

# Math 30231 A

## BLOC 1 - 5.1 - Géométrie et mesure

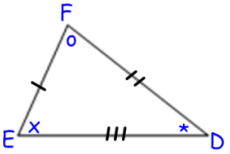
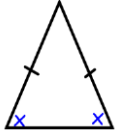
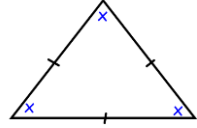
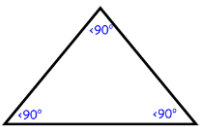
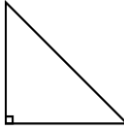
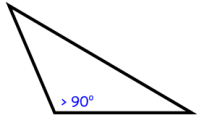
5 - Utiliser la mesure pour décrire et comparer des phénomènes du monde réel.

- Triangles

### RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

5.1 Utiliser les propriétés de figures semblables dans un contexte de recherche de mesure manquante.

- Conditions minimales de triangles semblables
  - CCC
  - CAC
  - AA

<p>Triangle scalène :</p> <p>3 côtés de longueurs différentes</p> 	<p>Triangle isocèle :</p> <p>Au moins 2 côtés congruents</p> 	<p>Triangle équilatéral :</p> <p>3 côtés congruents</p> 
<p>Triangle acutangle :</p> <p>3 angles aigus (<math>&lt; 90^\circ</math>)</p> 	<p>Triangle rectangle :</p> <p>1 angle droit (<math>= 90^\circ</math>)</p> 	<p>Triangle obtusangle :</p> <p>1 angle obtus (<math>&gt; 90^\circ</math>)</p> 

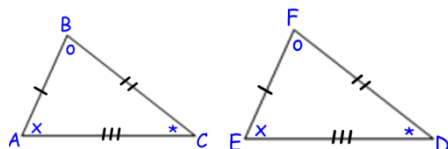
La somme des angles dans un triangle est  $180^\circ$ .

**Triangles congrus ou isométriques** : deux triangles sont congrus (isométriques) si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues ont la même mesure.

Les angles ou les côtés **homologues** sont les angles ou les côtés qui se correspondent, on les identifie à l'aide du même symbole.

Lorsqu'on indique que deux triangles sont congrus, l'**ordre** des lettres est très important. Les angles correspondants doivent être dans le même ordre.

Ex : Dans les triangles suivants, on peut voir que :

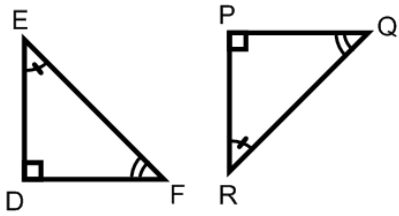


angles	côtés
$\angle A \cong \angle E$	$\overline{AB} \cong \overline{EF}$
$\angle B \cong \angle F$	$\overline{BC} \cong \overline{FD}$
$\angle C \cong \angle D$	$\overline{AC} \cong \overline{ED}$

alors on peut dire que  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$

# Math 30231 A

Exemple : Identifie les éléments homologues sur ces deux triangles congrus.



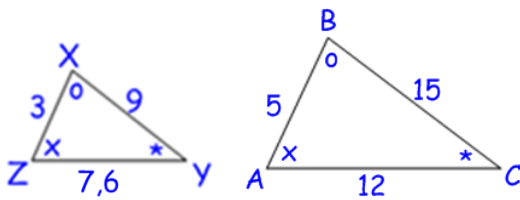
$$\begin{aligned} \angle E &= \angle R, \angle D = \angle P, \angle F = \angle Q \\ ED &= RP, EF = RQ, DF = PQ \end{aligned}$$

Triangles semblables : deux triangles semblables ont la même forme.

Deux critères sont à vérifier pour s'en assurer : leurs angles homologues sont congrus et leurs côtés homologues sont proportionnels.

