

Mathématiques 30331-C

Révision finale

1. Effectue les opérations suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

a) $A + 2B$
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -7 & 10 & 4 \end{bmatrix}$$

b) $A \times C$
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c) D^{-1}
$$\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & -4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{1} \times 3 - \boxed{2} \times 2 \\ \boxed{2} \div -8 \end{array} \left[\begin{array}{cc|cc} 2 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & 3 & -2 \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{2} \div -8 \\ \boxed{0} \ 1 \ 1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|cc} 2 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} \boxed{1} + \boxed{2} \times 4 \\ \boxed{0} \ 1 \ -\frac{3}{8} \ \frac{1}{4} \end{array} \left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{1} \div 2 \\ \boxed{0} \ 1 \ -\frac{3}{8} \ \frac{1}{4} \end{array} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

d) $(\det D) \times B$
$$(-4 + 12) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 24 \\ -24 & 32 & 16 \end{bmatrix}$$

2. Révise bien les matrices, leur vocabulaire et les opérations de base. Calcule les valeurs des variables pour que les opérations soient vraies.

a)
$$\begin{bmatrix} 2 & 9n+18 \\ |x+4|-4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -n^2 \\ 20 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 9n + 18 = -n^2 \\ n^2 + 9n + 18 = 0 \\ (n+6)(n+3) = 0 \\ n = -6 \text{ ou } n = -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} |x+4| - 4 = 20 \\ |x+4| = 24 \\ x+4 = 24 \text{ ou } x+4 = -24 \\ x = 20 \qquad \qquad x = -28 \end{array}$$

b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -2 & 5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & m & 5 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 41 & 16 \\ 18 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -2 & 5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m & 0 \\ 5 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 16 \\ 18 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 8s = 16 \\ s = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -2 + 5m + 15 = 18 \\ 5m = 5 \\ m = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3s = 6 \\ s = 2 \end{array}$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

$$c) \begin{bmatrix} 2^x & 2 \\ 4 & |n+3| \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2^x - 6 &= 10 & |n+3| - 5 &= 2 \\ 2^x &= 16 & |n+3| &= 7 \\ 2^x &= 2^4 & n+3 &= 7 \text{ ou } n+3 = -7 \\ x &= 4 & n &= 4 \quad \text{ou} \quad n = -10 \end{aligned}$$

3. Arcade l'Arcadium à Lynchburg, Tennessee utilise 3 jetons de couleurs différentes pour leurs machines de jeu. Pour 20 \$, vous pouvez acheter un des mélanges suivants de jetons : 14 Or, 20 d'argent et de bronze 24 ; OU, 20 médailles d'or, 15 argent et 19 bronze ; OU, 30 or, 5 argent et 13 bronze. Quelle est la valeur monétaire de chaque jeton? (résoudre par matrice)

$$\begin{aligned} x : \text{valeur du jeton or} & & 14x + 20y + 24z &= 20 \\ y : \text{valeur du jeton argent} & & 20x + 15y + 19z &= 20 \\ z : \text{valeur du jeton bronze} & & 30x + 5y + 13z &= 20 \end{aligned} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 14 & 20 & 24 & 20 \\ 20 & 15 & 19 & 20 \\ 30 & 5 & 13 & 20 \end{array} \right]$$

$$x = \frac{\det \begin{bmatrix} 20 & 20 & 24 \\ 20 & 15 & 19 \\ 20 & 5 & 13 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 14 & 20 & 24 \\ 20 & 15 & 19 \\ 30 & 5 & 13 \end{bmatrix}} = \frac{20(195 - 95) - 20(260 - 380) + 24(100 - 300)}{14(195 - 95) - 20(260 - 570) + 24(100 - 450)} = \frac{-400}{-800} = 0,50$$

