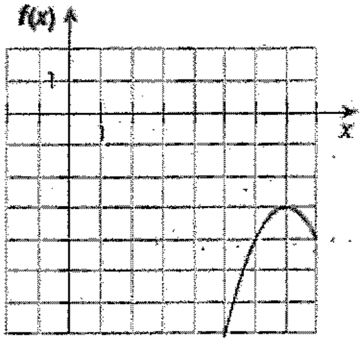
Nom : ______________________________ Groupe : ______

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Étude de la fonction quadratique

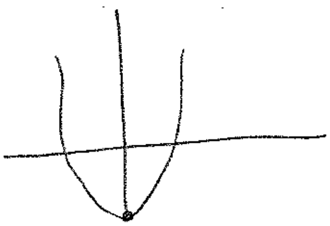
Fais l'étude complète des fonctions quadratiques suivantes exprimées sous la forme canonique de la règle.

a) $f(x) = -(x-7)^2 - 3$



Domaine	$]-\infty, \infty[$
Image	$]-\infty, -3]$
Ordonnée à l'origine	$f(0) = -(0-7)^2-3$ $= -52$
Zéros	$0 = -(x-7)^2-3$ Aucun
Variation	$\nearrow]-\infty, +7]$ $\searrow [7, \infty[$
Signe	+ jamais − $]-\infty, \infty[$
Extremum	Maximum de −3
Équation de l'axe de symétrie	$x = 7$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5$

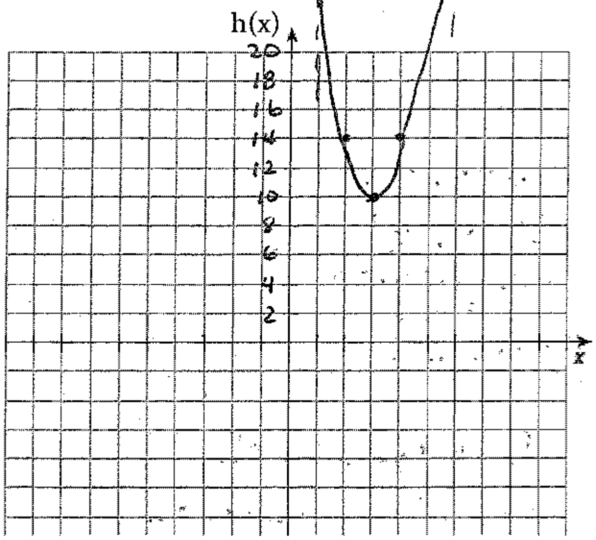


Domaine	$]-\infty, \infty[$
Image	$[-5, \infty[$
Ordonnée à l'origine	$f(0) = 0-5 = -5$
Zéros	$5 = \frac{1}{2}x^2$ $10 = x^2$ $\pm\sqrt{10} = \sqrt{x^2}$ $x = \pm\sqrt{10}$
Variation	$\nearrow [0, \infty[$ $\searrow]-\infty, 0]$
Signe	$+]-\infty, -\sqrt{10}] \cup [\sqrt{10}, \infty[$ $- [-\sqrt{10}, \sqrt{10}]$
Extremum	Minimum de −5
Équation de l'axe de symétrie	$x = 0$

Les exercices sont tirés des fiches reproductibles du chapitre 3 du manuel *Intersection, deuxième année du deuxième cycle, Sciences naturelles.*

Inéquations

Soit la fonction $h(x)=4(x-3)^2+10$. Trace une esquisse du graphique représentant la fonction, puis détermine pour quelles valeurs de x on trouve $h(x) \geq 26$.



