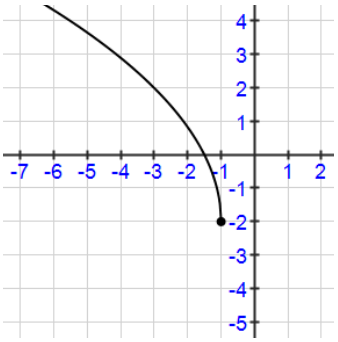
Mathématiques 30411-C

Fonctions racines et rationnelle

Feuille de travail

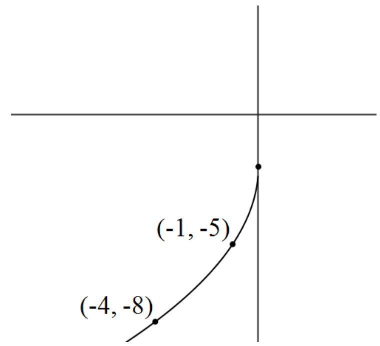
1. Détermine la règle de chaque fonction représentée graphiquement ci-dessous.

a)



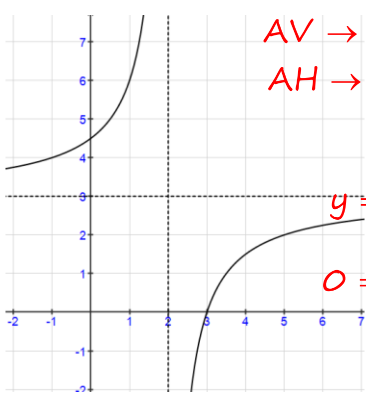
$$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$$
$$(h,k) = (-1,-2)$$
$$P(-3,2);\, b = -1$$
$$2 = a\sqrt{-(-3+1)} - 2$$
$$4 = a\sqrt{2}$$
$$a = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$
$$\text{donc, } a = 2 \text{ et } b = -2$$
$$y = 2\sqrt{-2(x+1)} - 2$$

b)



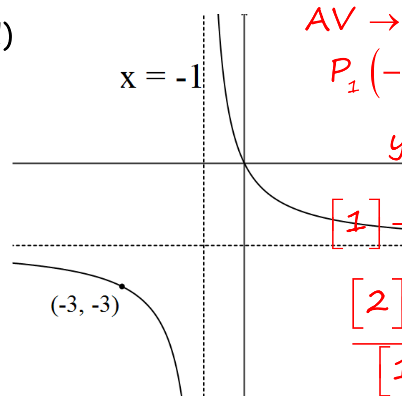
$$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$$
$$P_1(-4,-8);\, P_2(-1,-5);$$
$$h = 0;\, a < 0;\, b = -1$$
$$\boxed{1}\ -8 = a\sqrt{-(-4+0)} + k$$
$$\boxed{2}\ -5 = a\sqrt{-(-1+0)} + k$$
$$\boxed{1}\ -8 = a\sqrt{4} + k \rightarrow -8 = 2a + k$$
$$\boxed{2}\ -5 = a\sqrt{1} + k \rightarrow -5 = a + k$$
$$\boxed{1} - \boxed{2}\ -3 = a$$
$$\text{donc, } a = -3;\, b = -1;\, k = -2$$
$$y = -3\sqrt{-(x)} - 2$$

c)



$$AV \rightarrow x = 2 \rightarrow h = 2$$
$$AH \rightarrow y = 3 \rightarrow k = 3$$
$$P(3,0)$$
$$y = \frac{a}{x-h} + k$$
$$0 = \frac{a}{3-2} + 3$$
$$a = -3$$
$$y = \frac{-3}{x-2} + 3$$

d)



$$AV \rightarrow x = -1 \rightarrow h = -1$$
$$P_1(-3,-3);\, P_2(0,0)$$
$$y = \frac{a}{x-h} + k$$
$$\boxed{1}\ -3 = \frac{a}{-3+1} + k$$
$$\boxed{2}\ 0 = \frac{a}{0+1} + k$$
$$\boxed{1}\ 6 = a - 2k$$
$$\boxed{2}\ 0 = a + k$$
$$\boxed{1} - \boxed{2}\ 6 = -3k$$
$$k = -2$$
$$a = 2$$
$$y = \frac{2}{x+1} - 2$$

Mathématiques 30411-C

Fonctions racines et rationnelle

2. Lors d'un trajet, Sophie roule à une vitesse constante de 100 km/h sur toute la distance parcourue mis à part une section de 80 km qu'elle a parcourue en deux heures.