$$y = \frac{\det \begin{bmatrix} 14 & 20 & 24 \\ 20 & 20 & 19 \\ 30 & 20 & 13 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 14 & 20 & 24 \\ 20 & 15 & 19 \\ 30 & 5 & 13 \end{bmatrix}} = \frac{14(260 - 380) - 20(260 - 570) + 24(400 - 600)}{14(195 - 95) - 20(260 - 570) + 24(100 - 450)} = \frac{-280}{-800} = 0,35$$

$$z = \frac{\det \begin{bmatrix} 14 & 20 & 20 \\ 20 & 15 & 20 \\ 30 & 5 & 20 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 14 & 20 & 24 \\ 20 & 15 & 19 \\ 30 & 5 & 13 \end{bmatrix}} = \frac{14(300 - 100) - 20(400 - 600) + 20(100 - 450)}{14(195 - 95) - 20(260 - 570) + 24(100 - 450)} = \frac{-200}{-800} = 0,25$$

Les jetons or valent 0,50\$, les jetons argent valent 0,35\$ et les jetons bronze valent 0,25\$.

Mathématiques 30331-C

Révision finale

4. Résous pour $F(x)$ est égale à 4:

a) $F(x) = 2|x + 6| - 12$

$$2|x + 6| - 12 = 4$$

$$2|x + 6| = 16$$

$$|x + 6| = 8$$

$$x + 6 = 8 \quad \text{ou} \quad x + 6 = -8$$

$$x = 2 \quad \quad \quad x = -14$$

b) $F(x) = 4096\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$4096\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{1024}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$x = 10$$

c) $F(x) = -2[0,5(x - 1)] - 6$

$$-2[0,5(x - 1)] - 6 = 4$$

$$-2[0,5(x - 1)] = 10$$

$$[0,5(x - 1)] = -5$$

$$0,5(x - 1) \geq -5 \quad 0,5(x - 1) < -4$$

$$x - 1 \geq -10 \quad \quad \quad x - 1 < -8$$

$$x \geq -9 \quad \quad \quad x < -7$$

$$[-9, -7[$$

5. Résous :

a) $15 \leq 5|x + 1| - 10$

$$15 + 10 = 5|x + 1|$$

$$\frac{25}{5} = |x + 1|$$

$$|x + 1| = 5$$

$$x + 1 = 5 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -5$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -6$$



$$]-\infty, -6] \cup [4, \infty[$$

b) $256 < \frac{1}{4}(4)^x$

$$\frac{1}{4}(4)^x = 256$$

$$(4)^x = 1024$$

$$(4)^x = (4)^5$$

$$x = 5$$



$$]5, \infty[$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

6. Déterminez la règle de la fonction exponentielle sous la forme $y = ac^x + K$, en sachant que l'asymptote est -5, et qui passe par les points (5, 3067) et (0,-2).

$$\begin{aligned} k &= -5 & y &= a(c)^x + k \\ a + k &= -2 & 3067 &= 3(c)^5 - 5 & y &= a(c)^x + k \\ a &= 3 & \frac{3072}{3} &= (c)^5 & y &= 3(4)^x - 5 \\ & & c &= 4 \end{aligned}$$

7. Une voiture évaluée à 10 500 \$ se déprécie de 15 % par année. Trouve la valeur de la voiture à la fin de 5 ans.

$$\begin{aligned} a &= 10500 & y &= a(c)^x + k \\ k &= 0 & y &= 10500(0,85)^6 & \text{La voiture vaudra } & 3960,07\$. \\ c &= 100\% - 15\% = 85\% & y &= 3960,07\$ \\ x &= 6 \end{aligned}$$

8. Isabelle, une jeune fille très responsable, décide de ramasser de l'argent pour ses études. Puisque celle-ci raffole des mathématiques. Elle décide de suivre une suite géométrique. Pendant le 3e mois, elle a ramassé 18 \$ et pendant le 7e mois, elle a ramassé 1458 \$. Combien d'argent au total aura-t-elle au bout d'un an?

