

## Théorème du facteur

Parcours C : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgi, Pré-Calcul 12, pages 135-136, nos 5d, 12, 17

**THÉORÈME DU FACTEUR**

1. Montre que chaque binôme est un facteur du polynôme qui le précède.

a)  $m^3 - 3m^2 + m - 3; m - 3$

$$\begin{array}{r} (3)^3 - 3(3)^2 + 3 - 3 \\ 27 - 27 + 3 - 3 \\ 0 \end{array}$$

b)  $3x^3 - 4x^2 - x + 2; 3x + 2$

$$\begin{array}{r} 3\left(\frac{-2}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{-2}{3}\right)^2 - \frac{-2}{3} + 2 \\ 3\left(\frac{-8}{27}\right) - 4\left(\frac{4}{9}\right) + \frac{2}{3} + 2 \\ \frac{-8}{9} - \frac{16}{9} + \frac{6}{9} + \frac{18}{9} \\ 0 \end{array}$$

2. Détermine si chaque binôme est un facteur du polynôme qui le précède.

a)  $2x^4 + 3x^3 - 4x - 9; 2x + 3$

$$\begin{array}{r} 2\left(\frac{-3}{2}\right)^4 + 3\left(\frac{-3}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{-3}{2}\right) - 9 \\ 2\left(\frac{81}{16}\right) + 3\left(\frac{-27}{8}\right) + 6 - 9 \\ \frac{81}{8} - \frac{81}{8} + 6 - 9 \\ -3 \end{array}$$

*Non, ce n'est pas un facteur.*

b)  $8x^2 + 2x - 1; 2x - 1$

$$\begin{array}{r} 8\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 \\ 8\left(\frac{1}{4}\right) + 1 - 1 \\ 2 \end{array}$$

*Non, ce n'est pas un facteur.*

3. Décompose en facteurs.

a)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ - & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (x-1)(x^2 - 5x + 6) \\ & = (x-1)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

b)  $x^3 - 2x^2 - 6x - 8$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-4 & 1 & -2 & -6 & -8 \\ - & & -4 & -8 & -8 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x + 2)$$

c)  $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+2 & 3 & -4 & -17 & 6 \\ - & & 6 & -20 & 6 \\ \hline & 3 & -10 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (x+2)(3x^2 - 10x + 3) \\ & = (x+2)(3x-9)(3x-1) / 3 \\ & = (x+2)3(x-3)(3x-1) / 3 \\ & = (x+2)(x-3)(3x-1) \end{aligned}$$

d)  $6w^3 + 16w^2 - 21w + 5$

$$\begin{array}{r|rrrr} x - \frac{1}{3} & 6 & 16 & -21 & 5 \\ - & & -2 & -6 & 5 \\ \hline & 6 & 18 & -15 & 0 \\ \div 3 & 2 & 6 & -5 & \end{array}$$

$$= (3x-1)(2x^2 + 6x - 5)$$

4. L'expression  $V(h)$ , où  $h$  est la hauteur d'un classeur, représente le volume,  $V(h)$ , du classeur.

a) Décompose en facteurs l'expression  $h^3 - 2h^2 + h = h(h^2 - 2h + 1) = h(h-1)(h-1)$

b) Si la hauteur est de 1,5 m, détermine les autres dimensions du classeur. *1,5 m, 0,5 m, 0,5 m*

## Théorème du facteur

Parcours C : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfg, Pré-Calcul 12, pages 135-136, nos 5d, 12, 17

5. L'expression  $3L^3 - L^2 - 4L$ , où L est la longueur entre le mur avant et le mur arrière, correspond approximativement au volume, V(L), d'un court de squash.

a) Décompose en facteurs l'expression  $3L^3 - L^2 - 4L = L(3L^2 - L - 4) = L(3L - 4)(3L + 3) / 3 = L(3L - 4)(L + 1)$

b) Si L vaut environ 4,6m, détermine les autres dimensions du court. *4,6 m, 9,8 m, 5,6 m.*