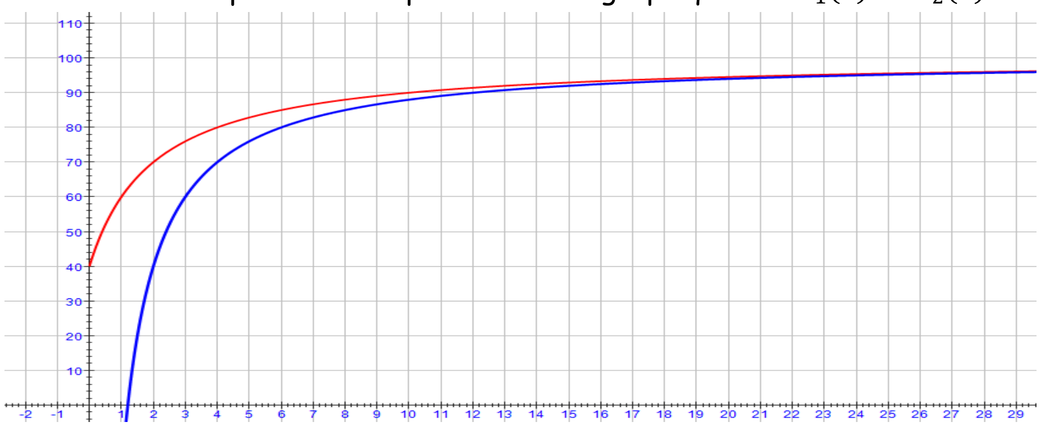
a) Soit $v_1(x)$, la fonction représentant la vitesse moyenne de Sophie lors du trajet en fonction des x heures conduites à 100 km/h. Quelle est la forme canonique de $v_1(x)$?

$$v_1 = \frac{d}{t} = \frac{100x+80}{x+2} = \frac{100x+200-200+80}{x+2} = 100 - \frac{120}{x+2}$$

b) Soit $v_2(x)$, la fonction représentant la vitesse moyenne de Sophie lors du trajet en fonction des x heures conduites. Quelle est la forme canonique de $v_2(x)$?

$$v_2 = \frac{d}{t} = \frac{100(x-2)+80}{x} = \frac{100x-200+80}{x} = \frac{100x-120}{x} = 100 - \frac{120}{x}$$

c) Comment se comparent les représentations graphiques de $v_1(x)$ et $v_2(x)$?

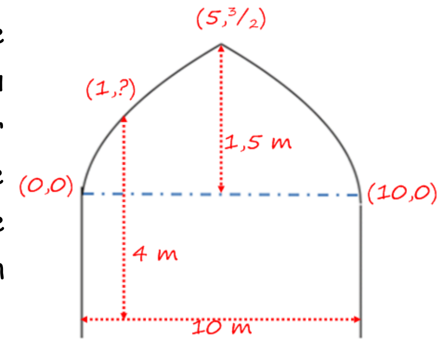


Même graphique avec une translation horizontale de 2 vers la droite.

Mathématiques 30411-C

Fonctions racines et rationnelle

3. Un architecte veut créer un pont couvert dont la portion supérieure se modélise par deux fonctions racine carrée. La largeur totale du pont est de 10 mètres et la route, centrée sur le pont, a une largeur de 8 mètres. La portion supérieure du pont a une hauteur totale de 1,5 mètre. Le dégagement minimal au-dessus de la route doit être d'au moins 4 mètres. À quelle hauteur doit-on placer la portion supérieure du pont ?



$$P\left(5,\frac{3}{2}\right); h=0; k=0$$

$$y=a\sqrt{b(x-h)}+k$$

$$\frac{3}{2}=a\sqrt{1(5-0)}+0$$

$$a=\frac{3/2}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$$

$$a=\frac{3}{10}; b=5$$

$$y=\frac{3}{10}\sqrt{5x}$$

à $x=1$

$$y=\frac{3}{10}\sqrt{5\times 1}=0{,}67m$$

$$4m-0{,}67m=3{,}33m$$

Il faudrait placer cette portion du pont à au moins 3,33m de haut.

4. Chaque semaine, un journal local paie un journaliste 100$ par article écrit en plus de lui verser un salaire de base de 300$. Tous les articles du journaliste sont publiés sauf 2. Chaque article est lu par 200 personnes. Quelle est la forme canonique du coût moyen, par lecture, des articles de ce journaliste pour une semaine?

$$\text{coût}=100x+300$$

$$\text{lecteurs}=200(x-2)$$

$$C(x)=\frac{100x+300}{200(x-2)}=\frac{100(x+3)}{200(x-2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{x-2+2+3}{x-2}\right)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{5}{x-2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{5/2}{x-2}$$