$$\begin{aligned} t_3 &= 18 & t_7 &= 1458 & ar^2 &= 18 \\ ar^2 &= 18 & ar^6 &= 1458 & \frac{ar^6}{ar^2} &= \frac{1458}{18} & a(3)^2 &= 18 \\ & & r^4 &= 81 & a &= 2 \\ & & r &= 3 \end{aligned}$$

$$S_{12} = \frac{2(1 - 3^{12})}{1 - 3} = 531440\$$$

9. La demi-vie du Bismuth radioactif est de 5 jours. Un scientifique achète 224 grammes de celui-ci. Quelle quantité restera-t-il au bout de 30 jours?

$$\begin{aligned} a &= 224 & y &= a(c)^x + k \\ k &= 0 & y &= 224(0,5)^6 \\ c &= \frac{1}{2} & y &= 3,5 \text{ grammes} \\ x &= \frac{30}{5} = 6 \end{aligned}$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

10. Edgar s'améliore en maths. Il fait 57 à son premier quiz, puis il a marqué 61 et 65 sur ses deux prochains jeux-questionnaires. Si son pointage a continué d'augmenter au même rythme, quel sera son score à son 9^e quiz?

57, 61, 65...

$$a = 57$$

$$d = 4$$

$$t_9 = ?$$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_9 = 57 + 8(4) = 89$$

11. Supposons que vous laissez tomber une balle de tennis, d'une hauteur de 15 pieds. Après que la balle frappe le sol, elle rebondit à 85 % de sa hauteur précédente. À quelle hauteur la balle va rebondir après son troisième rebond ?

15; $15 \times 0,85$

$$a = 15 \times 0,85 \text{ pieds}$$

$$r = 0,85$$

$$t_4 = ?$$

$$t_n = ar^n$$

$$t_4 = 15(0,85)^3 = 9,21 \text{ pieds}$$

12. Trouve la somme des 7 premiers termes de la série géométrique dont le 7^e terme est 54675 et le 10^e est 1476225.

$$\begin{array}{llll} t_7 = 54675 & t_{10} = 1476225 & ar^6 = 54675 & a(3)^6 = 54675 \\ ar^6 = 54675 & ar^9 = 1476225 & \frac{ar^9 = 1476225}{r^3 = 27} & a = 75 \\ & & r = 3 & \end{array}$$

$$S_7 = \frac{75(1 - 3^7)}{1 - 3} = 81975$$

13. Dans une région donnée, le nombre d'accidents de la route a augmenté de 20 % sur une période de quatre ans. Combien d'accidents en 2006 s'il y en avait 5120 en 1998 ?

$$a = 5120$$

$$c = 1,2$$

$$x = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = a(c)^x + k$$

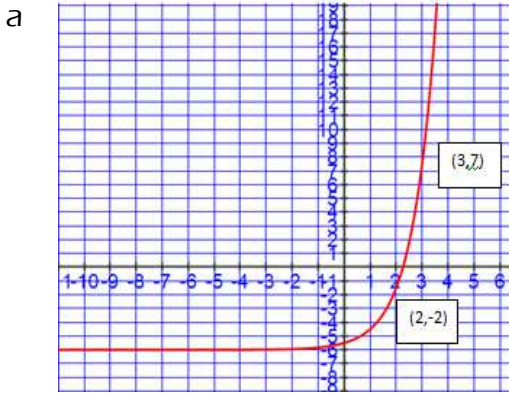
$$f(x) = 5120(1,2)^{\frac{9}{4}} = 7716,6$$

Donc, environ 7717 accidents.

