1. Représente graphiquement les fonctions et indique leur domaine de définition, leur image, leur variation (intervalle de croissance ou décroissance).

a) $f(x) = -2(3)^{x-2}$

$AH \rightarrow y = 0; a < 0; b > 0$

$f(0) = -2(3)^{0-2} = \frac{-2}{9}$

$\left(0, \frac{-2}{9}\right)$

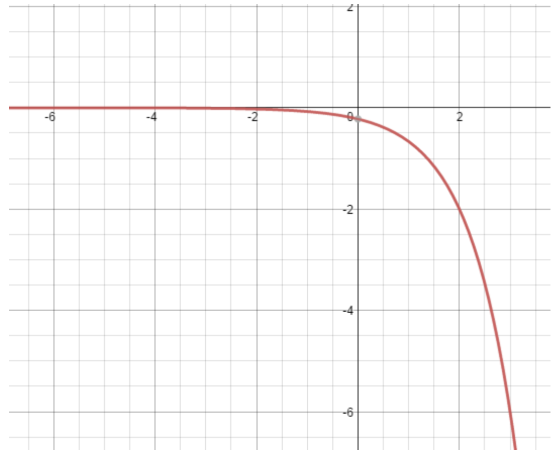
$f(2) = -2(3)^{2-2} = -2$

$(2, -2)$

$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-\infty, 0[$

$\downarrow\ ]-\infty, \infty[$



b) $g(x) = \left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} - 1$

$AH \rightarrow y = -1; a > 0; b > 0$

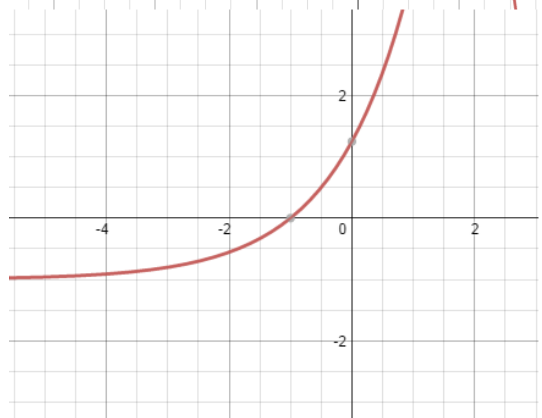
$f(0) = \left(\frac{9}{4}\right)^{0+1} - 1 = 1,25; (0; 1,25)$

$f(2) = \left(\frac{9}{4}\right)^{2+1} - 1 = 10,4; (2; 1,25)$

$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-1, \infty[$

$\uparrow\ ]-\infty, \infty[$



c) $h(x) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 1$

$AH \rightarrow y = -1; a > 0; b < 0$

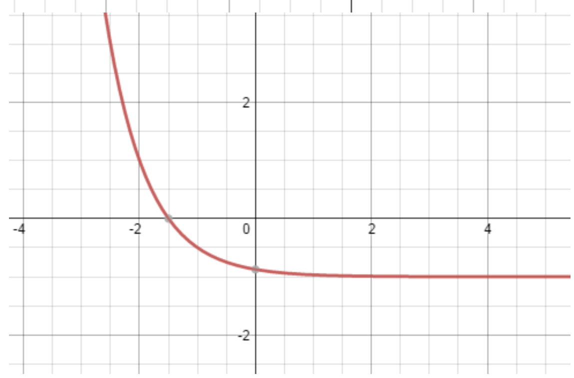
$f(0) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{0+2} - 1 = -0,875$

