Mathématiques 30231BC

Bloc 4

Régularités et algèbre

3 – Exploiter des relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Analyser diverses caractéristiques de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Modes de représentation
  - *Situation*
  - *Table des valeurs*
  - *Graphique*
  - *Équation*
- Propriétés d'une fonction quadratique
  - Domaine et image
  - Valeur initiale
  - Zéro (s)
  - Extrema relatifs et extremum absolu (maximum et minimum)
  - Équation de l'axe de symétrie
  - Variation (croissante et décroissante)
  - Coordonnées du sommet
  - Ordonnée et abscisse (s) à l'origine
  - Signe (positif et négatif)

3.3 Modéliser des situations à l'aide de fonctions quadratiques et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Rôle des paramètres a, h et k dans la forme $y = a(x-h)^2 + k,\ \ a, h \text{ et } k \in \mathbb{Q}$
- Graphique de la courbe représentative d'une fonction quadratique
  - $y = a(x-h)^2 + k$
- Équation canonique à partir du
  - *Graphique donné*
  - *Sommet et un point*

Exemple : Détermine le domaine, l'image, la valeur initiale, le(s) zéro(s), le minimum ou le maximum, l'équation de l'axe de symétrie, la variation, la coordonnée du sommet et les signes de la fonction.

$$f(x) = 3(x-2)^2 + 4$$

$D = \left]-\infty, \infty\right[; I = \left[4, \infty\right[$

$f(0) = 3(0-2)^2 + 4 = 12 + 4 = 16$

aucun zéro

val. min. de 4 quand $x = 2$

$x = 2$

$\nearrow \left[2, \infty\right[\quad \searrow \left]-\infty, 2\right]$

$S(2, 4)$

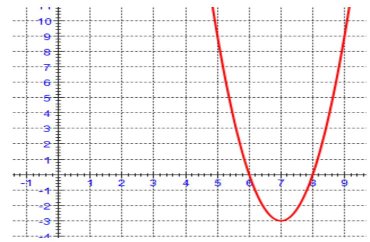
$+ \left]-\infty, \infty\right[$

Exemple : Détermine l'équation de chaque parabole.

a) Les coordonnées du sommet sont (2, 7) et un des zéros est 12. $S(2,7),(12,0)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$0 = a(12-2)^2 + 7$$
$$-7 = 100a$$
$$a = \frac{-7}{100}$$
$$y = \frac{-7}{100}(x-2)^2 + 7$$

b)



$S(7,-3), P(6,0)$

$$0 = a(6-7)^2 - 3$$
$$3 = 1a$$
$$y = 3(x-7)^2 - 3$$

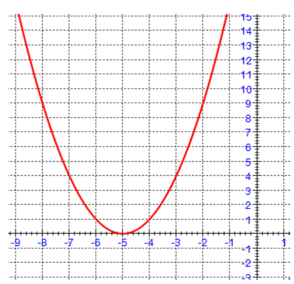
Exemple : La trajectoire du jet d'eau de la fontaine représentée dans le plan cartésien ci-dessous est une parabole. La hauteur f(x), en centimètre, en fonction de la distance horizontale en centimètres, est représentée par la règle $f(x) = \frac{-1}{10}(x-10)^2 + 24$. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le jet d'eau?

La hauteur maximale sera de 24 cm.

Exercice :

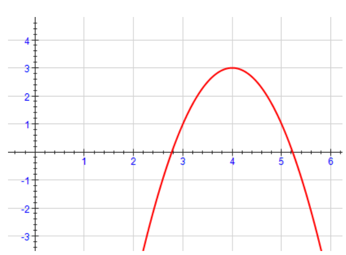
1. Trace chaque parabole et indique pour chacune : les coordonnées du sommet, l'équation de l'axe de symétrie, le sens de l'ouverture, le domaine et l'image, le maximum ou le minimum, les zéros, la variation, les signes.