Mathématiques 30331-C

Révision finale

14. Trouve la règle de la fonction



$$f(x) = a(c)^x + k \quad f(x) = a(c)^x + k$$

$$k = -6 \quad -2 = a(c)^2 - 6 \quad 7 = a(c)^3 - 6$$

$$4 = a(c)^2 \quad 13 = a(c)^3$$

$$4 = a(c)^2$$

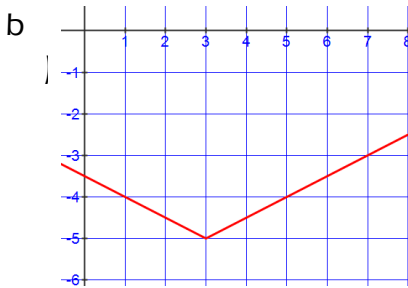
$$13 = a(c)^3$$

$$\frac{13}{4} = c$$

$$4 = a\left(\frac{13}{4}\right)^2$$

$$a = \frac{64}{169}$$

$$f(x) = \frac{64}{169}\left(\frac{13}{4}\right)^x - 6$$



$$S(3, -5), (7, -3)$$

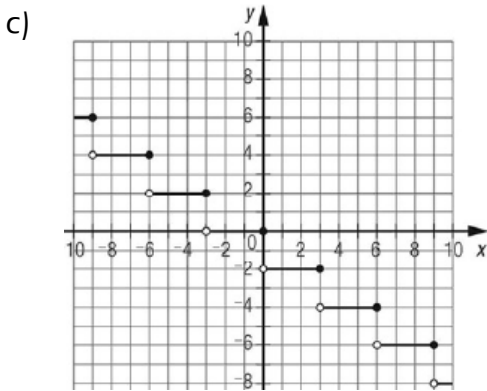
$$f(x) = a|x - h| + k$$

$$-3 = a|7 - 3| - 5$$

$$2 = 4a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}|x - 3| - 5$$



$$(h, k) = (0, 0)$$

$$a = 2$$

$$b = \frac{-1}{3}$$

$$y = a[b(x - h)] + k$$

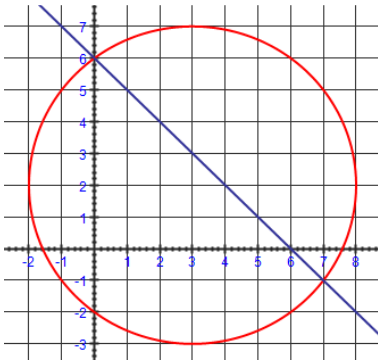
$$y = 2\left[\frac{-1}{3}(x - 0)\right] + 0$$

$$y = 2\left[\frac{-1}{3}x\right]$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

15. Le périmètre d'une zone de danger est délimité par la règle $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$. Si un chien passe vite dans cette zone en ligne droite, définie par la règle $x + y - 6 = 0$, en 4 minutes. Quelle vitesse courrait le chien si chaque unité représente 2 mètres ?



$$(0, 6) \text{ et } (7, -1)$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(0 - 7)^2 + (6 + 1)^2}$$

$$d = 9,9$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$$

$$x^2 + (-x + 6)^2 - 6x - 4(-x + 6) - 12 = 0$$

$$x^2 + x^2 - 12x + 36 - 6x + 4x - 24 - 12 = 0$$

$$2x^2 - 14x = 0$$

$$2x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 7$$

$$y = 0 + 6 \quad y = -7 + 6$$

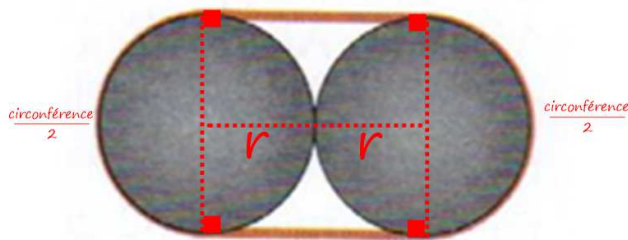
$$y = 6 \quad y = -1$$

$$9,9 \times 2 = 19,8\text{m}$$

$$19,8\text{m} / 4 \text{ min} = 4,9\text{m} / \text{min}$$

Cercle

1. Une courroie est placée autour de deux cylindres identiques tel qu'illustré ci-dessous. La longueur totale de la courroie est de 36,0 mètres. Quelle est le rayon, au centième de cm près, des cylindres ?

