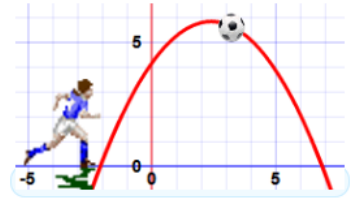


Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

1. Détermine la règle de la fonction quadratique dont les racines sont -2 et 7 et le sommet $\left(\frac{5}{2}, 6\right)$.



$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$0 = a\left(-2 - \frac{5}{2}\right)^2 + 6$$

$$S\left(\frac{5}{2}, 6\right)$$

$$(-2, 0)$$

$$-6 = a\left(\frac{-9}{2}\right)^2$$

$$-6 = \frac{81}{4}a$$

$$a = \frac{-24}{8} = \frac{-8}{27}$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = \frac{-8}{27}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 6$$

$$y = \frac{-8}{27}\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) + 6$$

$$y = \frac{-8}{27}x^2 + \frac{40}{27}x - \frac{50}{27} + \frac{162}{27}$$

$$y = \frac{-8}{27}x^2 + \frac{40}{27}x + \frac{112}{27}$$

2. Un jardin de mesure 12 mètres par 16 mètres est d'avoir un passage pour piétons installé tout autour de lui, augmentant la superficie totale de 285 mètres carrés. Quelle sera la largeur du passage pour piétons ?

$$A = 12 \times 16 + 285 = 477 \text{ m}^2 \quad 477 = (12 + 2x)(16 + 2x)$$

$$L = 12 + 2x$$

$$l = 16 + 2x$$

$$0 = 4x^2 + 24x + 32x + 192 - 477$$

$$0 = 4x^2 + 56x - 285$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-56 \pm \sqrt{(56)^2 - 4(4)(-285)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-56 \pm \sqrt{3136 + 4560}}{8}$$

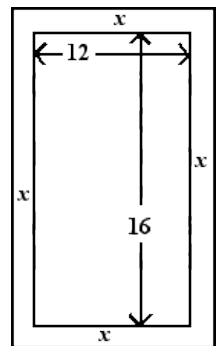
$$x = \frac{-56 \pm \sqrt{7696}}{8}$$

$$x = \frac{-56 \pm 87,73}{8}$$

$$x = \frac{-56 + 87,73}{8} = 3,97$$

$$x = \frac{-56 - 87,73}{8} = -17,97 \text{ à rejeter}$$

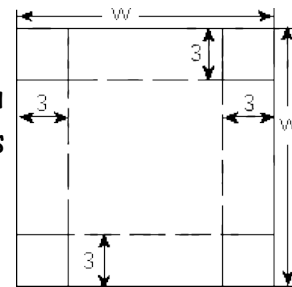
La largeur du passage à piétons est de 3,97 mètres.



Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

3. Vous devez faire une boîte à fond carré, sans couvercle avec une hauteur de trois pouces et un volume d'environ 42 po^3 . Avec un morceau de carton, vous découpez un carré de trois pouces par trois pouces dans chaque coin. Quelles devraient être les dimensions du carton, au départ ?



$$\begin{aligned}
 L &= x - 6 \\
 l &= x - 6 \\
 h &= 3 \text{ po} \\
 V &= Llh \\
 42 &= (x - 6)(x - 6)3 \\
 14 &= x^2 - 6x - 6x + 36 \\
 0 &= x^2 - 12x + 22
 \end{aligned}$$

La largeur du carton, au départ, était de 9,74 pouces.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 x &= \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(22)}}{2(1)} \\
 x &= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 88}}{2} \\
 x &= \frac{12 \pm \sqrt{56}}{2} \\
 x &= \frac{12 \pm 7,48}{2} \\
 x &= \frac{12 + 7,48}{2} = 9,74 \\
 x &= \frac{12 - 7,48}{2} = 2,26 \text{ à rejeter}
 \end{aligned}$$

4. L'aire d'un rectangle est de 560 pouces carrés. La longueur est 3 de plus de deux fois la largeur. Trouver la longueur et la largeur.