Mathématiques 30411-C

Fonctions racines et rationnelle

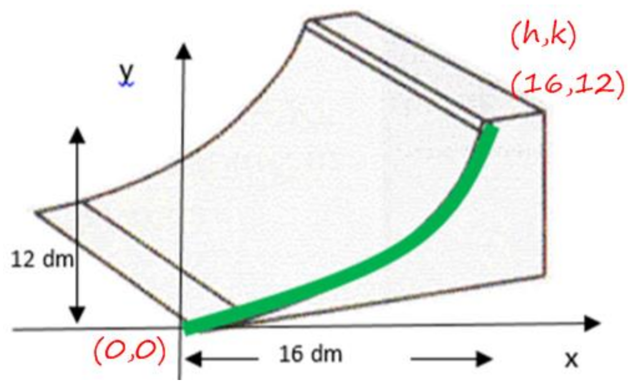
5. Soit $f(x) = \frac{1}{18}(x-2)^2 + 1$ où $D_f =]-\infty, 2]$. Détermine l'expression de la réciproque ainsi que son domaine et son image.

$$x = \frac{1}{18}(y-2)^2 + 1$$
$$x - 1 = \frac{1}{18}(y-2)^2$$
$$18(x-1) = (y-2)^2$$
$$\pm\sqrt{18(x-1)} = y - 2$$
$$f^{-1} = y = \pm 3\sqrt{2(x-1)} + 2$$

$x \leq 2$, donc

$$f^{-1} = y = -3\sqrt{2(x-1)} + 2$$
$$D = [1, \infty[\ ; I =]-\infty, 2]$$

6. Un comité est mandaté pour construire un planchodrome. Le comité a déterminé que la longueur horizontale de la surface courbe du « Quarter-Pipe » sera de 16 dm et qu'il aura une hauteur de 12 dm et sera modélisée par une fonction racine carrée. Le début de la surface courbe coïncide avec l'origine tandis que l'autre extrémité est le sommet de la fonction. Quelle fonction modélise la surface du « Quarter-Pipe »?

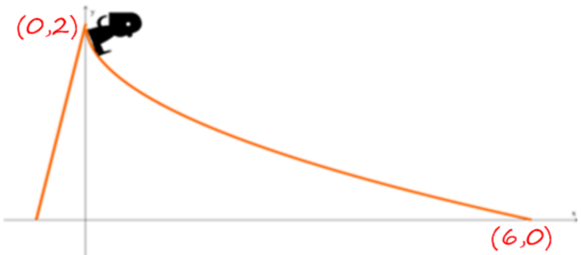


$$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$$
$$0 = a\sqrt{-(0-16)} + 12$$
$$-12 = 4a$$
$$a = -3$$
$$y = -3\sqrt{-(x-16)} + 12$$

Mathématiques 30411-C

Fonctions racines et rationnelle

7. Une glissade a une hauteur de 2 mètres et une longueur horizontale de 6 mètres. Quelle fonction modélise la surface de la glissade, selon le système de référence proposé?



$b > 0 ; a < 0$

$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$

$0 = a\sqrt{6-0} + 2$

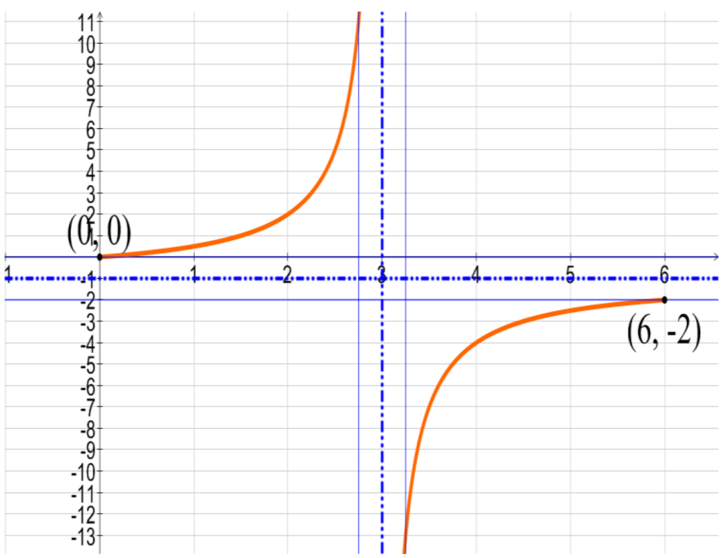
$-2 = a\sqrt{6}$

$a = \frac{-2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{-2\sqrt{6}}{6}$

$a = \frac{-1}{3} ; b = 6$

$y = \frac{-1}{3}\sqrt{6x} + 2$

8. Le croquis ci-dessous présente deux sorties d'autoroute à construire. Quelle est l'unique fonction modélisant à la fois les deux sorties ?



$AV \rightarrow x = 3 \rightarrow h = 3$

$AH \rightarrow y = -1 \rightarrow k = -1$

$P_1(0,0) ; P_2(6,-2)$

$y = \frac{a}{x-h} + k$

$0 = \frac{a}{0-3} - 1$

$-3 = a$

$y = \frac{-3}{x-3} - 1$