Pour indiquer que deux triangles sont semblables on utilise le symbole :  $\sim$

Proportion : rapport d'égalité entre deux quantités qui est représenté par une égalité entre deux rapports.



$$\begin{aligned} \angle X &\cong \angle B & \frac{mXZ}{mBA} &= \frac{mXY}{mBC} = \frac{mZY}{mAC} \\ \angle Z &\cong \angle A & \frac{3}{5} &= \frac{9}{15} = \frac{7,6}{12} = 0,6 \\ \angle Y &\cong \angle C \end{aligned}$$

Donc  $\triangle XYZ \sim \triangle BAC$

Le triangle est une figure particulière, certaines conditions minimales permettent de s'assurer que deux triangles sont semblables.

## 1<sup>er</sup> cas de similitude (AA)

Lorsque deux triangles ont deux paires d'angles homologues congrus, ils sont automatiquement semblables.

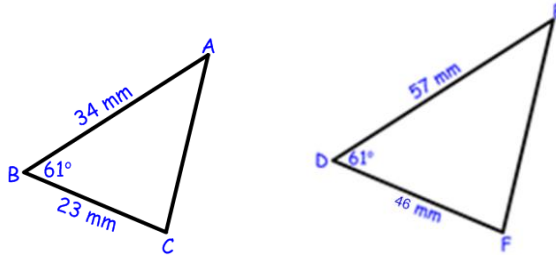
Exemple : Construis un triangle ayant les angles  $35^\circ$  et de  $62^\circ$ . Automatiquement, le troisième angle aura une valeur de  $83^\circ$ . Construis un autre triangle dont les côtés sont de longueurs différentes du premier mais que les angles sont semblables. Vérifie la proportionnalité des côtés.

# Math 30231 A

## 2<sup>e</sup> cas de similitude (CAC)

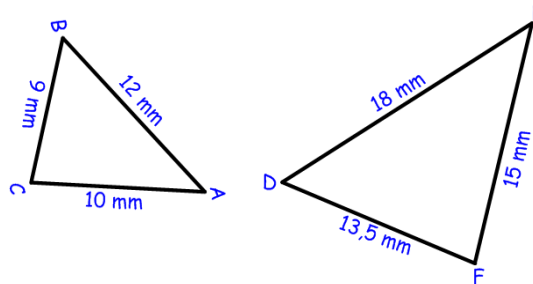
Lorsque deux triangles ont une paire d'angles homologues congrus, compris entre deux paires de côtés homologues qui sont proportionnels, ils sont semblables.

Exemple : Soit deux triangles. Le  $\triangle ABC$  et le  $\triangle DEF$ . Vérifie s'ils sont semblables.



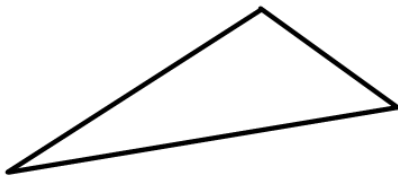
## 3<sup>e</sup> cas de similitude (CCC)

Lorsque toutes les mesures des côtés de deux triangles sont proportionnelles, ces triangles sont semblables.

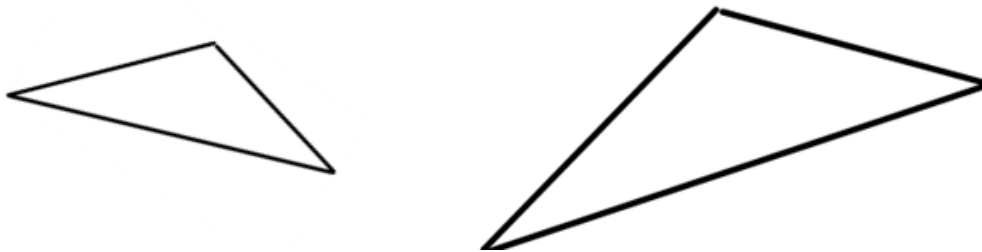


## Exercices

1. Construis, à l'aide de tes instruments géométriques, un triangle semblable au triangle suivant mais pas congrus.



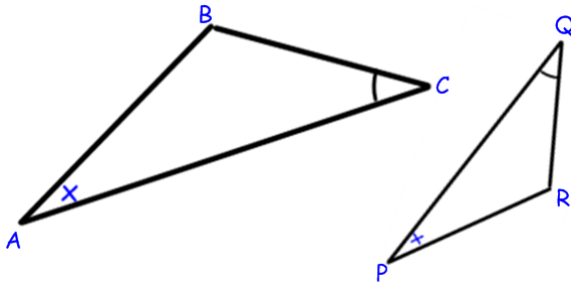
2. Utilise tes instruments géométriques pour vérifier si ces deux triangles sont semblables. Vérifie à l'aide des trois cas de similitude.