$$\begin{aligned}
 l &= x \\
 L &= 3 + 2x \\
 A &= Ll \\
 560 &= (3 + 2x) \times x \\
 560 &= 2x^2 + 3x \\
 2x^2 + 3x - 560 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 x &= \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(2)(-560)}}{2(2)} \\
 x &= \frac{-3 \pm \sqrt{4489}}{4} \\
 x &= \frac{-3 \pm 67}{4} \\
 x &= \frac{-3 + 67}{4} = \frac{64}{4} = 16 \\
 x &= \frac{-3 - 67}{4} = \frac{-70}{4} = -17,5 \text{ à rejeter}
 \end{aligned}$$

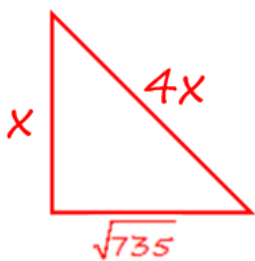
$$\begin{aligned}
 \text{largeur} &= 16 \text{ po} \\
 \text{longueur} &= 3 + 2(16) = 35 \text{ po}
 \end{aligned}$$

La longueur est de 35 po et la largeur est de 16 po.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

5. L'hypoténuse d'un triangle rectangle est 4 fois le plus petit côté. Le troisième côté est $\sqrt{735}$. Trouver l'hypoténuse et le plus petit côté.



$$\begin{aligned}(4x)^2 &= x^2 + (\sqrt{735})^2 \\ 16x^2 &= x^2 + 735 \\ 15x^2 &= 735 \\ x^2 &= 49 \\ x &= 7 \text{ ou } x = -7 \text{ à rejeter}\end{aligned}$$

L'hypoténuse est 28 u
et le côté est 7 u.

6. Le carré d'un nombre est égal à 6 fois ce nombre. Quel est ce nombre?

x est le nombre

$$x^2 = 6x$$

Le nombre est 6.

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 6$$

7. Le produit de deux nombres consécutifs impairs est 840. Quels sont ces nombres?

x est le 1^{er} nombre

$$x(x+2) = 840$$

Si x est -30, $x+2$ est -28.

$x+2$ est le 2^e

$$x^2 + 2x - 840 = 0$$

Si x est 28, $x+2$ est 30.

nombre

$$(x+30)(x-28) = 0$$

Les nombres sont -30 et -28

$$x = -30 \text{ ou } x = 28$$

ou 28 et 30.

8. Détermine la valeur de k si les deux racines de l'équation $x^2 - kx + 36 = 0$, sont égales?

$$_ x _ = 36$$

$$(x-6)(x-6) = 0$$

$$_ + _ = k$$

$$\text{donc } k = 12$$

9. La somme de deux nombres est 5 et leur produit est -84. Quels sont ces deux nombres?

$$_ x _ = -84$$

$$(x-12)(x+7) = 0$$

Les deux nombres sont -7 et

$$_ + _ = 5$$

$$x = 12 \text{ ou } x = -7$$

12.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

10. Dans 11 ans, l'âge de Pierre va être la moitié du carré de l'âge qu'il avait 13 ans passés. Calcule l'âge actuel de Pierre.

x : l'âge actuel de Pierre

$$x + 11 = \frac{(x - 13)^2}{2}$$

$$2x + 22 = x^2 - 26x + 169$$

$$0 = x^2 - 28x + 147$$

$$0 = (x - 21)(x - 7)$$

$$x = 21 \text{ ou } x = 7; \text{ à rejeter} \quad \text{Pierre a 21 ans.}$$

11. Pour clôturer un champ de 750m^2 , on a utilisé 110m de clôture. Quelles sont les dimensions du champ?

x : largeur du champ

y : longueur du champ

$$P = 2x + 2y$$

$$A = xy$$

$$110 = 2x + 2y$$

$$110 - 2x = 2y$$

$$y = 55 - x$$

$$750 = xy$$

$$750 = x(55 - x)$$

$$0 = -x^2 + 55x - 750$$

$$0 = x^2 - 55x + 750$$

$$0 = (x - 30)(x - 25)$$

$$x = 30 \text{ ou } x = 25$$

Si $x = 30$ alors $y = 25$ et si $x = 25$, y sera 30.

Les dimensions du champ sont de 25 m par 30 m.

