

Parcours B : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgi

1. Montre que chaque binôme est un facteur du polynôme qui le précède.

a) $m^3 - 3m^2 + m - 3; m - 3$

$$\begin{aligned} & (3)^3 - 3(3)^2 + 3 - 3 \\ & 27 - 27 + 3 - 3 \\ & 0 \end{aligned}$$

b) $3x^3 - 4x^2 - x + 2; 3x + 2$

$$\begin{aligned} & 3\left(\frac{-2}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{-2}{3}\right)^2 - \frac{-2}{3} + 2 \\ & 3\left(\frac{-8}{27}\right) - 4\left(\frac{4}{9}\right) + \frac{2}{3} + 2 \\ & \frac{-8}{9} - \frac{16}{9} + \frac{6}{9} + \frac{18}{9} \\ & 0 \end{aligned}$$

2. Détermine si chaque binôme est un facteur du polynôme qui le précède.

a) $2x^4 + 3x^3 - 4x - 9; 2x + 3$

$$\begin{aligned} & 2\left(\frac{-3}{2}\right)^4 + 3\left(\frac{-3}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{-3}{2}\right) - 9 \\ & 2\left(\frac{81}{16}\right) + 3\left(\frac{-27}{8}\right) + 6 - 9 \\ & \frac{81}{8} - \frac{81}{8} + 6 - 9 \\ & -3 \end{aligned}$$

Non, ce n'est pas un facteur.

b) $8x^2 + 2x - 1; 2x - 1$

$$\begin{aligned} & 8\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 \\ & 8\left(\frac{1}{4}\right) + 1 - 1 \\ & 2 \end{aligned}$$

Non, ce n'est pas un facteur.

3. Décompose en facteurs.

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (x-1)(x^2 - 5x + 6) \\ & = (x-1)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

b) $x^3 - 2x^2 - 6x - 8$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 1 & -2 & -6 & -8 \\ & & 4 & 8 & 8 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x + 2)$$

c) $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = -2 & 3 & -4 & -17 & 6 \\ & & -6 & 20 & -6 \\ \hline & 3 & -10 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (x+2)(3x^2 - 10x + 3) \\ & = (x+2)(3x-9)(3x-1) / 3 \\ & = (x+2)3(x-3)(3x-1) / 3 \\ & = (x+2)(x-3)(3x-1) \end{aligned}$$

d) $6w^3 + 16w^2 - 21w + 5$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = \frac{1}{3} & 6 & 16 & -21 & 5 \\ & & 2 & 6 & -5 \\ \hline & 6 & 18 & -15 & 0 \\ \div 3 & 2 & 6 & -5 & \end{array}$$

$$= (3x-1)(2x^2 + 6x - 5)$$

4. L'expression $V(h)$, où h est la hauteur d'un classeur, représente le volume, $V(h)$, du classeur.

a) Décompose en facteurs l'expression $h^3 - 2h^2 + h = h(h^2 - 2h + 1) = h(h-1)(h-1)$

b) Si la hauteur est de 1,5 m, détermine les autres dimensions du classeur. 1,5 m, 0,5 m, 0,5 m

Parcours B : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgih

5. L'expression $3L^3 - L^2 - 4L$, où L est la longueur entre le mur avant et le mur arrière, correspond approximativement au volume, V(L), d'un court de squash.

- a) Décompose en facteurs l'expression $3L^3 - L^2 - 4L = L(3L^2 - L - 4) = L(3L - 4)(L + 1) / 3 = L(3L - 4)(L + 1)$
- b) Si L vaut environ 4,6m, détermine les autres dimensions du court. *4,6 m, 9,8 m, 5,6 m.*

6. Un garage a la forme d'un prisme à base rectangulaire. On peut représenter le volume du garage, V(h), par l'expression $3h^3 + 8h^2 + 3h - 2$, où h est la hauteur de la porte de garage.

a) Décompose en facteurs l'expression $3h^3 + 8h^2 + 3h - 2$.

$$\begin{array}{r|rrrr} x-2 & 3 & 8 & 3 & -2 \\ & & -6 & -4 & 2 \\ \hline & 3 & 2 & -1 & 0 \end{array} \quad \begin{aligned} & (h+2)(3h^2+2h-1) \\ & = (h+2)(3h^2+2h-1) \\ & = (h+2)(3h+3)(3h-1) / 3 \\ & = (h+2)(h+1)(3h-1) \end{aligned}$$

b) Si la hauteur de la porte est de 2 m, trouve les dimensions du garage.