# Math 30231 A

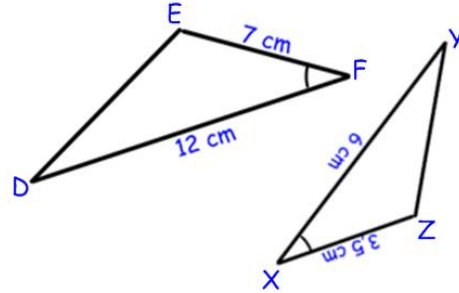
3. Pour chacune des paires de triangles suivantes, identifie le cas de similitude qui permet de conclure qu'ils sont semblables. Nomme les cotés et les angles correspondants. Nomme les triangles semblables.

a)



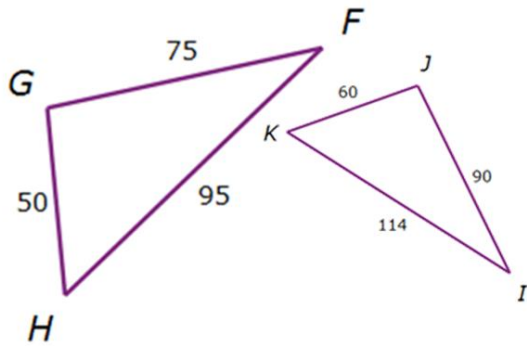
CAS : AA  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

b)



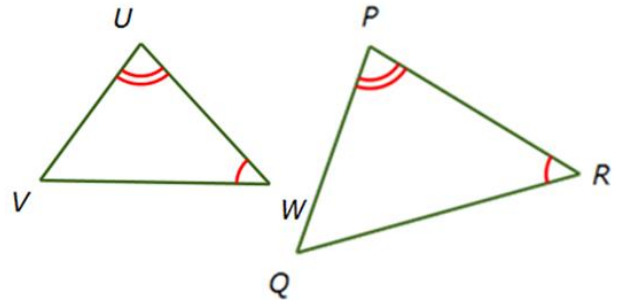
CAS : CAC  $\triangle DEF \sim \triangle YZX$

c)



CAS : CC  $\triangle FGH \sim \triangle IJK$

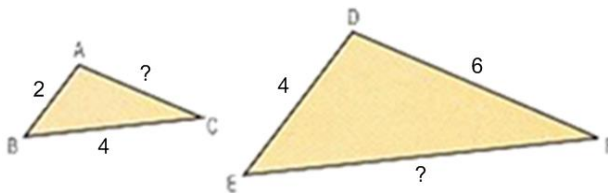
d)



CAS : AA  $\triangle UVW \sim \triangle PQR$

4. Les triangles ABC et DEF sont semblables. Trouve les valeurs manquantes, en montrant vos proportions.

a)



$$\frac{2}{4} = \frac{4}{EF} = \frac{AC}{6}$$

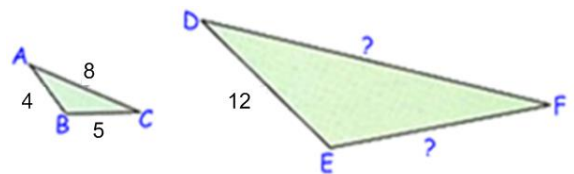
$$2EF = 16$$

$$EF = 8$$

$$12 = 4AC$$

$$AC = 3$$

b)