$f(-2) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{-2+2} - 1 = 1$

$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-1, \infty[$

$\downarrow\ ]-\infty, \infty[$



d) $i(x) = 2 + \frac{1}{9}(3)^{4-x}$

$AH \rightarrow y = 2; a > 0; b < 0$

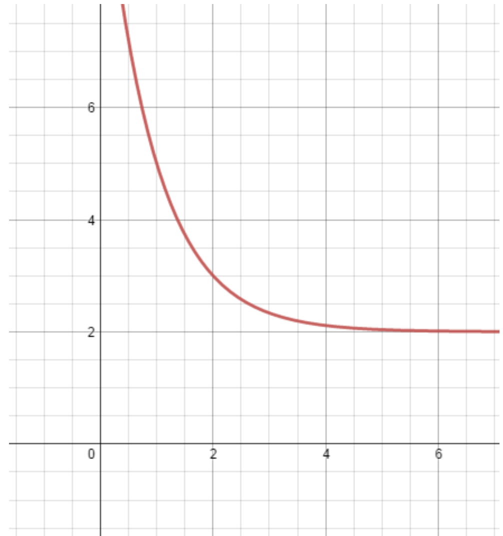
$f(0) = 2 + \frac{1}{9}(3)^{4-0} = 11$

$f(4) = 2 + \frac{1}{9}(3)^{4-4} = 2,1$

$D =]-\infty, \infty[$

$I =]2, \infty[$

$\downarrow \;]-\infty, \infty[$



e) $j(x) = e^{x} - 2$

$AH \rightarrow y = 2; a > 0; b > 0$

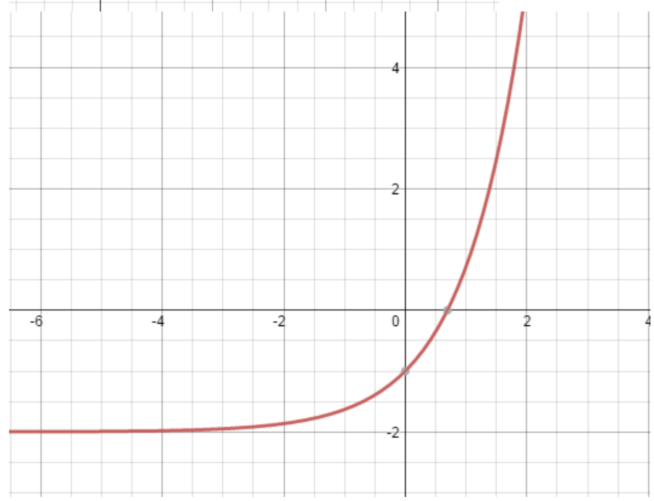
$j(0) = e^{0} - 2 = -1$

$j(1) = e^{1} - 2 = 0,7$

$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-2, \infty[$

$\uparrow \;]-\infty, \infty[$



f) $k(x) = -2\log(x+1) + 3$

$AV \rightarrow x = -1; a < 0; b > 0$

$k(0) = -2\log 1 + 3 = 3$

$0 = -2\log(x+1) + 3$

$\frac{3}{2} = \log(x+1)$

$10^{3/2} = x + 1$

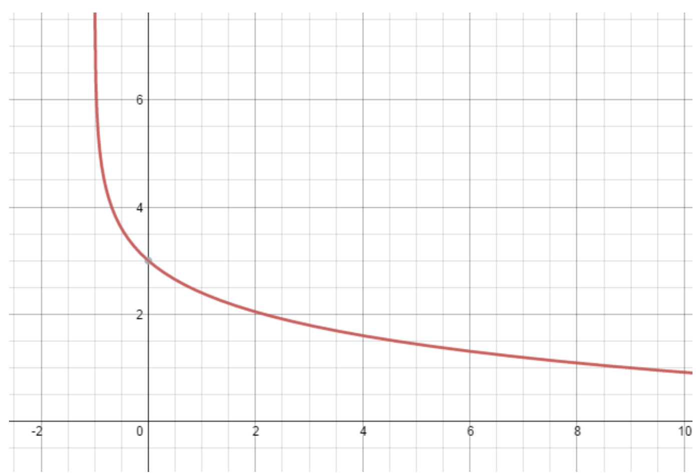
$x = 30,6$

$k(1) = -2\log 2 + 3 = 2,4$

$D =]-1, \infty[$

$I =]\infty, \infty[$

$\downarrow \;]-1, \infty[$



g) $l(x) = \ln(x) + 2$

$AV \rightarrow x = 0 ; a > 0 ; b > 0$

$l(0) = \ln 0 + 2 = impossible$

$l(1) = \ln 1 + 2 = 2$

$0 = \ln x + 2$

$-2 = \ln x$

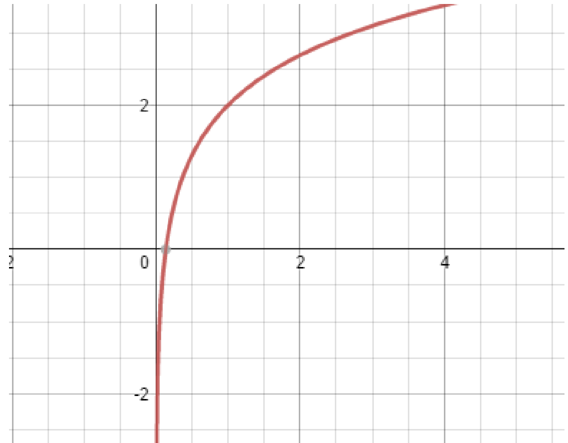
$e^{-2} = x$

$x = 0,14$

$D =]0, \infty[$

$I =]\infty, \infty[$

$\uparrow \;]0, \infty[$



h) $m(x) = -3 \log_{\frac{1}{2}}(x-3) - 2$

$AV \rightarrow x = 3 ; a < 0 ; b > 0$

$m(0) = -3 \log_{\frac{1}{2}}(-3) - 1 = impossible$

$m(4) = -3 \log_{\frac{1}{2}}(1) - 1 = -1$

$0 = -3 \log_{\frac{1}{2}}(x-3) - 2$

$\frac{-2}{3} = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$

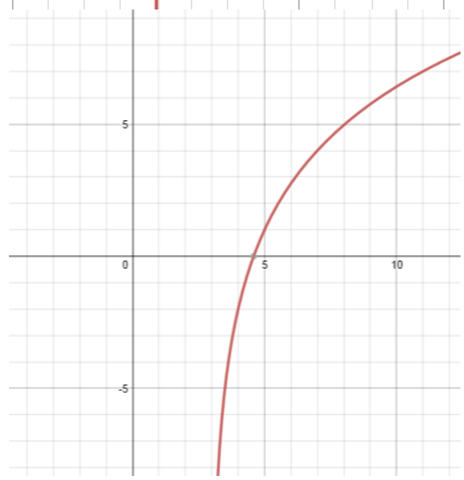
$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2/3} = x - 3$

