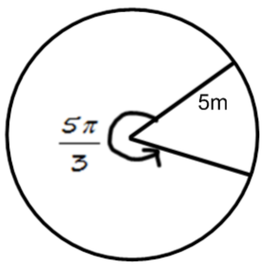
Pré-Calcul 12, pages 176-178, nos 14, 15, 16, 20b, 21, 22; Omnimaths 12, pages 190-191, nos 71, 73, 77, 80

14. Un arrosoir pivotant fait un tour complet toutes les 15 s. L'eau atteint une distance de 5 m à partir de l'arrosoir.

a) Quelle est la longueur de l'arc du secteur arrosé lorsque l'arrosoir effectue une rotation de $\frac{5\pi}{3}$? Donne la mesure sous forme exacte et sous forme approximative, au centième près.



$$\theta = \frac{A}{r}$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{A}{5m}$$

$$A = \frac{25\pi}{3} = 26{,}18m$$

b) Montre comment tu peux déterminer l'aire du secteur arrosé en a).

$$\frac{aire_{secteur}}{aire_{cercle}} = \frac{angle_{secteur}}{2\pi}$$

$$\frac{Aire_{secteur}}{\pi(5)^2} = \frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi}$$

$$Aire_{secteur} = \frac{125\pi}{6}m^2$$

c) Quel est l'angle de rotation parcouru par l'arrosoir en 2 min? Exprime ta réponse en radians et en degrés.

$$1tour = 15\,sec \qquad 1tour = 2\pi rad \qquad \pi = 180^\circ$$

$$x = 120\,sec \qquad 8tours = x \qquad 16\pi = x$$

$$x = 8tours \qquad x = 16\pi rad \qquad x = 2880^\circ$$

15. La vitesse angulaire décrit le taux de variation d'un angle au centre en fonction du temps. Elle peut s'exprimer en tours à la minute (tr/min), en radians à la seconde, en degrés à l'heure, etc. L'important est d'avoir une mesure d'angles par rapport à une unité de temps.

a) La Terre effectue une rotation complète en 24h. Exprime sa vitesse angulaire de trois façons.

$$1tour = 24h = 1440\,min \qquad 2\pi = 24h \qquad 360^\circ = 24h$$

$$x = 1\,min \qquad x = 1h \qquad x = 1h$$

$$x = \frac{1}{1440}\,tour/min \qquad x = \frac{\pi}{12}\,rad/h \qquad x = \frac{360^\circ}{24}/h = 15^\circ/h$$

Pré-Calcul 12, pages 176-178, nos 14, 15, 16, 20b, 21, 22; Omnimaths 12, pages 190-191, nos 71, 73, 77, 80

b) Un moteur électrique tourne 1000 fois à la minute. Quelle est sa vitesse angulaire, exprimée en radians à la seconde?

$$1000 \times 2\pi = 60\,sec$$
$$x = 1\,sec$$
$$x = \frac{2000\pi}{60} rad/s$$
$$x = \frac{100\pi}{3} rad/s = 104{,}72 rad/s$$

c) Une roue de bicyclette effectue 10 tours en 4 s. Exprime cette vitesse angulaire en degrés à la minute.

$$10 \times 360^\circ = 4\,sec$$
$$x = 60\,sec$$
$$x = \frac{3600 \times 60^\circ}{4} / min = 54000^\circ / min$$

16. Le parc Skytrek Adventure de Revelstoke, en Colombie-Britannique, propose une balançoire géante. Imagine une balançoire qui te transporte sur une distance de 170 pi à chaque oscillation. À un moment donné, la balançoire passe à moins de 10 pi au-dessus du sol, à une vitesse de plus de 60 milles à l'heure.

a) La longueur du câble est de 72 pi et tu parcours un arc de 170 pi au cours d'une oscillation. Quelle est la mesure de l'angle au centre? Exprime ta réponse en radians, au centième près.

$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$\theta = \frac{170pi}{72pi}$$
$$\theta = 2{,}36 rad$$

b) Quelle est la mesure de l'angle au centre en a), au dixième de degré près?

$$\pi = 180^\circ$$
$$2{,}36 rad = x$$
$$x = 135{,}3^\circ$$

20. Yellowknife, dans les Territoires du Nord-Ouest, et la vallée de Crowsnest Pass, en Alberta, se trouvent à 114° de longitude ouest. La latitude de Yellowknife est de 62,45° N et la latitude de Crowsnest Pass est de 49,63° N. Suppose que la Terre est une sphère de 6400 km de rayon.

b) Détermine la distance qui sépare Yellowknife de Crowsnest Pass. Arrondis ta réponse au centième de kilomètre près.

$$62{,}45 - 49{,}63 = 12{,}82^\circ$$

$$\pi = 180^\circ$$
$$x = 12{,}82^\circ$$
$$x = 0{,}22375 rad$$

$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$0{,}22375 = \frac{A}{6400km}$$
$$A = 1432{,}01km$$