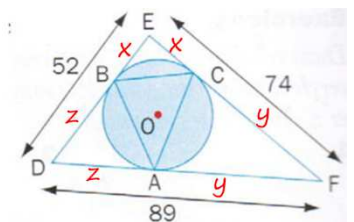


$$36 = 2r + 2r + 2\pi r$$

$$36 = 10,28r$$

$$r = 3,5 \text{ mètres}$$

2. Dans la figure ci-dessous, trois tangentes à un cercle de centre O sont rejointes de façon à former un triangle. Un tel triangle est appelé un triangle circonscrit. Quelle est la mesure du segment BE ?



$$x + z = 52$$

$$x + y = 74$$

$$z + y = 89$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 52 \\ 74 \\ 89 \end{array}$$

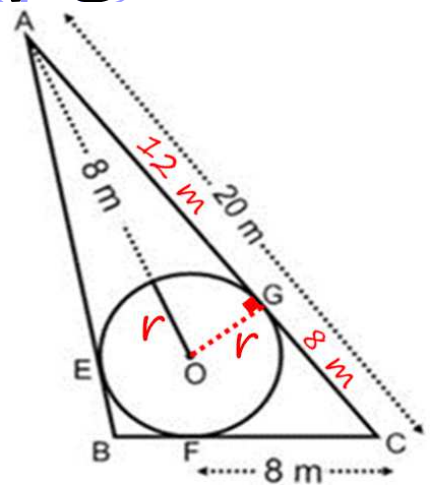
$$x = \frac{\det \begin{bmatrix} 52 & 0 & 1 \\ 74 & 1 & 0 \\ 89 & 1 & 1 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{52(1-0) - 0(74-0) + 1(74-89)}{1(1-0) - 0(1-0) + 1(1-0)} = \frac{52 - 15}{1 + 1} = \frac{37}{2} = 18,5$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

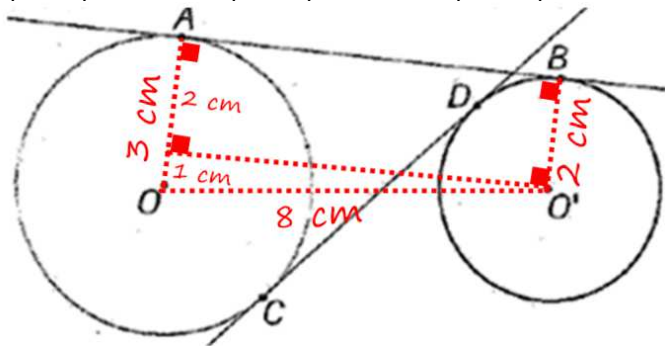
3. Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC circonscrit le cercle de centre O. Quel est le rayon du cercle ?

$$\begin{aligned} (8+r)^2 &= 12^2 + r^2 \\ 64 + 16r + r^2 &= 144 + r^2 \\ 16r &= 80 \\ r &= 5 \end{aligned}$$



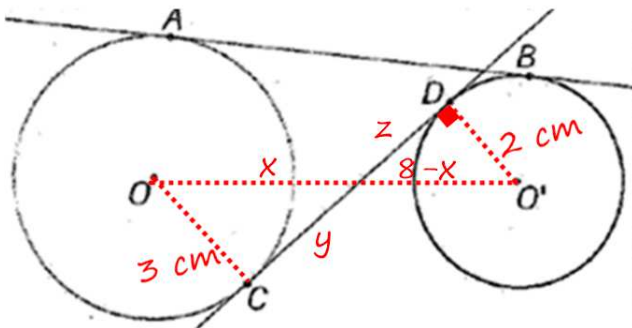
4. Soient les cercles de centre O et O' et les tangentes AB et CD communes aux deux cercles. On donne les mesures suivantes :

$d(O, A) = 3 \text{ cm}$, $d(O', B) = 2 \text{ cm}$, $d(O, O') = 8 \text{ cm}$. À partir de ces mesures, calcule : $d(A, B)$



$$\begin{aligned} AB^2 + 1^2 &= 8^2 \\ AB^2 &= 64 - 1 \\ AB &= \sqrt{63} = 7,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

et $d(c, d)$.