$$\frac{4}{12} = \frac{5}{EF} = \frac{8}{DF}$$

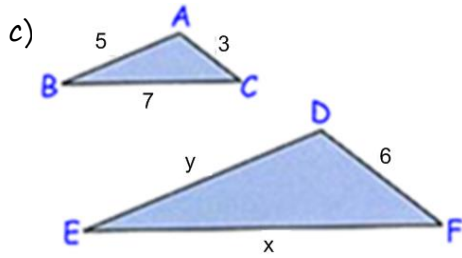
$$4EF = 60$$

$$EF = 15$$

$$4DF = 96$$

$$DF = 24$$

# Math 30231 A



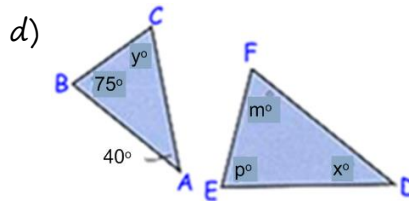
$$\frac{3}{6} = \frac{5}{y} = \frac{7}{x}$$

$$3y = 30$$

$$y = 10$$

$$3x = 42$$

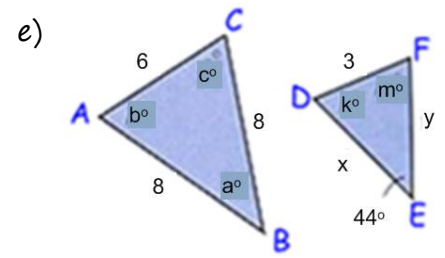
$$x = 14$$



$$p = 75^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

$$m = y = 65^\circ$$



$$\frac{6}{3} = \frac{8}{y} = \frac{8}{x}$$

$$6y = 24$$

$$y = 4$$

$$x = 4$$

$$m = \frac{180 - 44}{2}$$

$$m = 68^\circ$$

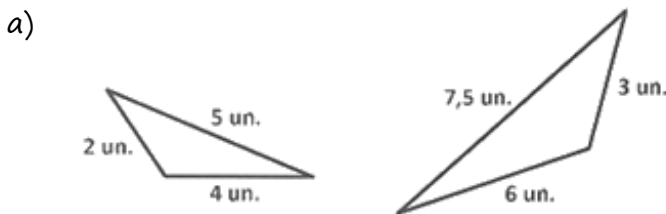
$$k = 68^\circ$$

$$a = 44^\circ$$

$$b = 68^\circ$$

$$c = 68^\circ$$

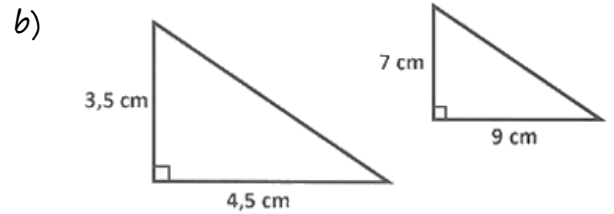
5. Détermine si les triangles suivants sont semblables. Si oui, donne le cas de similitude.