12. Les trois côtés d'un triangle rectangle sont proportionnels aux nombre 3, 4 et 5. Détermine les longueurs des côtés si l'aire du triangle est de 24m^2 .

x : côté perpendiculaire

y : autre côté

perpendiculaire

$$\frac{3}{x} = \frac{4}{y} \rightarrow \frac{5}{\text{Hyp}}$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4x}{3}$$

$$A = \frac{bh}{2}$$

$$24 = \frac{xy}{2} = \frac{x \left(\frac{4x}{3} \right)}{2}$$

$$48 = \frac{4x^2}{3}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -6; \text{ à rejeter}$$

$$\text{si } x = 6, y = \frac{4(6)}{3} = 8$$

$$\frac{3}{x} = \frac{5}{H} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{5}{H}$$

$$3H = 30$$

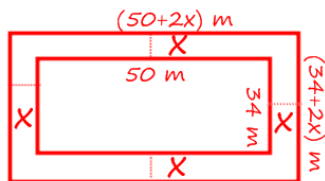
$$H = 10$$

Les dimensions sont de 6 m par 8 m par 10 m.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

13. Un jardin rectangulaire de 50 m de long et 34 m de large est entouré d'un chemin de terre de largeur uniforme. Quelle est la largeur du chemin si l'aire du champ et du chemin est de 5400m².



$$\begin{aligned}(50+2x)(34+2x) &= 5400 \\ 1700 + 100x + 68x + 4x^2 - 5400 &= 0 \\ 4x^2 + 168x - 3700 &= 0 \\ 4(x^2 + 42x - 925) &= 0\end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-42 \pm \sqrt{(42)^2 - 4(1)(-925)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-42 \pm \sqrt{5464}}{2}$$

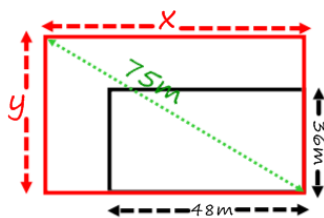
$$x = \frac{-42 \pm 73,92}{2}$$

$$x = \frac{-42 + 73,92}{2} = \frac{31,92}{2} = 15,96$$

$$x = \frac{-42 - 73,92}{2} = \frac{-115,92}{2} = -57,96 \text{ à rejeter}$$

La largeur du chemin est de 15,96 m.

14. Calcule les dimensions d'un rectangle dont la diagonale est de 75 m, sachant qu'il est semblable à un rectangle mesurant 36m par 48 m respectivement.



$$\begin{aligned}\frac{36}{y} &= \frac{48}{x} \\ 36x &= 48y \\ x &= \frac{4y}{3}\end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = 75^2$$

$$\left(\frac{4y}{3}\right)^2 + y^2 = 5625$$

$$\frac{16y^2}{9} + y^2 = 5625$$

$$\frac{25y^2}{9} = 5625$$

$$y^2 = 2025$$

$$y = 45 \text{ ou } y = -45 \text{ à rejeter}$$

$$\text{si } y = 45 \\ x = \frac{4(45)}{3} = 60$$

Les dimensions du rectangle sont de 45 m par 60 m.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

15. Trouve un nombre entier dont la somme de ce nombre et de son inverse est $26/5$.

x : un nombre

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= \frac{26}{5} \\ \frac{5x^2 + 5}{5x} &= \frac{26x}{5x} \\ 5x^2 - 26x + 5 &= 0 \\ (5x - 1)(5x - 25) / 5 &= 0 \\ (5x - 1) \cancel{5} (x - 5) / \cancel{5} &= 0 \\ x = 5 \text{ ou } x = \frac{1}{5}; &\text{à rejeter}\end{aligned}$$

Le nombre est 5.

16. La différence de deux nombres est 2 et la somme de leur carré est 580. Quels sont ces nombres?

x : un nombre

y : un 2^e nombre

$$\begin{aligned}x - y &= 2 \\ x^2 + y^2 &= 580\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= 2 + y \\ (2 + y)^2 + y^2 &= 580 \\ 4 + 4y + y^2 + y^2 &= 580 \\ 2y^2 + 4y - 576 &= 0 \\ y^2 + 2y - 288 &= 0 \\ (y + 18)(y - 16) &= 0 \\ y &= -18 \text{ ou } y = 16\end{aligned}$$

Si $y = -18$, $x = 2 - 18 = -16$ et si $y = 16$; $x = 2 + 16 = 18$.

