Ex. 8,3 p. 400 Pré-calcul 12 # 1cd, 2a, 3b, 5ab, 7, 8d, 9d, 12bd, 13bc, 14, 15, 17 et # 1 et 2 feuillet

**LOGARITHMES**

1. Réécris chaque expression à l'aide de logarithmes de x, de y et de z.

c) $\log \frac{x^2}{y\sqrt[3]{z}}$

$2\log x - \log y - \frac{1}{3}\log z$

d) $\log_3 x\sqrt{\frac{y}{z}}$

$\log_3 x + \log_3 y^{\frac{1}{2}} - \log_3 z^{\frac{1}{2}}$

$= \log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 y - \frac{1}{2}\log_3 z$

2. Simplifie et évalue chaque expression à l'aide des lois des logarithmes.

a) $\log_{12} 24 - \log_{12} 6 + \log_{12} 36$

$\log_{12}\left(\frac{24}{6}\times 36\right) = \log_{12} 144 = 2$

3. Réécris chaque expression sous sa forme la plus simple.

$\frac{1}{2}\log_3 x - 2\log_3 y$

b) $\frac{\log_3 x}{2} - 2\log_3 y = \log_3 x^{\frac{1}{2}} - \log_3 y^2$

$= \log_3 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^2}$

5. Évalue chaque expression.

a) $3^k$, où $k = \log_2 40 - \log_2 5$

$3^k = 3^{\log_2 40 - \log_2 5}$

$3^k = 3^{\log_2 \frac{40}{5}}$

$3^k = 3^{\log_2 8}$

$3^k = 3^3$

$3^k = 27$

b) $7^n$, où $n = 3\log_8 4$

$7^n = 7^{3\log_8 4}$

$7^n = 7^{\log_8 4^3}$

$7^n = 7^{\log_8 64}$

$7^n = 7^2$

$7^n = 49$

7. Indique si chaque équation est vraie ou fausse. Explique tes réponses. Suppose que c, x et y sont des nombres réels positifs et que c $c \neq 1$.

a) $\frac{\log_c x}{\log_c y} = \log_c x - \log_c y$

fausse $\log_c\left(\frac{x}{y}\right) = \log_c x - \log_c y$

b) $\log_c(x+y) = \log_c x + \log_c y$

fausse $\log_c(xy) = \log_c x + \log_c y$

c) $\log_c c^n = n$

vraie

d) $(\log_c x)^n = n\log_c x$

fausse $\log_c x^n = n\log_c x$

e) $-\log_c\left(\frac{1}{x}\right) = \log_c x$

vraie

Ex. 8,3 p. 400 Pré-calcul 12 # 1cd, 2a, 3b, 5ab, 7, 8d, 9d, 12bd, 13bc, 14, 15, 17 et # 1 et 2 feuillet

8. Si log 3 = P et log 5 = Q, quelle expression algébrique en fonction de P et de Q représente chaque logarithme.

d) $\log\frac{25}{9} = \log\left(\frac{5^2}{3^2}\right) = \log\left(\frac{5}{3}\right)^2 = 2\log\left(\frac{5}{3}\right) = 2\log 5 + 2\log 3 = 2Q - 2P$

9. Si $\log_2 7 = K$, quelle expression algébrique en fonction de K représente chaque logarithme ?

d) $\log_2\frac{\sqrt[5]{7}}{8} = \log_2\left(\frac{7^{\frac{1}{5}}}{8}\right) = \frac{1}{5}\log_2 7 - \log_2 8 = \frac{K}{5} - 3$

12. Montre que chaque équation est vraie lorsque $c > 0$ et $c \neq 1$.

b) $7\log_c 4 = 14\log_c 2$

$$7\log_c 2^2 = 14\log_c 2$$
$$(7\times 2)\log_c 2 = 14\log_c 2$$
$$14\log_c 2 = 14\log_c 2$$

d) $\log_c (5c)^2 = 2(\log_c 5 + 1)$

$$2\log_c(5c) = 2(\log_c 5 + 1)$$
$$2(\log_c 5 + \log_c c) = 2(\log_c 5 + 1)$$
$$2(\log_c 5 + 1) = 2(\log_c 5 + 1)$$

13. on définit le niveau sonore, B, en décibels par $B = 10\log\left(\frac{I}{I_o}\right)$, où I est l'intensité du son, en watts par mètre carré $\left(\frac{W}{m^2}\right)$, et $I_o$ est égal à $10^{-12}$ $\left(\frac{W}{m^2}\right)$,le seuil d'audibilité.