7. Décompose en facteurs les polynômes suivants.

a) $x^3 - 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad = (x-1)(x^2+x+1)$$

b) $x^3 + 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \quad = (x+1)(x^2-x+1)$$

c) $x^3 - 27$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-3 & 1 & 0 & 0 & -27 \\ & & 3 & 9 & 27 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 0 \end{array} \quad = (x-3)(x^2+3x+9)$$

d) $x^3 + 64$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+4 & 1 & 0 & 0 & 64 \\ & & -4 & 16 & -64 \\ \hline & 1 & -4 & 16 & 0 \end{array} \quad = (x+4)(x^2-4x+16)$$

e) $8x^3 - 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x=\frac{1}{2} & 8 & 0 & 0 & -1 \\ & & 4 & 2 & 1 \\ \hline & 8 & 4 & 2 & 0 \\ \div 2 & 4 & 2 & 1 & 0 \end{array} \quad = (2x-1)(4x^2+2x+1)$$

Parcours B : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgi

f) $64x^3 + 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = -\frac{1}{4} & 64 & 0 & 0 & 1 \\ & & -16 & 4 & -1 \\ \hline & 64 & -16 & 4 & 0 \\ \div 4 & 16 & -4 & 1 & 0 \end{array} = (4x+1)(16x^2-4x+1)$$

g) Détermine si $x + y$ ou $x - y$ est un facteur de $x^3 + y^3$. Indique l'autre facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr} x = -y & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} = (x+y)(x^2-xy+y^2)$$

h) Détermine si $x + y$ ou $x - y$ est un facteur de $x^3 - y^3$. Indique l'autre facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr} x = y & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} = (x-y)(x^2+xy+y^2)$$

i) Sers-toi de tes découvertes pour décomposer en facteurs :

i) $8x^3 + 125$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = -\frac{5}{2} & 8 & 0 & 0 & 125 \\ & & -20 & 50 & -125 \\ \hline & 8 & -20 & 50 & 0 \\ \div 2 & 4 & -10 & 25 & 0 \end{array} = (2x+5)(4x^2-10x+25)$$

$8x^3 = -125$
 $x^3 = \frac{-125}{8}$
 $x = \sqrt[3]{\frac{-125}{8}} = \frac{-5}{2}$

ii) $27x^3 - 64$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = \frac{4}{3} & 27 & 0 & 0 & -64 \\ & & 36 & 48 & 64 \\ \hline & 27 & 36 & 48 & 0 \\ \div 3 & 9 & 12 & 16 & 0 \end{array} = (3x-4)(9x^2+12x+16)$$

$27x^3 = 64$
 $x^3 = \frac{64}{27}$
 $x = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3}$

j) DÉFI : sers-toi de tes découvertes pour décomposer en facteurs $x^6 + y^9$

Réponses :

1. a) $P(3) = 0$

b) $P\left(\frac{-2}{3}\right) = 0$

2. a) Non

b) Non

3. a) $(x-1)(x-2)(x-3)$

b) $(x-4)(x^2+2x+2)$

c) $(x+2)(3x-1)(x-3)$

d) $(3w-1)(2w^2+6w-5)$

4. a) $h(h-1)^2$

b) 0,5m sur 0,5m

5. a) $L(3L-4)(L+1)$

b) 9,8m sur 5,6m

Parcours B : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgi

6. a) $(h + 2)(h + 1)(3h - 1)$

b) 4m sur 3m sur 5m

7. a) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$

b) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$

c) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

d) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$

e) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

f) $(4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$

g) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

h) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

i) i) $(2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$

ii) $(3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$

j) $(x^2 + y^3)(x^4 - x^2y^3 + y^6)$