a) $f(x) = (x+5)^2$



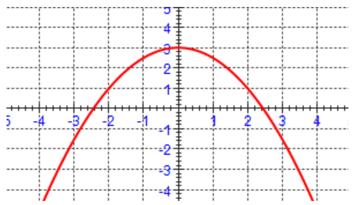
$S(-5,0), x = -5, \uparrow,$
$D =]-\infty,\infty[\ ; I = [0,\infty[$
$f(0) = (0+5)^2 = 25$
zéro : $x = -5 ; \nearrow [-5,\infty[\ \searrow\ ]-\infty,-5]$
$+\ ]-\infty,\infty[\ , -\{-5\}$

b) $f(x) = -2(x-4)^2 + 3$



$S(4,3), x = 4, \downarrow,$
$D =]-\infty,\infty[\ ; I =]-\infty,3]$
$f(0) = -2(0-4)^2 + 3 = -29$
zéros : $\frac{-3}{-2} = (x-4)^2$
$x = 4 \pm \sqrt{\frac{3}{2}} = 4 \mp 1,22;$
$x = 5,22$ ou $x = 2,78$
$\nearrow\ ]-\infty,4]\ \searrow\ [4,\infty[$
$+\ ]-\infty;2,78] \cup [5,22,\infty[\ ,$
$-\ [2,78;5,22]$

c) $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 3$



$S(0,3), x = 0, \downarrow,$

$D = \left]-\infty, \infty\right[; I = \left]-\infty, 3\right]$

$f(0) = 3$

zéros : $\frac{-3}{-\frac{1}{2}} = x^2$

$x = \pm\sqrt{6} ; x = \sqrt{6}$ et $x = -\sqrt{6}$

$\nearrow \left]-\infty, 0\right] \searrow \left[0, \infty\right[$

$+\left[-\sqrt{6}, \sqrt{6}\right], - \left]-\infty; -\sqrt{6}\right] \cup \left[\sqrt{6}, \infty\right[$

2. La hauteur h(t), en mètres, d'une balle de base-ball qu'on a frappée avec un bâton en fonction du temps t écoulé depuis qu'on l'a frappée, en secondes, est représentée par la fonction dont la règle est $h(t) = -2{,}1(t - 2{,}4)^2 + 13$.

a) Quelle est la hauteur maximale de la balle?

La balle aura une hauteur maximale de 13 mètres.

b) Quelle est la hauteur de la balle au moment où on la frappe?

$h(0) = -2{,}1(0 - 2{,}4)^2 + 13$

$h(0) = 0{,}904\,m$

c) Combien de secondes faut-il à la balle après l'impact pour toucher le sol?

$0 = -2{,}1(t - 2{,}4)^2 + 13$

$\frac{-13}{-2{,}1} = (t - 2{,}4)^2$

$(t - 2{,}4)^2 = 6{,}19$

$t - 2{,}4 = \pm 2{,}5$

$t = 2{,}4 + 2{,}5$ ou $t = 2{,}4 - 2{,}5$

$t = 4{,}9$ ou $t = -0{,}1$

il lui faudra 4,9 secondes avant de toucher le sol.

d) Quels sont le domaine et l'image de la fonction h?

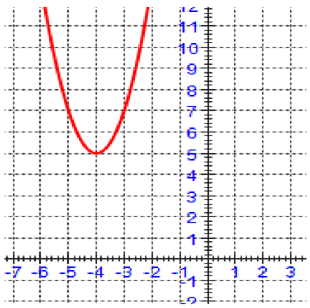
$D = \left[0; 4{,}9\right]$ secondes; $I = \left[0, 13\right]$ mètres

3. Détermine l'équation de chaque parabole.

   a) Les coordonnées du sommet sont (-6,-4) et passe par la coordonnée (-2, -36).

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-36 = a(-2-(-6))^2 + (-4)$$
$$-32 = 16a$$
$$a = -2$$
$$y = -2(x+6)^2 - 4$$

   b)



$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$7 = a(-3-(-4))^2 + 5$$
$$2 = a$$
$$y = 2(x+4)^2 + 5$$

3.5 Modéliser et résoudre des problèmes qui se traduisent par un système d'équations linéaires.

- Résolution de systèmes de deux équations du premier degré à deux variables
  - ❖ Table de valeurs
  - ❖ Graphiquement
  - ❖ Algébriquement

On peut résoudre une équation à deux variables en remplaçant une des variables par une valeur et on trouve la réponse correspondant à l'autre variable.