6. Un garage a la forme d'un prisme à base rectangulaire. On peut représenter le volume du garage, V(h), par l'expression  $3h^3 + 8h^2 + 3h - 2$ , où h est la hauteur de la porte de garage.

a) Décompose en facteurs l'expression  $3h^3 + 8h^2 + 3h - 2$ .

$$\begin{array}{r|rrrr} x+2 & 3 & 8 & 3 & -2 \\ - & & 6 & 4 & -2 \\ \hline & 3 & 2 & -1 & 0 \end{array} \quad \begin{aligned} & (h+2)(3h^2+2h-1) \\ & = (h+2)(3h^2+2h-1) \\ & = (h+2)(3h+3)(3h-1) / 3 \\ & = (h+2)(h+1)(3h-1) \end{aligned}$$

b) Si la hauteur de la porte est de 2 m, trouve les dimensions du garage.

7. Décompose en facteurs les polynômes suivants.

a)  $x^3 - 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ - & & -1 & -1 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad = (x-1)(x^2+x+1)$$

b)  $x^3 + 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ - & & 1 & -1 & 1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \quad = (x+1)(x^2-x+1)$$

c)  $x^3 - 27$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-3 & 1 & 0 & 0 & -27 \\ - & & -3 & -9 & -27 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 0 \end{array} \quad = (x-3)(x^2+3x+9)$$

d)  $x^3 + 64$

$$\begin{array}{r|rrrr} x+4 & 1 & 0 & 0 & 64 \\ - & & 4 & -16 & 64 \\ \hline & 1 & -4 & 16 & 0 \end{array} \quad = (x+4)(x^2-4x+16)$$

e)  $8x^3 - 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} x-\frac{1}{2} & 8 & 0 & 0 & -1 \\ - & & -4 & -2 & -1 \\ \hline & 8 & 4 & 2 & 0 \\ \div 2 & 4 & 2 & 1 & 0 \end{array} \quad = (2x-1)(4x^2+2x+1)$$

## Théorème du facteur

Parcours C : Feuille de travail, nos 1 à 6, 7acfgi, Pré-Calcul 12, pages 135-136, nos 5d, 12, 17

f)  $64x^3 + 1$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 x + \frac{1}{4} & 64 & 0 & 0 & 1 \\
 - & & 16 & -4 & 1 \\
 \hline
 & 64 & -16 & 4 & 0 \\
 \div 4 & 16 & -4 & 1 & 0
 \end{array} = (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$$

g) Détermine si  $x + y$  ou  $x - y$  est un facteur de  $x^3 + y^3$ . Indique l'autre facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 x + 1y & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 - & & 1 & -1 & 1 \\
 \hline
 & 1 & -1 & 1 & 0
 \end{array} = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

h) Détermine si  $x + y$  ou  $x - y$  est un facteur de  $x^3 - y^3$ . Indique l'autre facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 x - 1y & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 - & & -1 & -1 & -1 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{array} = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

i) Sers-toi de tes découvertes pour décomposer en facteurs :

i)  $8x^3 + 125$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 x + \frac{5}{2} & 8 & 0 & 0 & 125 \\
 - & & 20 & -50 & 125 \\
 \hline
 & 8 & -20 & 50 & 0 \\
 \div 2 & 4 & -10 & 25 & 0
 \end{array} = (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$$

$$\begin{aligned}
 8x^3 &= -125 \\
 x^3 &= \frac{-125}{8} \\
 x &= \sqrt[3]{\frac{-125}{8}} = \frac{-5}{2}
 \end{aligned}$$

ii)  $27x^3 - 64$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 x - \frac{4}{3} & 27 & 0 & 0 & -64 \\
 - & & -36 & -48 & -64 \\
 \hline
 & 27 & 36 & 48 & 0 \\
 \div 3 & 9 & 12 & 16 & 0
 \end{array} = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$$

$$\begin{aligned}
 27x^3 &= 64 \\
 x^3 &= \frac{64}{27} \\
 x &= \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

j) DÉFI : sers-toi de tes découvertes pour décomposer e facteurs  $x^6 + y^9$

