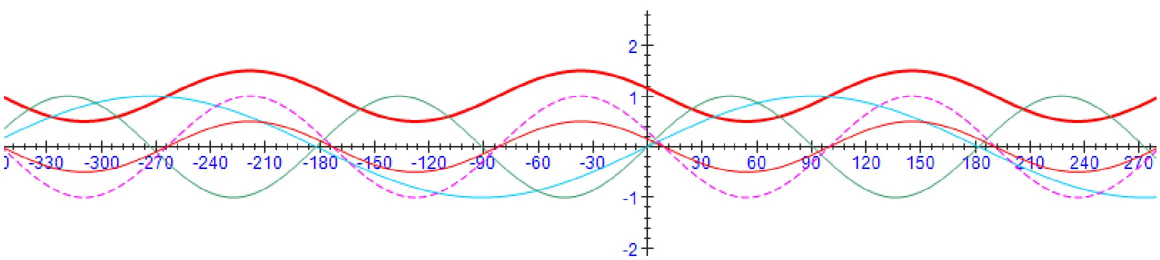
a) $\sin\frac{3\pi}{2}\cos\frac{\pi}{3} + \sec\frac{\pi}{3}$

$$= -1 \times \frac{1}{2} + 2$$
$$= \frac{3}{2}$$

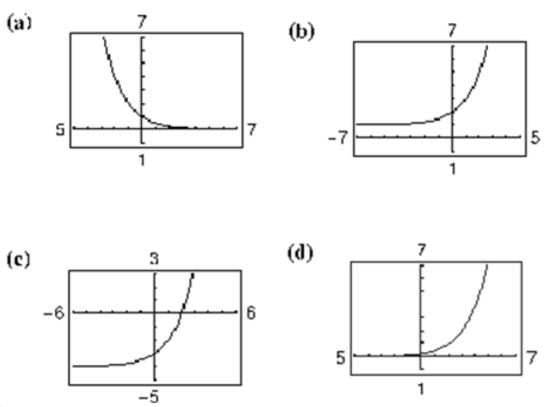
b) $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 90^\circ \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4}$$

6. Trace le graphique de $f\left(x\right) = 1 + \frac{1}{2}\sin\left(2x - 60^\circ\right)$



7. Associe le graphique à son équation.



1. $f\left(x\right) = 2^{x-2}$ d)

2. $f\left(x\right) = 2^{-x}$ a)

3. $f\left(x\right) = 2^{x} - 4$ c)

4. $f\left(x\right) = 2^{x} + 1$ b)

8. Pour une personne au repos, la vitesse v (en litres par seconde) d'air au cours d'un cycle respiratoire (le temps le début d'un souffle pour le début de la suivante) est donnée par $v = 0,85\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$, où x représente le temps (en secondes). L'inhalation se produit lorsque v > 0 et l'expiration se produit lorsque v < 0.)

a) trouver le temps pour un cycle respiratoire complet.

$P = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6$ Il faut 6 secondes pour faire un cycle respiratoire complet.

b) trouver le nombre de cycles par minute.

$1 \text{ cycle} = 6 \text{ sec}$

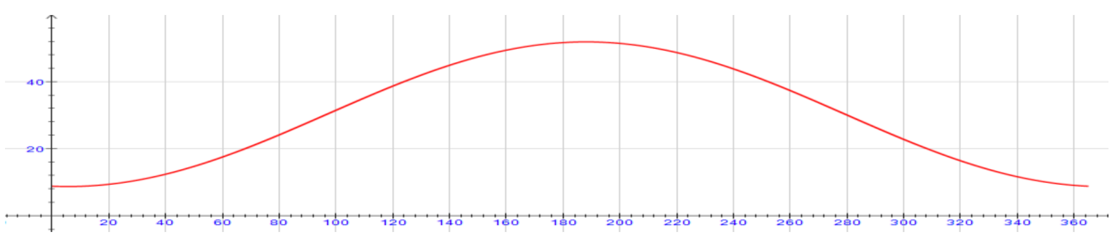
$x = 60 \text{ sec}$ Il fait 10 cycles par minutes.

$x = 10 \text{ cycles}$

c) comment le modèle peut changer pour une personne qui fait de l'exercice physique ?

la valeur de b va diminuer car il va faire plus de cycle par minutes.