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{5}{7,5}$$

$$12 = 12 \quad 30 = 30$$

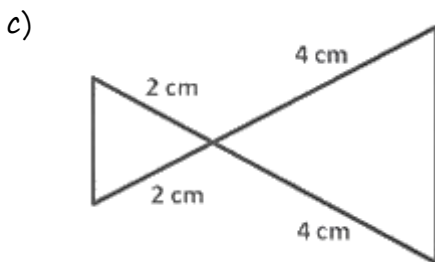
CCC



$$\frac{3,5}{7} = \frac{4,5}{9}$$

$$31,5 = 31,5$$

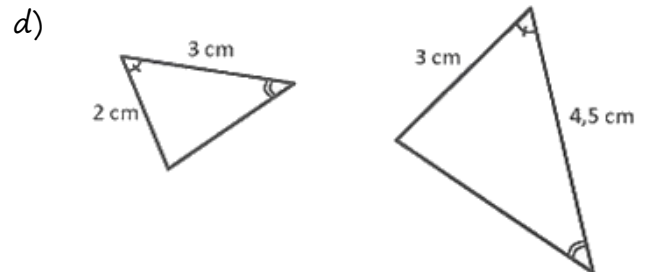
CAC



$$\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$$

$$8 = 8$$

CAC



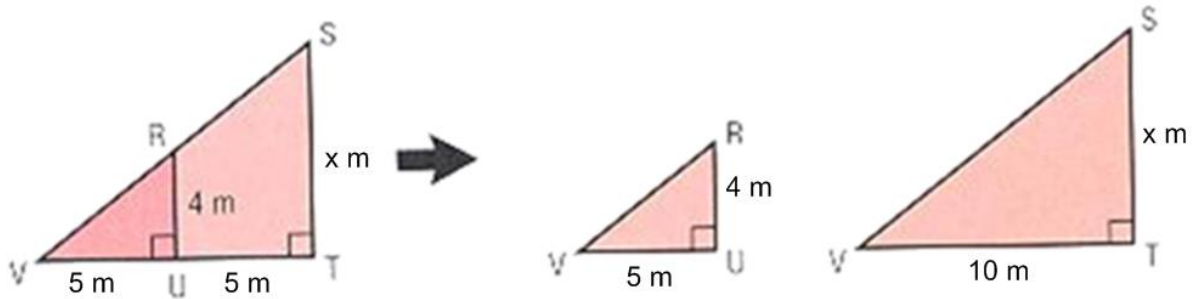
$$\frac{2}{3} = \frac{3}{4,5}$$

$$9 = 9$$

CAC ou AA

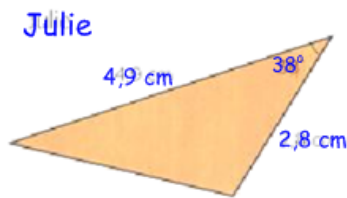
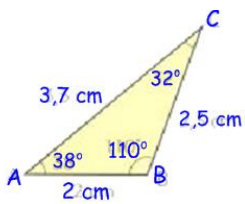
# Math 30231 A

6. Pour montrer clairement les triangles semblables, on peut les séparer comme ci-dessous. Indique les angles semblables et ensuite trouve x.



$$\begin{aligned} \angle V &= \angle V & \frac{5}{10} &= \frac{4}{x} \\ \angle R &= \angle S & 5x &= 40 \\ \angle U &= \angle T & x &= 8 \text{ m} \end{aligned}$$

7. Des élèves devaient tracer un triangle semblable au triangle suivant : Qui a réussi ? et pourquoi ?



Julie

$$\frac{2}{2,8} = \frac{3,7}{4,9}$$

$$9,8 \neq 10,36$$

NON



Ève

$$\frac{2}{23} = \frac{2,5}{20}$$

$$40 \neq 57,5$$

NON



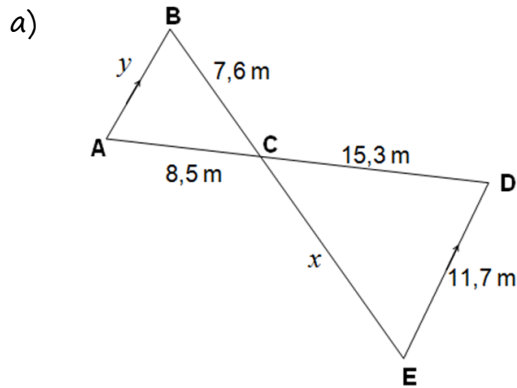
Marie - Pier

OUI

AA

# Math 30231 A

8. Trouve la valeur de x et/ou de y.



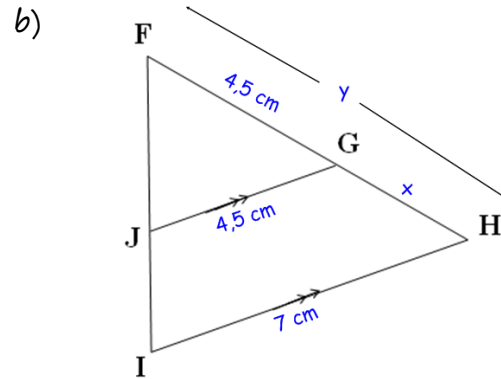
$$\frac{y}{11,7} = \frac{7,6}{x} = \frac{8,5}{15,3}$$