Calculs et réponse :

$S(3,10)$

$26 = 4(x-3)^2+10$

$16 = 4(x-3)^2$

$4 = (x-3)^2$

$x-3 = \pm 2$

$x = 3+2 = 5$ $\quad x = 3-2$, $x = 1$

$h(x) \geq 26 \quad]-\infty, 1] \cup [5, \infty[$

Passage d'une forme à l'autre de la règle

Forme canonique	Forme générale	Forme factorisée
$f'(x) = 3(x+2)^2-3$	$f_1(x)=3x^2+12x+9$	$f_1(x) = 3(x+3)(x+1)$
$f_2(x)=-6(x-2)^2$	$f_2(x) = -6x^2+24x-24$	$f_2(x) = -6(x-2)(x-2)$
$f_3(x) = \frac{1}{4}(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{49}{16}$	$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$	$f_3(x)=\frac{1}{4}(x+3)(x-4)$

Calculs

$f_1(x) = 3[(x^2+4x+\underline{4}) - \underline{4} + 3]$

$= 3[(x+2)^2 - 1]$

$= 3(x+2)^2 - 3$

$f'(x) = 3(x^2+4x+3)$

$= 3(x+3)(x+1)$

$f_2(x) = -6(x^2-4x+4)$

$= -6x^2+24x-24$

$f_3(x) = \frac{1}{4}(x^2-4x+3x-12)$

$= \frac{1}{4}(x^2-x-12) \Rightarrow \frac{1}{4}[(x^2-x+\frac{1}{4})-\frac{1}{4}-12]$

$\frac{1}{4}[(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{49}{4}]$

$\frac{1}{4}(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{49}{16}$

$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$

Trouver la règle

Déterminer la règle des fonctions quadratiques à partir des informations suivantes.

a) Le sommet est (2, -3) et la courbe passe par le point (4, 5).

$y = a(x-h)^2 + K$

$5 = a(4-2)^2 - 3$

$8 = 4a$

$2 = a$

$y = 2(x-2)^2 - 3$

b) Le sommet est (-3, -1) et la courbe passe par le point (-7, 3).

$y = a(x-h)^2 + K$

$3 = a(-7+3)^2 - 1$

$4 = 16a$

$\frac{1}{4} = \frac{4}{16} = a$

$y = \frac{1}{4}(x+3)^2 - 1$

c) Les zéros sont 9 et 17 et la courbe passe par le point (6, 3).

$y = a(x-r_1)(x-r_2)$

$3 = a(6-9)(6-17)$

$3 = a(-3)(-11)$

$3 = 33a$

$\frac{1}{11} = \frac{3}{33} = a$

$y = \frac{1}{11}(x-9)(x-17)$

ou

$y = \frac{1}{11}(x^2 - 17x - 9x + 153)$

$y = \frac{1}{11}(x^2 - 26x + 153)$

$y = \frac{1}{11}x^2 - \frac{26}{11}x + \frac{153}{11}$

d) Le minimum de la fonction est 5. La fonction est décroissante pour x ∈]-∞, 3]. La parabole passe par le point (5, 9).

$K = 5$

$h = 3$

$x = 5$

$y = 9$

$y = a(x-h)^2 + K$

$9 = a(5-3)^2 + 5$

$4 = 4a$

$1 = a$

$y = (x-3)^2 + 5$

Les zéros

Quelles sont les valeurs possibles de b pour que la règle de la fonction $f(x)=x^2-bx+4$ possède un seul zéro?

$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a}$ =

donc $b^2-4ac=0$

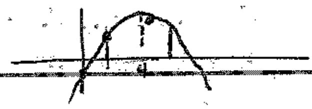
$(-b)^2-4(1)(4)=0$

$b^2=16$

$b=\pm 4$.

Petit problème...

Alain lance une balle à son chien. Cette balle suit la trajectoire d'une parabole dont la règle est $y=-0,275(x-4)^2+3$, où x représente la distance horizontale en mètres de la balle entre le chien et son maître et y, la hauteur en mètres de la balle à partir du sol. Si le chien saute à une hauteur de 60 cm pour attraper la balle, à quelle distance de son maître se trouve-t-il ?



$y=-0,275(x-4)^2+3$

$0,60=-0,275(x-4)^2+3$

$\frac{-2,4}{-0,275}=\frac{-0,275(x-4)^2}{-0,275}$

$8,727=(x-4)^2$

$\pm 2,95=(x-4)$

$x=4+2,95$ ou $x=4-2,95$

$x=6,95$ $\quad$ $x=1,05$