9. La consommation quotidienne de C (en gallons) de carburant diesel sur une ferme est modélisée par $C = 30,3 + 21,6\sin\left(\frac{2\pi x}{365} + 10,9\right)$ où x est le temps en jours, avec x = 1 correspondant au 1 er janvier.



a) Qu'est-ce qui correspond à la période du modèle ? 365 jours.

b) Quelle est la consommation quotidienne moyenne de carburant ?

30,3 gallons en moyenne

c) Quelle période de l'année la consommation est supérieur à 40 gallons par jour.

Entre la 124e journée et la 252e journée.

$$40 = 30,3 + 21,6\sin\left(\frac{2\pi x}{365} + 10,9\right)$$

$$\frac{9,7}{21,6} = \sin\left(\frac{2\pi x}{365} + 10,9\right)$$

$$0,4657 + 2\pi n = \frac{2\pi x}{365} + 10,9 \quad \text{et} \quad 2,6759 + 2\pi n = \frac{2\pi x}{365} + 10,9$$

$$\frac{365}{2\pi}\left(-10,4343 + 2\pi n\right) = x \qquad \frac{365}{2\pi}\left(-8,2241 + 2\pi n\right) = x$$

$$x = -606,14 + 365n \qquad x = -477,75 + 365n$$

$$x = 123,86 \qquad x = 252,25$$

10. Une entreprise qui produit des planches à neige, qui sont des produits de saison, prévisions de ventes mensuelles pour 1 an, afin d'être $S = 74,50 + 43,75\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$ où S est la vente en milliers d'unités et x représente le temps en mois, avec x = 1 correspondant au janvier. Détermine les mois où les ventes sont au minimum et où elles sont au maximum.

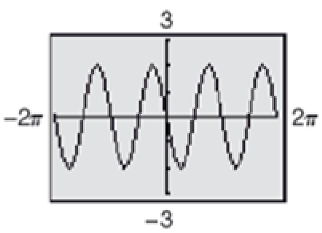
$-1 = \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$

$\frac{\pi x}{6} = \pi + 2\pi n$ Les ventes sont au minimum au mois de juin.

$x = 6 + 12n$

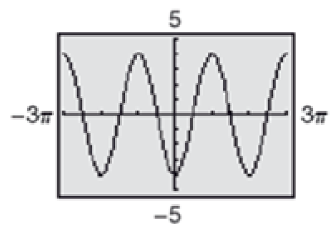
11. Laquelle des fonctions est représentée dans le graphique?

a)



(a) $f(x) = 2\sin 2x$
(b) $f(x) = -2\sin\frac{x}{2}$
(c) $f(x) = -2\cos 2x$
(d) $f(x) = 2\cos\frac{x}{2}$
(e) $f(x) = -2\sin 2x$

b)



(a) $f(x) = 4\cos(x+\pi)$
(b) $f(x) = 4\cos(4x)$
(c) $f(x) = 4\sin(x-\pi)$
(d) $f(x) = -4\cos(x+\pi)$
(e) $f(x) = 1 - \sin\frac{x}{2}$

12. Les équations suivantes sont-elles des équations développées de cercle? Si oui, préciser le centre et le rayon.

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$

$(x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 = 20$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

$C(1,-2); r = 5$

b) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$

$(x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 + 14 = 0$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = -9$

non

c) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$

$(x^2 + 4x + 4) - 4 + (y^2 - 2y + 1) - 1 + 5 = 0$

$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 0$

non

d) $x^2 + y^2 + x = 0$

$\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} + y^2 = 0$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

$C\left(\frac{-1}{2}, 0\right); r = \frac{1}{2}$

13. Détermine l'équation du cercle défini par les conditions suivantes :

a) Le centre C(2,-3) et le rayon vaut 7;

$$(x-2)^2+(y+3)^2=49$$

b) Le cercle passe par l'origine et son centre est C(6,-8);

$$(x-6)^2+(y+8)^2=r^2$$
$$(0-6)^2+(0+8)^2=r^2$$
$$36+64=r^2$$
$$100=r^2$$
$$r=10$$
$$(x-6)^2+(y+8)^2=100$$

c) AB est un diamètre du cercle où A(3,2), B(-1,6);