Pré-Calcul 12, pages 176-178, nos 14, 15, 16, 20b, 21, 22; Omnimaths 12, pages 190-191, nos 71, 73, 77, 80

21. Sam Whittingham, de l'ile Quadra, en Colombie-Britannique, a établi en 2009 cinq records du monde de vitesse pour un engin à propulsion humaine, soit un vélo à position allongée. Dans un 200m à départ lancé, il a atteint une vitesse de 133,284 km/h.

a) Exprime cette vitesse en mètres à la minute.

$$133{,}284\text{km} \times 1000\text{m} / \text{km} = 1\text{heure}$$
$$133284\text{m} = 60\min$$
$$x = 1\min$$
$$x = 2221{,}4\text{m} / \min$$

b) Le diamètre des roues de son vélo est de 60 cm. À quelle vitesse, en radians à la minute, les roues doivent-elles tourner pour atteindre le record du monde au 200m à départ lancé?

$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$\theta = \frac{2221{,}4\text{m}}{0{,}3\text{m}}$$
$$\theta = 7404{,}667\text{rad} / \min$$

22. Une roue à aubes d'un diamètre de 3 m mesure la vitesse approximative du courant d'une rivière. Si la roue fait 15 tours à la minute, quelle est la vitesse du courant, en kilomètres à l'heure?

$$2\pi = 1\text{tour} \qquad 1\min = 30\pi \qquad \theta = \frac{A}{r}$$
$$x = 15\text{tours} \qquad 60\min = x \qquad 1800\pi = \frac{A}{0{,}0015\text{km}}$$
$$x = 30\pi \qquad x = 1800\pi / h \qquad A = 8{,}5\text{km} / h$$

Omnimath

71. Grande roue. Une grande roue dont le rayon mesure 25,3 m effectue deux révolutions par minute.

a) Trouve la vitesse angulaire moyenne de la grande roue en radians par seconde.

$$vitesse = ?$$
$$dis\tan ce = 2(2\pi)$$
$$temps = 1\min ute = 60\,sec$$

$$vitesse = \frac{dis\tan ce}{temps}$$
$$vitesse = \frac{4\pi\,rad}{60\,sec}$$
$$vitesse = \frac{\pi\,rad}{15\,sec}$$

la vitesse angulaire est de $\frac{\pi}{15}$ rad/sec.

b) Quelle distance une personne parcourt-elle si un tour de grande roue dure 5 minutes?

Pré-Calcul 12, pages 176-178, nos 14, 15, 16, 20b, 21, 22; Omnimaths 12, pages 190-191, nos 71, 73, 77, 80

$\theta = \frac{\pi}{15} rad / sec \times 5 \min \times 60 sec / \min$

$\theta = 20\pi$

$r = 25,3m$

$\theta = \frac{A}{r}$

$20\pi = \frac{A}{25,3}$

$A = 1589,6m$

Une personne parcourt 1589,6 mètres.

73. Voiture sport. La vitesse de ralenti d'une voiture sport quatre cylindres est de 850 révolutions par minute. Trouve la vitesse angulaire du vilebrequin en radian par seconde.

$vitesse = ?$

$dis\tan ce = 850(2\pi)$

$temps = 1 \min ute = 60 sec$

$vitesse = \frac{dis\tan ce}{temps}$

$vitesse = \frac{850 \times 2\pi rad}{60 sec}$

$vitesse = 89,01 rad / sec$

la vitesse du vilebrequin est de 89,01 rad/sec.

77. Géographie. La Terre tourne sur son axe une fois toutes les 24 heures. Combien de radians la Terre franchit-elle en une semaine?

$1 rév = 1 jour$

$x = 7 jours$

$x = 7rév.$

$1 rév = 2\pi rad$

$7rév = x$

$x = 14\pi rad.$

$x = 43,98 rad / sem$

la Terre franchit 43,98 rad/sem.

80. Vitesse des pneus. Une voiture roule à 100 km/h.

a) Quelle est la vitesse angulaire d'un pneu de 36 cm de rayon?

$\theta = ?$

$A = 100km = 10000000cm$

$r = 36cm$

$\theta = \frac{A}{r}$

$\theta = \frac{10000000}{36}$

$\theta = 277777,78rad$

$277777,78rad = 1heure = 3600 sec$

$x = 1 sec$

$x = 77,16rad / sec$

b) Combien de radians le pneu franchit-il s'il roule a cette vitesse pendant 30s?

$77,16rad = 1 sec$

$x = 30 sec$

$x = 2316rad$

le pneu fait 2316 radians en 30 secondes.

Pré-Calcul 12, pages 176-178, nos 14, 15, 16, 20b, 21, 22; Omnimaths 12, pages 190-191, nos 71, 73, 77, 80