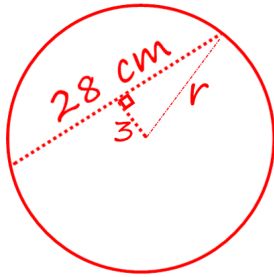


$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{8-x}{x} \\ 2x &= 24 - 3x \\ 5x &= 24 \\ x &= 4,8 \text{ cm} \\ 4,8^2 &= 3^2 + y^2 \\ 23,04 - 9 &= y^2 \\ y &= \sqrt{14,04} = 3,75 \\ \frac{2}{3} &= \frac{z}{3,75} \\ 7,5 &= 3z \\ z &= 2,5 \text{ cm} \\ CD &= z + y \\ CD &= 3,75 + 2,5 = 6,25 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mathématiques 30331-C

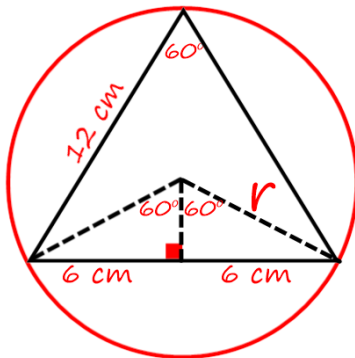
Révision finale

5. Une corde mesurant 28 cm est placée à 3 cm du centre d'un cercle. Quel est le rayon de ce cercle?



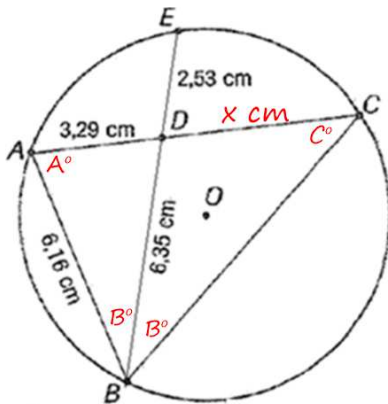
$$\begin{aligned} r^2 &= 14^2 + 3^2 \\ r^2 &= 196 + 9 \\ r^2 &= 205 \\ r &= 14,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

6. Un triangle équilatéral, dont les côtés mesurent 12 cm, est inscrit dans un cercle. Quel est le rayon du cercle?



$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \frac{6}{r} \\ r &= \frac{6}{0,8660} \\ r &= 6,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

7. Dans le triangle ABC, on trace la bissectrice de l'angle B. À partir des mesures données, détermine la mesure du côté BC. Montre ton travail.



$$\begin{aligned} 3,29 \times x &= 6,35 \times 2,53 \\ x &= 4,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3,29^2 &= 6,16^2 + 6,35^2 - 2(6,16)(6,35)\cos B \\ \frac{10,82 - 37,9 - 40,3}{-78,23} &= \cos B \\ \cos B &= 0,8613 \\ \angle B &= 30,5^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin 61^\circ}{(3,29 + 4,9)} &= \frac{\sin C}{6,16} \\ \sin C &= 0,6578 \\ \angle C &= 41,1^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin 41,1^\circ}{6,16} &= \frac{\sin 77,9^\circ}{BC} \\ BC &= 9,16 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mathématiques 30331-C

Révision finale

8. Le diamètre d'une pièce de 25¢ est de 24 mm. **Détermine l'aire** de la surface comprise entre quatre pièces ainsi placées?



$$\begin{aligned}A_{\text{carré}} - A_{\text{cercle}} &= 48 \times 48 - \pi(24)^2 \\ &= 2304 - 1809,56 \\ &= 494,44\text{mm}^2\end{aligned}$$