$$d=\sqrt{(3+1)^2+(2-6)^2}=4\sqrt{2}$$
$$r=2\sqrt{2}$$
$$PM=\left(\frac{3-1}{2},\frac{2+6}{2}\right)=(1,4)$$
$$(x-1)^2+(y-4)^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2$$
$$(x-1)^2+(y-4)^2=8$$

d) Le centre du cercle est C(1,-1) et le cercle est tangent à 5x + 9 = 12y;

$$y=\frac{5}{12}x+\frac{9}{12}$$
$$m=\frac{5}{12}\rightarrow m\perp=\frac{-12}{5}$$

$$y=\frac{-12}{5}x+b$$
$$-1=\frac{-12}{5}(1)+b$$
$$b=\frac{7}{5}$$
$$y=\frac{-12}{5}x+\frac{7}{5}$$

$$\frac{5}{12}x+\frac{9}{12}=\frac{-12}{5}x+\frac{7}{5}$$
$$\frac{169}{60}x=\frac{13}{20}$$
$$x=\frac{3}{13}$$
$$y=\frac{-12}{5}\left(\frac{3}{13}\right)+\frac{7}{5}=\frac{11}{13}$$
$$\left(\frac{3}{13},\frac{11}{13}\right)$$

$$\left(\frac{3}{13}-1\right)^2+\left(\frac{11}{13}+1\right)^2=r^2$$
$$4=r^2$$
$$r=2$$

$$(x-1)^2+(y+1)^2=4$$

e) Le cercle passe par A(3,1) et B(-1,3) et est centré sur 3x = y + 2;

$$y = 3x - 2$$

$$m \perp = \frac{-1}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}x + b; (3,1)$$

$$1 = \frac{-1}{3}(3) + b$$

$$b = 2$$

$$y = \frac{-1}{3}x + 2$$

$$3x - 2 = \frac{-1}{3}x + 2$$

$$\frac{10}{3}x = 4$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$y = 3\left(\frac{6}{5}\right) - 2 = \frac{8}{5}$$

$$C\left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$$

$$\left(3 - \frac{6}{5}\right)^2 + \left(1 - \frac{8}{5}\right)^2 = r^2$$

$$\frac{18}{5} = r^2$$

$$\left(x - \frac{6}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{18}{5}$$

f) Le cercle passe par A(-1,5), B(-2,-2) et C(5,5).

$$C(h,k) \rightarrow (-1-h)^2 + (5-k)^2 = (-2-h)^2 + (-2-k)^2$$

$$1 + 2h + h^2 + 25 - 10k + k^2 = 4 + 4h + h^2 + 4 + 4k + k^2$$

$$-2h - 14k = -18$$

$$C(h,k) \rightarrow (-1-h)^2 + (5-k)^2 = (5-h)^2 + (5-k)^2$$

$$1 + 2h + h^2 + 25 - 10k + k^2 = 25 - 10h + h^2 + 25 - 10k + k^2$$

$$12h = 24$$

$$h = 2$$

$$C(2,1), (-1,5)$$

$$-2(2) - 14k = -18 \qquad (-1-2)^2 + (5-1)^2 = r^2$$

$$-14k = -14 \qquad 9 + 16 = r^2$$

$$k = 1 \qquad 25 = r^2$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

14. Déterminer si la droite et le cercle, ou les deux cercles se coupent, sont tangents ou extérieurs dans les cas suivants :

a) $x^2 + (y+2)^2 = 25 \quad et \quad x - 2y + 1 = 0$

$$x = -1 + 2y$$

$$\begin{aligned} (-1+2y)^2 + (y+2)^2 &= 25 \\ 1 - 4y + 4y^2 + y^2 + 4y + 4 - 25 &= 0 \\ 5y^2 - 20 &= 0 \\ 5(y^2 - 4) &= \\ y = 2 \quad y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} si\ \ y = 2 & si\ \ y = -2 \\ x = -1 + 2(2) & x = -1 + 2(-2) \\ x = 3 & x = -5 \\ (3,2) & (-5,-2) \end{array}$$

Ils se coupent à deux endroits.