Ex : $3x + y = 7$ si je veux trouver la coordonnée (-1, ?), je remplace le x par -1 et je résous pour y.

$$3(-1) + y = 7$$
$$y = 7 + 3$$
$$y = 10$$

Lorsqu'on a deux équations à la fois, elles forment un système d'équations. Pour le résoudre, il faut trouver LA coordonnée qui satisfait aux deux équations.

On peut se servir de trois différentes méthodes

❖ Table de valeurs

Une première méthode pour résoudre des systèmes d'équations à deux variables est la méthode de la table des valeurs. Il suffit de faire deux tableaux de valeurs et de trouver deux coordonnées identiques pour chaque droite.

Exemple : Résoudre le système suivant.

$$x + y = 3 \quad et \quad -3x + 5y = 15$$

x	y
-2	5
-1	4
0	3

x	y
-2	4,2
-1	3,6
0	3

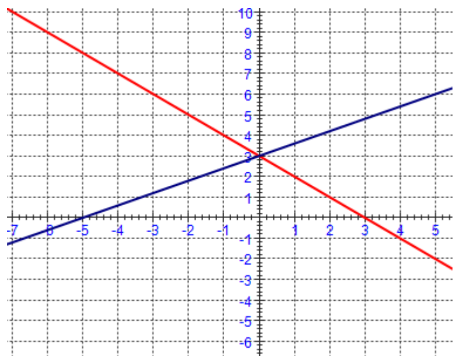
Donc, les valeurs sont pareilles à (0, 3), ce qui est la solution.

❖ Graphiquement

Une autre méthode pour résoudre des systèmes d'équations à deux variables est la méthode graphique. Il suffit de tracer les deux droites et de trouver la coordonnée où les deux droites se touchent.

Graphiques	Pentes	Coordonnées à l'origine	Nombre de solutions
Droites qui se coupent	Différentes	Différentes, sauf si les droites se coupent sur un axe	Une solution
Droites parallèles	Identiques	Différentes	Aucune solution
Droites coïncidentes ou confondues	Identiques	Identiques	Infinité de solutions

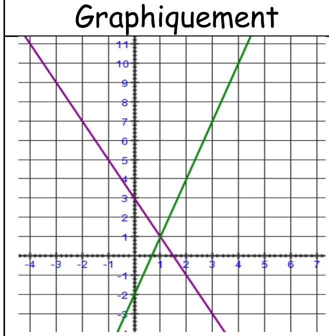
Exemple. Résolvez par la méthode graphique. $x + y = 3 \quad et \quad -3x + 5y = 15$



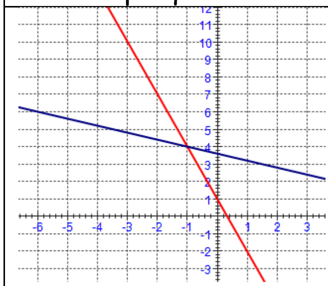
Donc, les valeurs sont pareilles à (0, 3), ce qui est la solution.

❖ Algébriquement (élimination et substitution)

- La méthode de substitution : tu isoles une des deux variables d'une des équations et tu remplaces cette expression dans l'autre équation, ce qui te donne une équation à une variable. Tu résous cette équation. Après avoir trouvé la valeur de cette variable, tu la remplace dans une des deux équations pour trouver la valeur de la deuxième variable.
- La méthode d'élimination : tu élimines une des deux variables en multipliant l'équation au complet par un nombre qui te permettra d'avoir le même nombre devant cette variable dans les deux équations, ensuite tu additionnes ou tu soustrais les deux équations afin d'éliminer cette variable. Après avoir trouvé la valeur de cette variable, tu la remplace dans une des deux équations pour trouver la valeur de la deuxième variable.