$$8,5x = 116,28$$

$$x = 13,68 \text{ m}$$

$$15,3y = 99,45$$

$$y = 6,5 \text{ m}$$



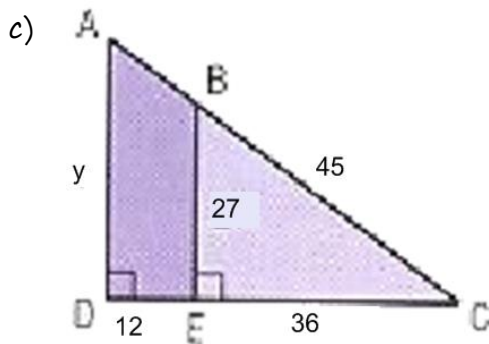
$$\frac{4,5}{7} = \frac{4,5}{x + 4,5} = \frac{4,5}{y}$$

$$4,5y = 31,5$$

$$y = 7 \text{ cm}$$

$$x + 4,5 = 7$$

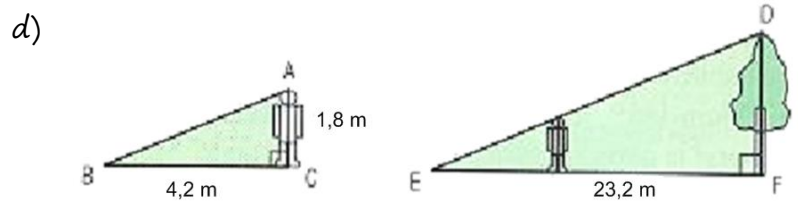
$$x = 2,5 \text{ cm}$$



$$\frac{27}{y} = \frac{36}{36 + 12}$$

$$36y = 1296$$

$$y = 36$$

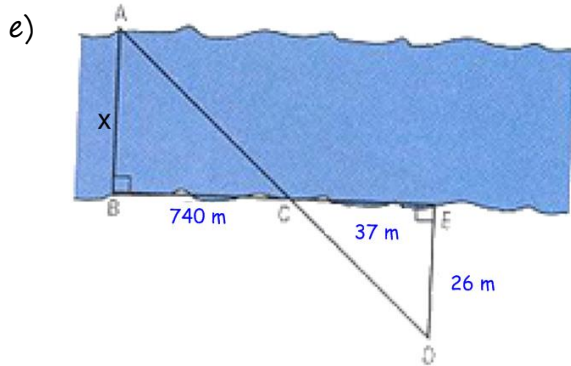


$$\frac{1,8}{h} = \frac{4,2}{23,2}$$

$$4,2h = 41,76$$

$$h = 9,94 \text{ m}$$

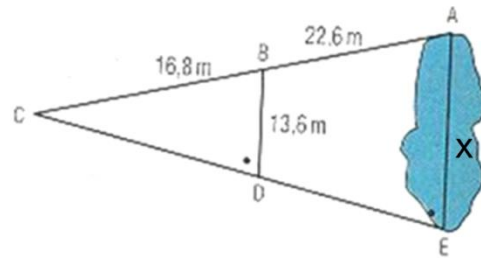
# Math 30231 A



$$\frac{x}{26} = \frac{740}{37}$$

$$37x = 19240$$

$$x = 520 \text{ m}$$

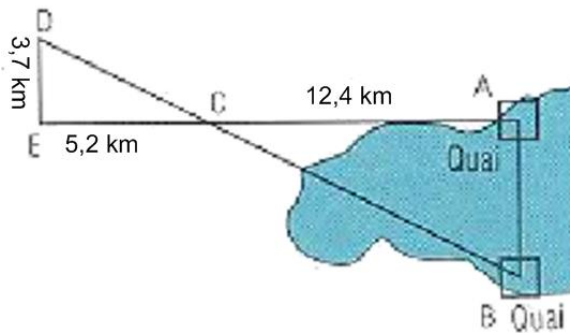


$$\frac{x}{13,6} = \frac{16,8 + 22,6}{16,8}$$

$$16,8x = 535,84$$

$$x = 31,9 \text{ m}$$

9. Juana veut installer un service de traversier dans une baie. Elle a donc effectué les mesures indiquées dans la figure. Trouve la distance du quai A au quai B.