b) $(x-1)^2 + y^2 = 4 \quad et \quad (x-5)^2 + (y-4)^2 = 20$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + y^2 &= 4 \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 &= 20 \\ x^2 - 10x + y^2 - 8y - 21 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4 &= x^2 - 10x + y^2 - 8y - 21 \\ 8x + 8y &= 24 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + (3-x)^2 &= 4 \\ x^2 - 2x + 1 + 9 - 6x + x^2 - 4 &= 0 \\ 2x^2 - 8x + 6 &= 0 \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ x = 3 \quad x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} y = 3 - x & y = 3 - x \\ si\ \ x = 3 & si\ \ x = 1 \\ y = 0 & y = 2 \\ (3,0) & (1,2) \end{array}$$

Ils se coupent à deux endroits.

c) $x^2 + y^2 - 3x + 2y = 3 \quad et \quad y = 2x - 3$

$$\begin{aligned} x^2 + (2x-3)^2 - 3x + 2(2x-3) &= 3 \\ x^2 + 4x^2 - 12x + 9 - 3x + 4x - 6 - 3 &= 0 \\ 5x^2 - 11x &= 0 \\ x(5x - 11) &= 0 \\ x = 0 \quad x &= \frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ si\ \ x = 0 \\ y = 3 \\ (0,3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ si\ \ x = \frac{11}{5} \\ y = \frac{22}{5} + 3 = \frac{37}{5} \\ \left(\frac{11}{5}, \frac{37}{5}\right) \end{array}$$

Ils se coupent à deux endroits.

d) $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$ et $x - 2y - 1 = 0$

$$x = 2y + 1$$

$$(2y+1)^2 + y^2 - 8(2y+1) + 2y + 12 = 0$$
$$4y^2 + 4y + 1 + y^2 - 16y - 8 + 2y + 12 = 0$$
$$5y^2 - 10y + 5 = 0$$
$$y^2 - 2y + 1 = 0$$
$$(y-1)(y-1) = 0$$
$$y = 1 \quad y = 1$$

$$x = 2y + 1$$
$$y = 1$$
$$x = 3$$
$$(3, 1)$$

Ils sont tangents, donc touchent juste en un point.

e) $x^2 + y^2 = 1$ et $y = x + 10$

$$x^2 + (x+10)^2 = 1$$
$$x^2 + x^2 + 20x + 100 - 1 = 0$$
$$2x^2 + 20x + 99 = 0$$
$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 4(2)(99)}}{4}$$
$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{-392}}{4}$$

Ils ne se coupent pas.

15. Calculer la longueur de la corde commune aux cercles :

$$x^2 + y^2 = 10x + 10y \text{ et } x^2 + y^2 + 6x + 2y = 40$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0 \text{ et } x^2 + y^2 + 6x + 2y - 40 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 10x - 10y = x^2 + y^2 + 6x + 2y - 40$$
$$-16x - 12y = -40$$
$$4x + 3y = 10$$
$$x = \frac{10 - 3y}{4}$$

$$\left(\frac{10-3y}{4}\right)^2 + y^2 = 10\left(\frac{10-3y}{4}\right) + 10y$$
$$\frac{100 - 60y + 9y^2}{16} + y^2 = \frac{100 - 30y}{4} + 10y$$
$$100 - 60y + 9y^2 + 16y^2 = 400 - 120y + 160y$$
$$25y^2 - 100y - 300 = 0$$
$$y^2 - 4y - 12 = 0$$
$$(y-6)(y+2) = 0$$
$$y = 6 \quad y = -2$$

$y = 6$
$$x = \frac{10 - 3y}{4} = \frac{10 - 3(6)}{4} = -2$$
$$(-2, 6)$$

$y = -2$
$$x = \frac{10 - 3y}{4} = \frac{10 - 3(-2)}{4} = 4$$
$$(4, -2)$$

$$d = \sqrt{(-2-4)^2 + (6+2)^2}$$
$$= \sqrt{100} = 10$$

16. Résous les systèmes par éliminations et ensuite avec les matrices.

a) $3x + 2y = -1$
$5x - 3y = 2$

$$[1] \times 5 \quad 15x + 10y = -5$$
$$[2] \times 3 \quad 15x - 9y = 6$$
$$[1] - [2] \quad 19y = -11$$
$$y = \frac{-11}{19}$$
$$3x + 2\left(\frac{-11}{19}\right) = -1$$
$$3x = \frac{3}{19}$$
$$x = \frac{1}{19}$$
$$\left(\frac{1}{19}, \frac{-11}{19}\right)$$