$x = 4,6$

$D =]3, \infty[$

$I =]\infty, \infty[$

$\uparrow \;]3, \infty[$



i) $n(x) = 2\ln(4-2x) + 3$

$n(x) = 2\ln(-2(x-2)) + 3$

$AV \rightarrow x = 2 ; a > 0 ; b < 0$

$n(0) = 2\ln 4 + 3 = 5,8$

$0 = 2\ln(-2(x-2)) + 3$

$\frac{-3}{2} = \ln(-2(x-2))$

$e^{-3/2} = (-2(x-2))$

$0,223 = (-2(x-2))$

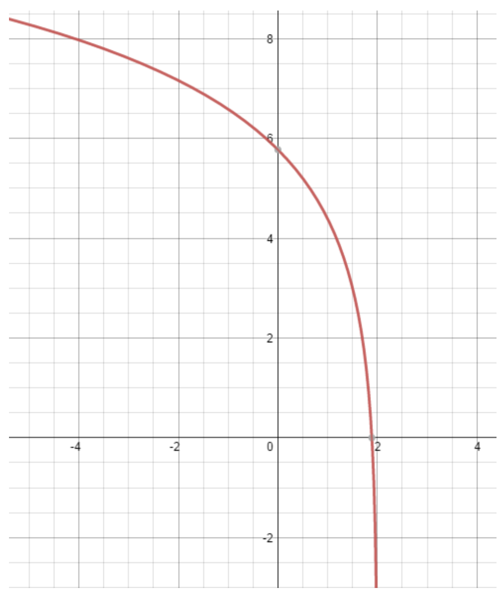
$-0,2112 = x - 2$

$x = 1,9$

$D =]-\infty, 2[$

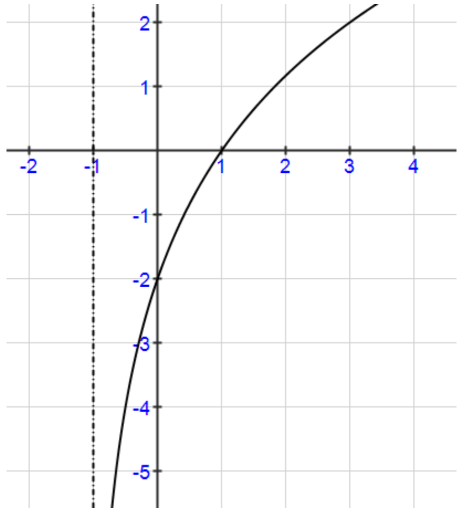
$I =]\infty, \infty[$

$\downarrow \;]-\infty, 2[$



2. Détermine l'expression de chaque fonction logarithmique à base B représentée graphiquement.

a) B = 2



$a > 0; b > 0$

$(1,0),(0,-2) \rightarrow h = -1$

$y = a\log_2(x-h)+k$

$-2 = a\log_2(0+1)+k$

$-2 = a\log_2(1)+k$

$k = -2$

$(1,0),(0,-2) \rightarrow h = -1$

$y = a\log_2(x-h)+k$

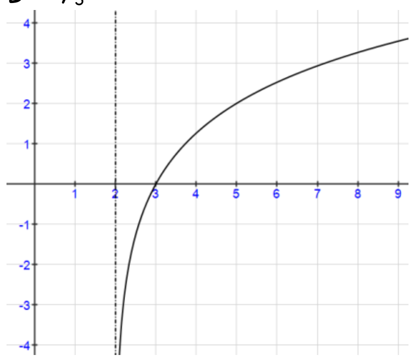
$0 = a\log_2(1+1)-2$

$2 = a\log_2(2)$

$2 = a$

$y = 2\log_2(x+1)-2$

b) B = $^1/_3$



$a > 0; b > 0$

$(3,0),(5,2) \rightarrow h = 2$