Graphiquement	Par substitution	Par élimination
 Solution (1, 1)	$4x + 2y = 6$ $y = 3x - 2$ $4x + 2(3x - 2) = 6$ $y = 3(1) - 2$ $4x + 6x - 4 = 6$ $y = 1$ $10x = 10$ $x = 1$ Solution (1, 1)	$\boxed{1}\ \ 4x + 2y = 6$ $\boxed{2}\ \ -3x + y = -2$ $\boxed{1}\ \ 4(1) + 2y = 6$ $\boxed{1}\ \ 4x + 2y = 6$ $2y = 2$ $\boxed{2} \times 2\ \ -6x + 2y = -4$ $y = 1$ $\boxed{1} - \boxed{2}\ \ 10x = 10$ $x = 1$ Solution (1, 1)

Exemple : Résous le système d'équations $\begin{aligned} 3x + y &= 1 \\ 2x + 5y &= 18 \end{aligned}$

Graphiquement	Par substitution	Par élimination
	$y = -3x + 1$ $2x + 5(-3x + 1) = 18$ $2x - 15x + 5 = 18$ $-13x = 13$ $x = -1$ $y = -3(-1) + 1 = 4$ $(-1, 4)$	$3x + y = 1$ $2x + 5y = 18$ $[1] \times 2 \quad 6x + 2y = 2$ $[2] \times 3 \quad 6x + 15y = 54$ $[1] - [2] \quad -13y = -52$ $y = 4$ $3x + 4 = 1$ $3x = -3$ $x = -1$ $(-1, 4)$

<u>Mathématiser et résoudre des problèmes qui s'y prêtent à l'aide d'un système d'équations.</u>

Étapes de résolution de problèmes

1. Faire la lecture du problème et ressortir les données importantes.
2. Identifier les variables et trouver les équations.
3. Résoudre le problème.
4. Communiquer la solution.

Exemple : Avec un vent arrière, un petit hydravion a mis deux heures à parcourir 60 km. Au retour, contre le vent, il mit 2,5 heures. Trouvez la vitesse du vent et la vitesse aérienne de l'hydravion.

x = vitesse du hydravion

y = vitesse du vent

$$V = \frac{d}{t} = \frac{60\,km}{2\,h} = 30\ \frac{km}{h}$$

$$V = \frac{d}{t} = \frac{60\,km}{2{,}5\,h} = 24\ \frac{km}{h}$$

$$(x + y = 30)\ \frac{km}{h}$$

$$(x - y = 24)\ \frac{km}{h}$$

$$\begin{aligned} x &= 30 - y \\ 30 - y - y &= 24 \\ -2y &= -6 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 30 - y \\ x &= 30 - 3 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

l'hydravion voyageait à 27 km/h et le vent était de 3 km/h.

Mathématiques 30231BC

Exercices :

1. Résoudre par la méthode de substitution.

a)
$$x + 3y = 5$$
$$2x + 5y = 9$$

$$x = 5 - 3y$$
$$2(5 - 3y) + 5y = 9$$
$$10 - 6y + 5y = 9$$
$$-y = -1$$
$$y = 1$$
$$x = -3(1) + 5$$
$$x = 2$$
$$(2, 1)$$

b)
$$4x = 7 - y$$
$$2x + 3y = 11$$

$$4x - 7 = -y$$
$$y = -4x + 7$$
$$2x + 3(-4x + 7) = 11$$
$$2x - 12x + 21 = 11$$
$$-10x = -10$$
$$x = 1$$
$$y = -4(1) + 7$$
$$y = 3$$
$$(1, 3)$$

c)
$$x - 7y = 15$$
$$3x + 5y = -7$$

$$x = 7y + 15$$
$$3(7y + 15) + 5y = -7$$
$$21y + 45 + 5y = -7$$
$$26y = -52$$
$$y = -2$$
$$x = 7(-2) + 15$$
$$x = 1$$
$$(1, -2)$$

d)
$$1{,}25x + 3{,}25y = 15{,}50$$
$$1{,}5x + 2{,}75y = 14$$

$$1{,}25x = 15{,}50 - 3{,}25y$$
$$x = 12{,}4 - 2{,}6y$$
$$1{,}5(12{,}4 - 2{,}6y) + 2{,}75y = 14$$
$$18{,}6 - 3{,}9y + 2{,}75y = 14$$
$$-1{,}15y = -4{,}6$$
$$y = 4$$
$$x = 12{,}4 - 2{,}6(4)$$
$$x = 12{,}4 - 10{,}4$$
$$x = 2$$
$$(2, 4)$$

e)
$$4x + 3y = 29$$
$$2x - y = 7$$

$$4x = 29 - 3y$$
$$x = 7{,}25 - 0{,}75y$$
$$2(7{,}25 - 0{,}75y) - y = 7$$
$$14{,}5 - 1{,}5y - y = 7$$
$$-2{,}5y = -7{,}5$$
$$y = 3$$
$$x = 7{,}25 - 0{,}75(3)$$
$$x = 7{,}25 - 2{,}25$$
$$x = 5$$
$$(5, 3)$$

