

inverse  
Exercices

1. a) La matrice B représente-t-elle l'inverse de la matrice A ?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ oui}$$

b) La matrice F représente-t-elle l'inverse de la matrice E ?

$$E = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ oui}$$

c) La matrice Y représente-t-elle l'inverse de la matrice X ?

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ oui}$$

2. Trouve l'inverse des matrices suivantes, par la méthode échelonnée.

a)  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$[1] - [2] \cdot 2 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right]$$

$$[1] - [2] \cdot 3 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 4 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right]$$

$$[1] \div 4 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right]$$

inverse

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} 3 - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \div -1 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \end{array} \right]$$

$$c) \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 3 & 7 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} 5 - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} 3 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 3 & 7 & 1 & 0 \\ 0 & 23 & 5 & -3 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \div 23 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 3 & 7 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{23} & \frac{-3}{23} \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} 7 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & \frac{-12}{23} & \frac{21}{23} \\ 0 & 1 & \frac{5}{23} & \frac{-3}{23} \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \div 3 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{-4}{23} & \frac{7}{23} \\ 0 & 1 & \frac{5}{23} & \frac{-3}{23} \end{array} \right]$$

inverse

$$d) \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{cc|cc} 5 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} 3 - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} 5 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -5 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \div -1 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} 3 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & 10 & -15 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \div 5 \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{array} \right]$$