$y = a\log_{\frac{1}{3}}(x-h)+k$

$2 = a\log_{\frac{1}{3}}(5-2)+k$

$2 = a\log_{\frac{1}{3}}(3)+k$

$2 = -a+k$

$(3,0),(5,2) \rightarrow h = 2$

$0 = a\log_{\frac{1}{3}}(3-2)+k$

$0 = a\log_{\frac{1}{3}}(1)+k$

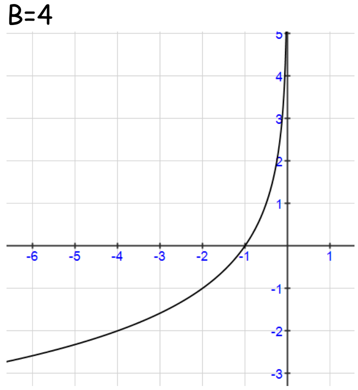
$0 = k$

$2 = -a+0$

$a = -2$

$y = -2\log_{\frac{1}{3}}(x-2)$

c) B=4



$a < 0, b < 0, (-1,0)$

$(-4,-2) \rightarrow h = 0$

$y = a\log_4 b(x-h)+k$

$-2 = a\log_4(-(-4))+k$

$-2 = a\log_4(4)+k$

$-2 = a+k$

$0 = a\log_4(-(-1))+k$

$0 = a\log_4(1)+k$

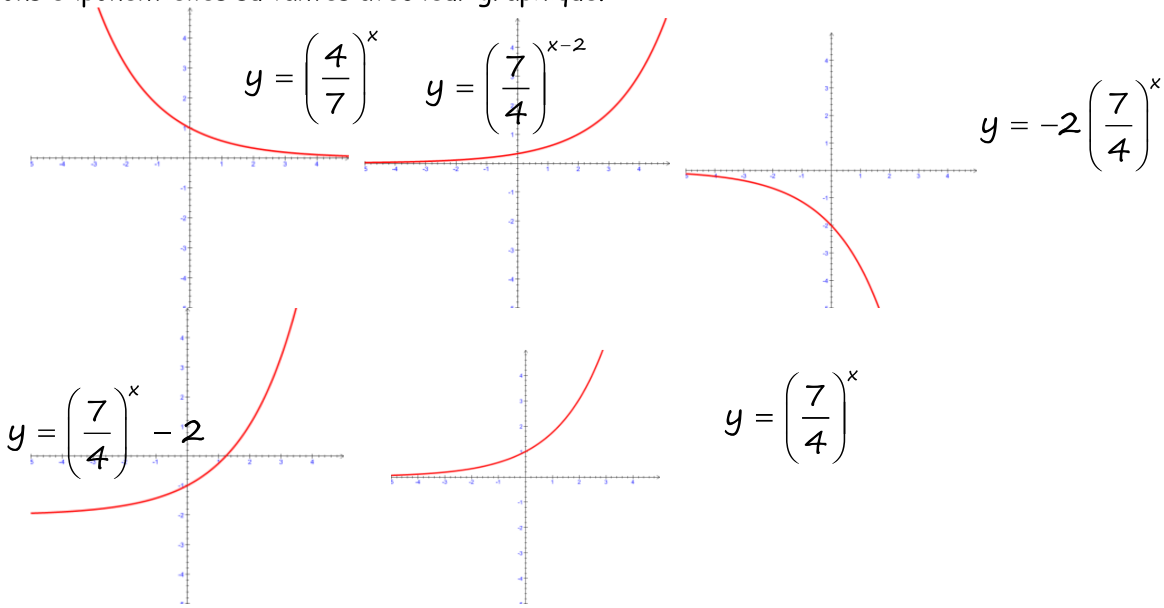
$0 = k$

$-2 = a+0$

$a = -2$

$y = -2\log_4(-x)$

3. Associe les fonctions exponentielles suivantes avec leur graphique.



4. Selon une étude, chez les jeunes, la tension artérielle T, en millimètres de mercure (mmHg), dépend du volume V de l'artère radiale, en microlitres (μL), selon la fonction

$$V = 0{,}23 + 0{,}35\log(T - 56{,}1)$$

a) Selon cette étude, quelle est la tension artérielle minimale ?