b) la sirène d'un camion d'incendie a un niveau sonore de 118 dB. La circulation a un niveau sonore de 85 dB. Combien de fois le niveau sonore d'un camion d'incendie est-il plus élevé ?

$$118 - 85 = 10\log\left(\frac{I}{I_o}\right)$$
$$\frac{33}{10} = \log\left(\frac{I}{I_o}\right)$$
$$10^{3,3} = \frac{I}{I_o}$$
$$\frac{I}{I_o} = 1995,26$$

Le camion d'incendie a un niveau sonore d'à peu près 1995 fois plus grand que le niveau sonore de la circulation.

c) le tracteur d'Élise est 63 fois plus bruyant que sa voiture. Si le niveau sonore de sa voiture est de 80dB. Quel est le niveau sonore de son tracteur ?

$\frac{I}{I_o} = 63 \rightarrow B = 10\log(63) = 17,99$ Tracteur = 80 + 18 = 98 dB

donc, le niveau sonore de son tracteur serait de 98 dB.

Ex. 8,3 p. 400 Pré-calcul 12 # 1cd, 2a, 3b, 5ab, 7, 8d, 9d, 12bd, 13bc, 14, 15, 17 et # 1 et 2 feuillet

14. Abdi a tort lorsqu'il affirme qu'un son de 20 dB est deux fois plus fort qu'un son de 10 dB. Explique son erreur.

La formule n'est pas linéaire, il faut remplacer dans la formule pour convertir les décibels en unités d'intensité.

15. En électronique, le décibel sert à exprimer des rapports d'intensité et de tension. Le gain est le rapport entre le signal à l'entrée et à la sortie. Le gain d'un amplificateur, en décibels, est défini par $G = 20\log\frac{V}{V_e}$, où V est la tension à la sortie et $V_e$ est la tension à l'entrée. Au dixième de volt près, quelle est la tension à la sortie, V, d'un amplificateur dont le gain est de 24 dB lorsque la tension à l'entrée est de 0,2V?

$$24 = 20\log\frac{V}{0,2}$$
$$1,2 = \log\frac{V}{0,2}$$
$$10^{1,2} = \frac{V}{0,2}$$
$$V = 3,2V$$

17. Soit une fusée dont la vitesse d'éjection des gaz est de 3,1 km/s. On détermine la variation de sa vitesse, $\Delta V$, à l'aide de l'équation de Tsiolkovsky $\Delta V = \frac{3,1}{0,434}\left(\log m_o - \log m_f\right)$, où $m_o$ est la masse initiale de la fusée, en kilogrammes, et $m_f$ est sa masse totale une fois le carburant épuisé. Détermine la variation de la vitesse, au centième de kilomètre à la seconde près, si le rapport entre les masses, $\frac{m_o}{m_f}$, est de 1,06.

$$\Delta V = \frac{3,1}{0,434}\left(\log m_o - \log m_f\right)$$
$$\Delta V = \frac{3,1}{0,434}\left(\log\frac{m_o}{m_f}\right)$$
$$\Delta V = \frac{3,1}{0,434}\left(\log 1,06\right) = 0,18km/s$$

1. Évalue.

a) $10^{\log 7+\log 5}$ b) $3^{\log_3 7-\log_3 5}$ c) $8^{\log_2 7}$ d) $2^{\log_4 9}$

$10^{\log 35} = 35$ $3^{\log\frac{7}{5}} = \frac{7}{5}$ $8^{\frac{\log 7}{\log 2}} = 343$ $2^{\frac{\log 9}{\log 4}} = 3$

Ex. 8,3 p. 400 Pré-calcul 12 # 1cd, 2a, 3b, 5ab, 7, 8d, 9d, 12bd, 13bc, 14, 15, 17 et # 1 et 2 feuillet

2. (Défi) Écris sous un seul logarithme : $\log_3 2 - \log_9 7$

$$= \frac{\log 2}{\log 3} - \frac{\log 7}{\log 9}$$

$$= \frac{\log 2}{\log 3} - \frac{\log 7}{\log 3^2}$$

$$= \frac{\log 2}{\log 3} - \frac{\log 7}{2\log 3}$$

$$= \frac{\log 2}{\log 3} - \frac{\frac{1}{2}\log 7}{\log 3}$$

$$= \frac{\log \frac{2}{\sqrt{7}}}{\log 3} = \log_3 \frac{2}{\sqrt{7}}$$