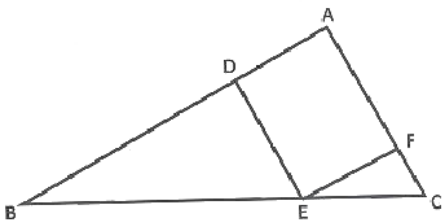


$$\frac{x}{3,7} = \frac{12,4}{5,2}$$

$$5,2x = 45,88$$

$$x = 8,8 \text{ km}$$

10. Soit le triangle rectangle ABC, on trace une parallèle au côté BC qui s'appellera DE. À partir du nouveau sommet E, on trace une parallèle EF au côté AB. Démontre que les trois triangles, ABC, DBE et FEC sont semblables.

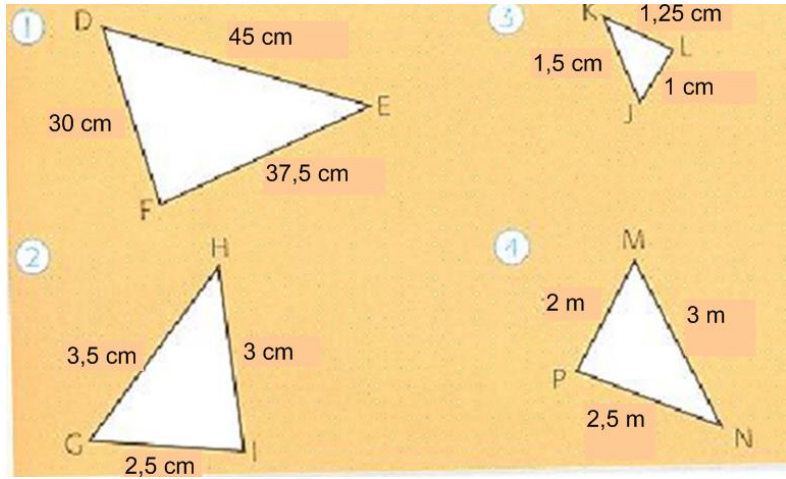
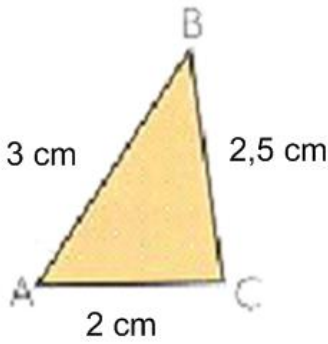