$$x = \frac{\det\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}} = \frac{3-4}{-9-10} = \frac{-1}{-19} = \frac{1}{19}$$

$$y = \frac{\det\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}} = \frac{6+5}{-9-10} = \frac{11}{-19}$$

$$\left(\frac{1}{19}, \frac{-11}{19}\right)$$

b) $-2x + 5y + z = 17$
$x - y - 2z = -7$
$3x - 4y + 3z = -14$

$$[1] \quad -2x + 5y + z = 17$$
$$[2] \times 2 \quad 2x - 2y - 4z = -14$$
$$[1] + [2] \quad 3y - 3z = 3$$
$$[4] \quad y - z = 1$$
$$[2] \times 3 \quad 3x - 3y - 6z = -21$$
$$[3] \quad 3x - 4y + 3z = -14$$
$$[2] - [3] = [5] \quad y - 9z = -7$$
$$[4] - [5] \quad 8z = 8$$
$$z = 1$$
$$[5] \quad y - 9 = -7$$
$$y = 2$$
$$[1] \quad -2x + 10 + 1 = 17$$
$$-2x = 6$$
$$x = -3$$
$$(-3, 2, 1)$$

$$x = \frac{\det\begin{bmatrix} 17 & 5 & 1 & 17 & 5 \\ -7 & -1 & -2 & -7 & -1 \\ -14 & -4 & 3 & -14 & -4 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}} = \frac{(-51+140+28)-(-105+136+14)}{(6-30-4)-(15-16-3)} = \frac{72}{-24} = -3$$

$$y = \frac{\det\begin{bmatrix} -2 & 17 & 1 & -2 & 17 \\ 1 & -7 & -2 & 1 & -7 \\ 3 & -14 & 3 & 3 & -14 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}} = \frac{(42-102-14)-(51-56-21)}{(6-30-4)-(15-16-3)} = \frac{-48}{-24} = 2$$

$$z = \frac{\det\begin{bmatrix} -2 & 5 & 17 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & -7 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & -14 & 3 & -4 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}} = \frac{(-28-105-68)-(-70-56-51)}{(6-30-4)-(15-16-3)} = \frac{-24}{-24} = 1$$

c)
$$\begin{aligned} 3x - 2y + 4z &= -7 \\ 5x + 7y - 3z &= 16 \\ x + y - z &= 6 \end{aligned}$$

$[1] \times 5 \qquad 15x - 10y + 20z = -35$

$[2] \times 3 \qquad 15x + 21y - 9z = 48$

$[1] - [2] = [4] \qquad -31y + 29z = -83$

$[2] \qquad 5x + 7y - 3z = 16$

$[3] \times 5 \qquad 5x + 5y - 5z = 30$

$[2] - [3] = [5] \qquad 2y + 2z = -14$

$[4] \times 2 \qquad -62y + 58z = -166$

$[5] \times 31 \qquad 62y + 62z = -434$

$[4] + [5] \qquad 120z = -600$

$z = -5$

$[5] \qquad 2y - 10 = -14$

$2y = -4$

$y = -2$

$[1] \qquad 3x + 4 - 20 = -7$

$3x = 9$

$x = 3$

$(3, -2, -5)$

$$x = \frac{\det\begin{bmatrix} -7 & -2 & 4 & -7 & -2 \\ 16 & 7 & -3 & 16 & 7 \\ 6 & 1 & -1 & 6 & 1 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 & 3 & -2 \\ 5 & 7 & -3 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{(49 + 36 + 64) - (32 + 21 + 168)}{(-21 + 6 + 20) - (10 - 9 + 28)} = \frac{-72}{-24} = 3$$

$$y = \frac{\det\begin{bmatrix} 3 & -7 & 4 & 3 & -7 \\ 5 & 16 & -3 & 5 & 16 \\ 1 & 6 & -1 & 1 & 6 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 & 3 & -2 \\ 5 & 7 & -3 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{(-48 + 21 + 120) - (35 - 54 + 64)}{(-21 + 6 + 20) - (10 - 9 + 28)} = \frac{48}{-24} = -2$$

$$z = \frac{\det\begin{bmatrix} 3 & -2 & -7 & 3 & -2 \\ 5 & 7 & 16 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 6 & 1 & 1 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 & 3 & -2 \\ 5 & 7 & -3 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{(126 - 32 - 35) - (-60 + 48 - 49)}{(-21 + 6 + 20) - (10 - 9 + 28)} = \frac{120}{-24} = -5$$