2. Résoudre par la méthode d'élimination.

a) $$\begin{aligned} 7x &= 11 - 4y \\ 5x + 3y &= 15 \end{aligned}$$

$$7x + 4y = 11$$
$$5x + 3y = 15$$
$$[1] \times 5 \quad 35x + 20y = 55$$
$$[2] \times 7 \quad 35x + 21y = 105$$
$$[1] - [2] \quad -y = -50$$
$$y = 50$$
$$7x = 11 - 4(50)$$
$$7x = -189$$
$$x = -27$$
$$(-27, 50)$$

b) $$\begin{aligned} 2x - 3y &= 8 \\ 3x + 4y &= -5 \end{aligned}$$

$$2x - 3y = 8$$
$$3x + 4y = -5$$
$$[1] \times 3 \quad 6x - 9y = 24$$
$$[2] \times 2 \quad 6x + 8y = -10$$
$$[1] - [2] \quad -17y = 34$$
$$y = -2$$
$$2x - 3(-2) = 8$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$
$$(1, -2)$$

c) $$\begin{aligned} 7x - 2y &= 8 \\ 3x + 4y &= 18 \end{aligned}$$

$$7x - 2y = 8$$
$$3x + 4y = 18$$
$$[1] \times 3 \quad 21x - 6y = 24$$
$$[2] \times 7 \quad 21x + 28y = 126$$
$$[1] - [2] \quad -34y = -102$$
$$y = 3$$
$$7x - 2(3) = 8$$
$$7x = 14$$
$$x = 2$$
$$(2, 3)$$

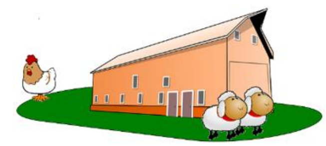
d) $$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 3x - 2y &= 8 \end{aligned}$$

$$2x + 3y = 1$$
$$3x - 2y = 8$$
$$[1] \times 3 \quad 6x + 9y = 3$$
$$[2] \times 2 \quad 6x - 4y = 16$$
$$[1] - [2] \quad 13y = -13$$
$$y = -1$$
$$2x + 3(-1) = 1$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$
$$(2, -1)$$

e) $$\begin{aligned} 3x + 5y &= 1 \\ 5x - 3y &= -21 \end{aligned}$$

$$3x + 5y = 1$$
$$5x - 3y = -21$$
$$[1] \times 5 \quad 15x + 25y = 5$$
$$[2] \times 3 \quad 15x - 9y = -63$$
$$[1] - [2] \quad 34y = 68$$
$$y = 2$$
$$3x + 5(2) = 1$$
$$3x = -9$$
$$x = -3$$
$$(-3, 2)$$

3. Daniel est un fermier qui élève des moutons et des poules. Par un bel après-midi ensoleillé, il a décidé de compter toutes les pattes des animaux de sa ferme. Il en a compté 380. Depuis toujours, Daniel rêve d'avoir exactement 700 animaux sur sa ferme. Pour atteindre son objectif, il faudrait que le fermier ait 8 fois plus de moutons et 3 fois plus de poules.



Combien y a-t-il d'animaux de chaque espèce sur la ferme à Daniel?

x : nombre de moutons
y : nombre de poules

$$\begin{array}{rl}
\text{pattes} & 4x+2y=380 \\
\text{animaux} & 8x+3y=700 \\
[1]\times 2 & 8x+4y=760 \\
[2] & 8x+3y=700 \\
\hline
[1]-[2] & y=60 \\
 & 4x+2(60)=380 \\
 & 4x=260 \\
 & x=65
\end{array}$$

Daniel a 65 moutons et 60 poules.

