Exercices sur le théorème du reste, nos 1-8, Pré-calcul 12, page 125, nos 13abc, 17a

THÉORÈME DU RESTE

1) Utilise le théorème du reste pour déterminer le reste de chaque division.

a) $(2w^3 + 3w^2 - 5w + 2) \div (w + 3)$

$$2(-3)^3 + 3(-3)^2 - 5(-3) + 2$$
$$-54 + 27 + 15 + 2$$
$$-10$$

b) $(x^3 + 2x^2 - 4x + 1) \div (2x - 1)$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) + 1$$
$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 2 + 1$$
$$\frac{-3}{8}$$

2) Détermine la valeur de k si le reste est 3. $(x^3 + 4x^2 - x + k) \div (x - 1)$

$$(1)^3 + 4(1)^2 - 1 + k = 3$$
$$1 + 4 - 1 + k = 3$$
$$k = -1$$

3) Quand on divise le polynôme $4x^3 + mx^2 + nx + 11$ par $x + 2$, le reste est -7. Quand on le divise par $x - 1$, le reste est 14. Quelles sont les valeurs de *m* et *n*?

$$4(-2)^3 + m(-2)^2 + n(-2) + 11 = -7$$
$$-32 + 4m - 2n + 11 = -7$$
$$[1] \qquad 4m - 2n = 14$$

$$4(1)^3 + m(1)^2 + n(1) + 11 = 14$$
$$4 + m + n + 11 = 14$$
$$[2] \qquad m + n = -1$$

$$\text{Si} \quad m = -1 - n$$
$$4(-1 - n) - 2n = 14$$
$$-4 - 4n - 2n = 14$$
$$-6n = 18$$
$$n = -3$$

$$\text{Si} \quad n = -3$$
$$4m - 2(-3) = 14$$
$$4m = 8$$
$$m = 2$$

4) Les divisions $(2x^3 + 4x^2 - kx + 5) \div (x + 3)$ et $(6y^3 - 3y^2 + 2y + 7) \div (2y - 1)$ ont le même reste. Détermine la valeur de *k*.

$$2(-3)^3 + 4(-3)^2 - k(-3) + 5 = 6\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 7$$
$$-54 + 36 + 3k + 5 = 8$$
$$3k = 21$$
$$k = 7$$

Exercices sur le théorème du reste, nos 1-8, Pré-calcul 12, page 125, nos 13abc, 17a

5) La division de $ka^3 - 3a^2 + 5a - 8$ par $a - 2$ donne un reste de 22. Quel est le reste de la division de $ka^3 - 3a^2 + 5a - 8$ par $a + 1$?

$$k(2)^3 - 3(2)^2 + 5(2) - 8 = 22$$
$$8k - 12 + 10 - 8 = 22$$
$$8k = 32$$
$$k = 4$$

$$4(-1)^3 - 3(-1)^2 + 5(-1) - 8$$
$$-4 - 3 - 5 - 8 = -20$$

6) L'expression $h^2 + 0{,}5h$, où *h* est la hauteur, représente l'aire d'un triangle, *A(h)*.

a) Quel est le reste quand on divise cette expression par $2h - 7$?

$$\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 0{,}5\left(\frac{7}{2}\right) = 14$$

b) Interprète le reste.

Lorsque la hauteur du triangle est de 3,5 unités, l'aire est de 14 unités carrés.

7) La travée principale du pont Tsing Ma, situé à Hong Kong, est la plus longue travée de tous les ponts suspendus du monde. Si on fait correspondre l'origine à la chaussée de la travée principale, au-dessous du point le moins élevé d'un câble de soutien, on peut représenter la forme du câble par la fonction $h(d) = 0{,}0003d^2 + 2$, où *h(d)* est la hauteur du câble au-dessus de la chaussée, en mètres, et *d*, la distance horizontale, en mètres, à partir du point le moins élevé du câble.

a) Trouve le reste de la division de $0{,}0003d^2 + 2$ par $d - 500$.

$$0{,}0003(500)^2 + 2 = 77$$

b) Trouve le reste de la division de $0{,}0003d^2 + 2$ par $d + 500$.

$$0{,}0003(-500)^2 + 2 = 77$$

8) Le lancer du marteau est une épreuve olympique. Lors d'un lancer, on peut représenter la trajectoire du marteau par la fonction $h(d) = -0{,}017d^2 + 1{,}3d + 2{,}5$, où *h(d)* est la hauteur du marteau, en mètres, et *d*, la distance horizontale franchie par le marteau, en mètres, depuis le point de lancement.

a) Divise le polynôme $-0{,}017d^2 + 1{,}3d + 2{,}5$ par $d - 50$.

$d - 50$	$-0{,}017$	$1{,}3$	$2{,}5$
$-$		$0{,}85$	$-22{,}5$
	$-0{,}017$	$0{,}45$	25

$-0{,}017d + 0{,}45$; reste = 25

b) Interprète le reste que tu as obtenu en a)

Lorsque la distance horizontale est de 50 m, la hauteur est de 25 m

c) Divise le polynôme $-0{,}017d^2 + 1{,}3d + 2{,}5$ par $d - 80$.

$d - 80$	$-0{,}017$	$1{,}3$	$2{,}5$
$-$		$1{,}36$	$4{,}8$
	$-0{,}017$	$-0{,}06$	$-2{,}3$

$-0{,}017d - 0{,}06$; reste = $-2{,}3$

d) Le reste de la partie c) a-t-il un sens dans le contexte du lancer du marteau? Explique.

Non. Le marteau ne peut pas avoir une hauteur négative

Exercices sur le théorème du reste, nos 1-8, Pré-calcul 12, page 125, nos 13abc, 17a

Page 125 Pré-calcul

13. Une équipe de conception détermine qu'une façon rentable de fabriquer des contenants cylindriques consiste à faire correspondre leur volume V, en centimètres cubes, à la fonction $V(x) = 9\pi x^3 + 51\pi x^2 + 88\pi x + 48\pi$ où x est un nombre entier tel que $2 \le x \le 8$. La hauteur h, en centimètres, de chaque cylindre est représentée par la fonction linéaire h(x) = x + 3.

a) Détermine le quotient de $\frac{V(x)}{h(x)}$ et interprète ce résultat.

$$\begin{array}{r|rrrr} x+3 & 9 & 51 & 88 & 48 \\ - & & 27 & 72 & 48 \\ \hline & 9 & 24 & 16 & \end{array}$$

$9\pi x^2 + 24\pi x + 16\pi$

Ce résultat représente l'aire de la base.

b) Utilise ta réponse en a) pour exprimer le volume du contenant sous la forme $\pi r^2 h$.

$$V(x) = 9\pi x^3 + 51\pi x^2 + 88\pi x + 48\pi = \pi(x+3)(9x^2 + 24x + 16)$$

$$V(x) = \pi(x+3)(3x+4)^2$$

c) Quelles sont les dimensions possibles des contenants pour les valeurs de x données?

Si $2 \le x \le 8$, donc $\begin{array}{c} 2+3 \le h(x) \le 8+3 \\ 5 \le h(x) \le 11 \end{array}$ et $\begin{array}{c} 3(2)+4 \le r(x) \le 3(8)+4 \\ 10 \le r(x) \le 28 \end{array}$.

17. Écris un polynôme qui satisfait chaque ensemble de conditions.
a) Un polynôme de degré 2 qui donne un reste de -4 quand on le divise par x – 3.

Exemple : $(x+2) - \frac{4}{x-3} = x^2 - x - 6 - 4 = x^2 - x - 10$