$T - 56{,}1 > 0$

$T > 56{,}1$

b) Quel est le volume de l'artère lorsque la tension artérielle est de 110 mmHg?

$V = 0{,}23 + 0{,}35\log(110 - 56{,}1)$

$V = 0{,}84\mu L$

c) Quelle est la tension artérielle mesuré lorsque le volume de l'artère radiale est de 0,7 μL?

$0{,}7 = 0{,}23 + 0{,}35\log(T - 56{,}1)$

$\frac{0{,}47}{0{,}35} = \log(T - 56{,}1)$

$10^{1{,}3429} = T - 56{,}1$

$22{,}02 + 56{,}1 = T$

$T = 78{,}12\,\text{mmHg}$

d) Une augmentation de la tension artérielle se traduit-elle par une augmentation ou une diminution du volume de l'artère radiale ?

B > 1, a > 1, fonction croissante donc augmente.

e) Isole T dans cette équation.

$V = 0{,}23 + 0{,}35\log(T - 56{,}1)$

$V - 0{,}23 = 0{,}35\log(T - 56{,}1)$

$\frac{V - 0{,}23}{0{,}35} = \log(T - 56{,}1)$

$10^{\frac{V - 0{,}23}{0{,}35}} = T - 56{,}1$

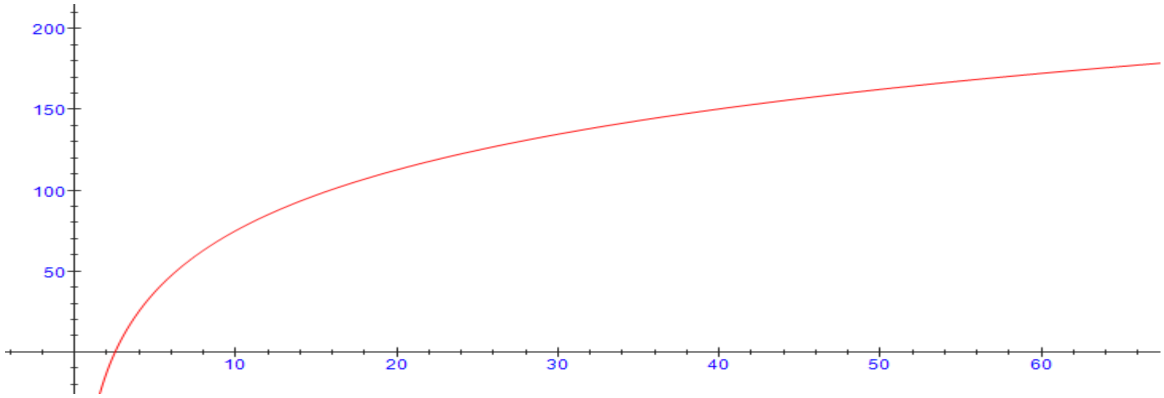
$T = 10^{\frac{V - 0{,}23}{0{,}35}} + 56{,}1$

5. Selon Andrew Ehrenberg, la taille moyenne t des enfants de 5 à 13 ans, en cm, est reliée à leur masse, en kg, selon la règle $\log m = 0,008t + 0,4$

a) Trace le graphique de la taille en fonction de la masse.

$125\log m - 50 = t$

$a > 0, b > 0$



b) Calcule la taille prédite par ce modèle pour un enfant de 60 kg.

$\log 60 = 0,008t + 0,4$

$\frac{1,77815 - 0,4}{0,008} = t$

$t = 172,27cm$

$t = 1,7\,m$

c) Calcule la masse prédite par ce modèle pour un enfant de 1,5 m.

$\log m = 0,008(150) + 0,4$

$\log m = 0,412$

$10^{1,6} = m$

$m = 39,8\,kg$

6. a) Écris la fonction $y = \ln\frac{1}{x}$ sous la forme $y = a\ln x$.

$y = \ln x^{-1}$

$y = -1\ln x$

b) Écris la fonction $y = \log_8 x$ sous la forme $y = a\log_2 x$.

$y = \log_8 x$

$y = \frac{\log_2 x}{\log_2 8}$

$y = \frac{\log_2 x}{3} = \frac{1}{3}\log_2 x$