oui, par AA



# Math 30231 A

11. Lequel des triangles suivant est semblable au triangle ABC.



1

$$\frac{2}{30} = \frac{2,5}{37,5} = \frac{3}{45}$$

$$75 = 75 \text{ et } 112,5 = 112,5$$

oui

3

$$\frac{2}{1} = \frac{2,5}{1,25} = \frac{3}{1,5}$$

$$2,5 = 2,5 \text{ et } 3,75 = 3,75$$

oui

2

$$\frac{2}{2,5} = \frac{2,5}{3} = \frac{3}{3,5}$$

$$6 \neq 6,25$$

non

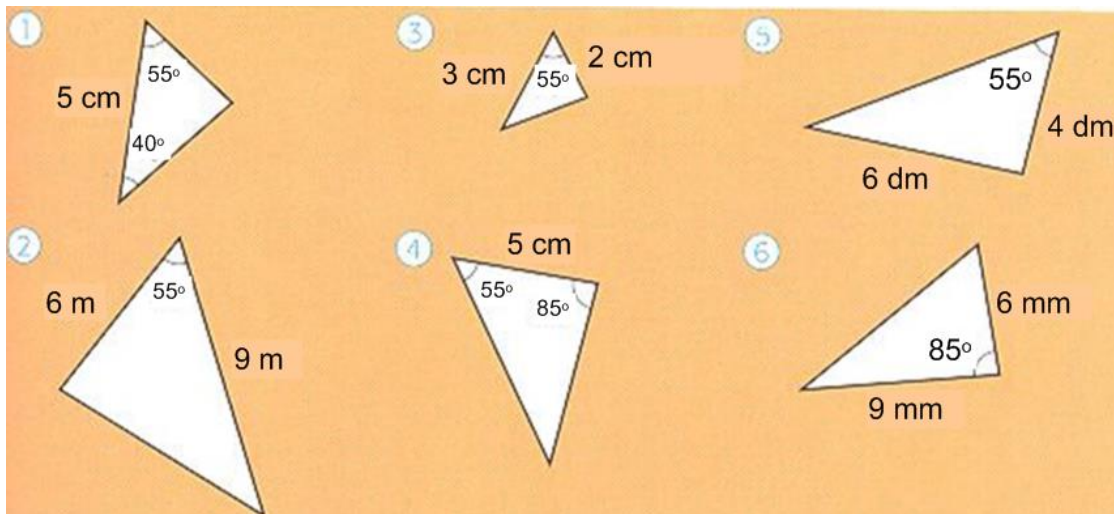
4

$$\frac{2}{5} = \frac{2,5}{2,5} = \frac{3}{3}$$

$$5 = 5 \text{ et } 7,5 = 7,5$$

oui

12. Trouve les paires de triangles semblables et nomme le cas de similitude.



1 et 4 par AA, 2 et 3 par CAC

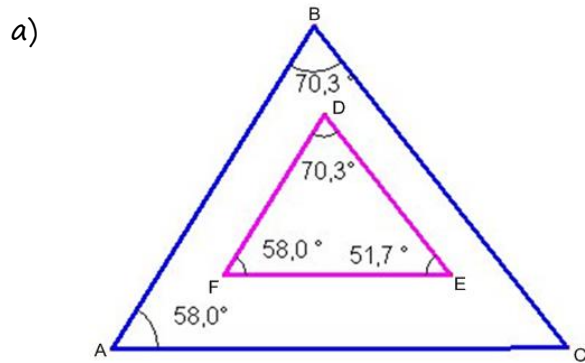
# Math 30231 A

13. Sachant que le  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , complète les égalités suivantes.

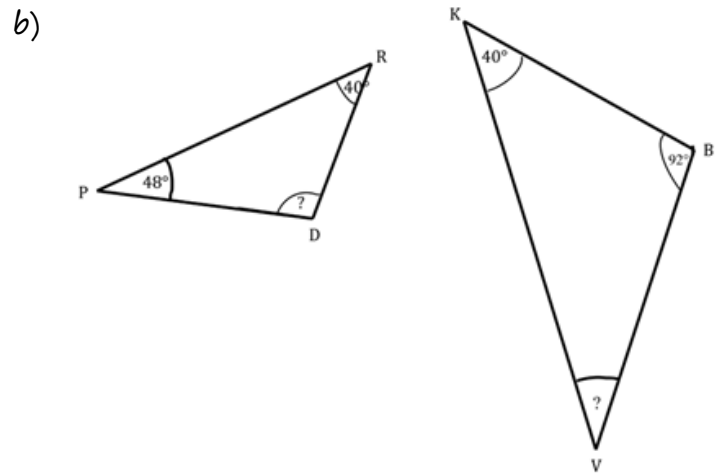
a)  $\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{CA}}{m\overline{FD}}$       b)  $\frac{m\overline{FE}}{m\overline{CB}} = \frac{m\overline{DF}}{m\overline{AC}}$       c)  $m\angle A = m\angle D$       d)  $m\angle B = m\angle E$

14. Puisque la somme des angles intérieurs d'un triangle est  $180^\circ$ , deux triangles qui ont deux angles congrus (mêmes grandeurs) ont aussi un troisième angle congru.

Détermine pourquoi les triangles sont semblables.



AA  
 $\triangle ABC \sim \triangle FDE$



AA  
 $\triangle DPR \sim \triangle BVK$

c)  $\triangle ABC \rightarrow \overline{AB} = 18 \text{ mm}, \overline{AC} = 13,5 \text{ mm}, \angle CAB = 90^\circ$   
 $\triangle DEF \rightarrow \overline{DE} = 14,4 \text{ mm}, \overline{DF} = 10,8 \text{ mm}, \angle FDE = 90^\circ$

CAC

$$\frac{13,5}{10,8} = \frac{18}{14,4}$$

$$194,4 = 194,4$$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$