17. Une confiserie possède trois mélanges de fruits secs différents :
- Le mélange A contient 500g d'amandes, 400g de noix et 100g de noisettes,
- Le mélange B contient 400g d'amandes, 200g de noix et 400g de noisettes,
- Le mélange C contient 600g d'amandes, 100g de noix et 300g de noisettes.

Si la confiserie possède 6100g d'amandes, 2500g de noix et 3400g de noisettes et qu'elle désire utiliser tout son stock, combien de sacs de chaque mélange devra-t-elle faire?

x : quantité de sacs A $\quad 500x + 400y + 600z = 6100 \rightarrow 5x + 4y + 6z = 61$

y : quantité de sacs B $\quad 400x + 200y + 100z = 2500 \rightarrow 4x + 2y + 1z = 25$

z : quantité de sacs C $\quad 100x + 400y + 300z = 3400 \rightarrow x + 4y + 3z = 34$

$$x = \frac{\det\begin{bmatrix} 61 & 4 & 6 & 61 & 4 \\ 25 & 2 & 1 & 25 & 2 \\ 34 & 4 & 3 & 34 & 4 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}} = \frac{(366+136+600)-(300+244+408)}{(30+4+96)-(48+20+12)} = \frac{150}{50} = 3$$

$$y = \frac{\det\begin{bmatrix} 5 & 61 & 6 & 5 & 61 \\ 4 & 25 & 1 & 4 & 25 \\ 1 & 34 & 3 & 1 & 34 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}} = \frac{(375+61+816)-(732+170+150)}{(30+4+96)-(48+20+12)} = \frac{200}{50} = 4$$

$$z = \frac{\det\begin{bmatrix} 5 & 4 & 61 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 25 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 34 & 1 & 4 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}} = \frac{(340+100+976)-(544+500+122)}{(30+4+96)-(48+20+12)} = \frac{250}{50} = 5$$

Elle peut faire 3 sace de type A, 4 sacs de type B et 5 sacs de type C.

18. Calculer le déterminant.

a) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ $\det\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = 21 + 10 = 31$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -5 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

$$det\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -5 & 7 & 0 & -5 & 7 \end{bmatrix} = (0-15+42)-(0+14-15) = 28$$

19. Simplifie.

20. $\dfrac{x-2}{x^2-4x+4} \div \dfrac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$

$$\frac{x-2}{(x-2)^2} \times \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} = \frac{x+2}{x(x-2)}\,; x \neq -2, 0, 2$$

21. $\dfrac{x-1}{x^2-4x+4} + \dfrac{x+3}{x^2-4} + \dfrac{2}{2-x}$

$$\frac{x-1}{(x-2)^2} + \frac{x+3}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{-(x-2)}$$

$$\frac{(x-1)(x+2)+(x+3)(x-2)-2(x-2)(x+2)}{(x-2)^2(x+2)}$$

$$\frac{x^2+x-2+x^2+x-6-2x^2+8}{(x-2)^2(x+2)}$$

$$\frac{2x}{(x-2)^2(x+2)}\,; x \neq -2, 2$$

22. $\dfrac{y}{x^2} \div \left(\dfrac{x^2+3x}{2x^2+5x-3} \div \dfrac{x^3y-x^2y}{2x^2-3x+1}\right)$

$$\frac{y}{x^2} \div \left(\frac{x(x+3)}{(2x+6)(2x-1)/2} \times \frac{(2x-2)(2x-1)/2}{x^2y(x-1)}\right)$$

$$\frac{y}{x^2} \div \left(\frac{x(x+3)}{2(x+3)(2x-1)/2} \times \frac{2(x-1)(2x-1)/2}{x^2y(x-1)}\right)$$

$$\frac{y}{x^2} \div \left(\frac{1}{xy}\right) = \frac{y^2}{x}\,; x \neq 0, -3, 1, \frac{1}{2}$$