Les deux nombres sont -18 et -16 ou 16 et 18.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

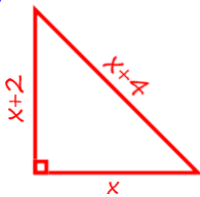
17. Deux tuyaux d'arrosage A et B remplissent une piscine ensemble en deux heures. Seul, le tuyau A prend trois heures de moins que le tuyau B à remplir la même piscine seul. Combien d'heures chaque tuyau pour remplir cette piscine seul?

$$\begin{aligned} \text{taux A} &= \frac{1 \text{ piscine}}{x \text{ heures}} \\ \text{taux B} &= \frac{1 \text{ piscine}}{(x+3) \text{ heures}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{taux A} + \text{taux B} &= \text{Taux ensemble} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} &= \frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) \times 2x(x+3) &= \left(\frac{1}{2}\right) \times 2x(x+3) \\ 2(x+3) + 2x &= x(x+3) \\ 2x + 6 + 2x &= x^2 + 3x \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2) \\ x &= 3 \text{ ou } x = -2 \text{ à rejeter} \end{aligned}$$

Le tuyau A prendrait 3 heures à remplir la piscine seule et le tuyau B prendrait 6 heures.

18. Les longueurs des côtés d'un triangle rectangle sont trois nombres pairs consécutifs, en cm. Trouve les valeurs de ces côtés.



$$\begin{aligned} x^2 + (x+2)^2 &= (x+4)^2 \\ x^2 + x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 8x + 16 \\ x^2 - 4x - 12 &= 0 \\ (x-6)(x+2) &= 0 \\ x &= 6 \text{ ou } x = -2; \text{ à rejeter} \end{aligned}$$

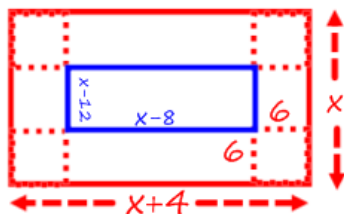
Si $x = 6$, $x + 2 = 8$
et $x + 4 = 10$.

Les longueurs des côtés sont 6 cm, 8 cm et 10 cm.

Mathématiques 30311B et 30331C

Équation quadratique

19. Un morceau de carton, rectangulaire, est 4 cm plus long que large. Une boîte, sans couvercle, de 840 cm^3 est construite en utilisant ce morceau de carton. Un carré de 6 cm est coupé dans chaque coin et les côtés sont pliés pour créer les bords de la boîte. Détermine les dimensions de la boîte.



$$\begin{aligned}
 V &= Llh \\
 840 &= (x-8)(x-12)(6) \\
 0 &= 6(x^2 - 20x + 96) - 840 \\
 0 &= 6x^2 - 120x + 576 - 840 \\
 0 &= 6x^2 - 120x - 264 \\
 0 &= x^2 - 20x + 44 \\
 0 &= (x-22)(x+2) \\
 x &= 22 \text{ ou } x = -2 \text{ à rejeter}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Si } x &= 22, \\
 x - 12 &= 10 \text{ et} \\
 x - 8 &= 14.
 \end{aligned}$$

Les dimensions de la boîte sont de 10 cm par 14 cm par 6 cm.

20. Deux tuyaux d'arrosage A et B remplissent un réservoir en une heure et 20 minutes. Seul, le tuyau A prend deux heures de plus que le tuyau B à remplir le même réservoir seul. Combien d'heures chaque tuyau pour remplir ce réservoir seul?

$$\text{taux A} = \frac{1 \text{ réservoir}}{(x+120) \text{ minutes}}$$

$$\text{taux A} = \frac{1 \text{ réservoir}}{x \text{ minutes}}$$

$$\text{taux A} + \text{taux B} = \text{Taux ensemble}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x+120} + \frac{1}{x} &= \frac{1}{80} \\
 \left(\frac{1}{x+120} + \frac{1}{x} \right) \times 80x(x+120) &= \left(\frac{1}{80} \right) \times 80x(x+120) \\
 80x + 80(x+120) &= x(x+120) \\
 80x + 80x + 9600 &= x^2 + 120x \\
 0 &= x^2 - 40x - 9600 \\
 0 &= (x-120)(x+80) \\
 x &= 120 \text{ min} = 2 \text{ hrs ou } x = -80 \text{ à rejeter}
 \end{aligned}$$

Le tuyau A prendrait 4 heures à remplir le réservoir seule et le tuyau B prendrait 2 heures.