4. On recherche deux nombres dont leur différence est 58 et que le quadruple de leur somme est 1248.

x : est le 1er nombre
y : est le 2e nombre

$$\begin{array}{rl}
\text{diff} & x-y=58 \\
\text{somme} & 4(x+y)=1248 \\
[1] & x-y=58 \\
[2]\div 4 & x+y=312 \\
\hline
[1]-[2] & -2y=-254 \\
 & y=127 \\
 & x-127=58 \\
 & x=185
\end{array}$$

Les deux nombres sont 185 et 127.

5. Guillaume s'achète des friandises au dépanneur Chez Henriette. Il prend des bonbons à la framboise à 5 cents et des réglisses à 20 cents pour un total de 5,95\$. Comme Guillaume préfère les réglisses, il s'en procure 6 de plus que le nombre de bonbons à la framboise.

Combien de bonbons et de réglisses a-t-il achetés?

x : nombre de bonbons à la framboise
y : nombre de réglisses

$$0{,}05x + 0{,}20y = 5{,}95$$
$$y = x + 6$$
$$\boxed{1} \times 100 \quad 5x + 20y = 595$$
$$\boxed{2} \times 5 \quad -5x + 5y = 30$$
$$\boxed{1} + \boxed{2} \quad 25y = 625$$
$$y = 25$$
$$25 = x + 6$$
$$x = 19$$

Il a acheté 19 bonbons à la framboise et 25 réglisses.

6. Tes amis et toi vous amusez avec une balance pour peser deux types de poids, des poids en bois et des poids en métal. Vous savez que tous les poids de bois ont la même masse et ceux de métal ont la même masse. Un de tes amis décide de mettre 1 poids en bois et 7 poids en métal sur la balance, elle affiche une masse de 320g, Tu décides ensuite de mettre 4 poids de bois et 3 poids en métal, la balance affiche maintenant 155g.

Détermine la masse de chaque poids.

x : nombre de g. du poids en bois
y : nombre de g. du poids en métal

$$x + 7y = 320$$
$$4x + 3y = 155$$
$$\boxed{1} \times 4 \quad 4x + 28y = 1280$$
$$\boxed{2} \quad 4x + 3y = 155$$
$$\boxed{1} - \boxed{2} \quad 25y = 1125$$
$$y = 45$$
$$x + 7(45) = 320$$
$$x = 5$$

Le poids en bois a une masse de 5 g et le poids en métal a une masse de 45 g.

7. Henriette et Sophia sont des collectionneuses de billes depuis belle lurette. Henriette range ses billes dans des sacs qui peuvent en contenir 12 alors que Sophia utilise des sacs de 18 billes. En tout, les deux ensembles ont 366 billes et le nombre de sac d'Henriette correspond au double du nombre de sacs de Sophia diminué de 1.

Qui a le plus de billes et de combien?

x : nombre de sac d'Henriette
y : nombre de sac de Sophia

$$\begin{array}{r} 12x+18y=366 \\ x=2y-1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \boxed{1} & 12x+18y=366 \\ \boxed{2}\times 12 & 12x-24y=-12 \\ \hline \boxed{1}-\boxed{2} & 42y=378 \\ & y=9 \end{array}$$

$$x=2(9)-1$$
$$x=17$$

Henriette
$17\times 12=204$
Sophia
$9\times 18=162$
différence $=204-162=42$

Henriette a 42 billes de plus que Sophia.

8. Une fête foraine vient tout juste de s'installer en ville et tu te demandes quels sont les tarifs pour les adultes et les enfants. Tu as entendu, entre les branches, qu'un groupe composé de 3 enfants et de 6 adultes aurait déboursé 90$ pour accéder au site. De plus, tu sais qu'un de tes amis y est allé hier avec sa famille et qu'ils ont payé 75$. Leur groupe comprenait 5 enfants et 4 adultes.

Quel serait le prix pour une famille de 3 enfants et deux adultes?

x : tarif pour enfant
y : tarif pour adulte

$$\begin{array}{r} 3x+6y=90 \\ 5x+4y=75 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \boxed{1}\times 5 & 15x+30y=450 \\ \boxed{2}\times 3 & 15x+12y=225 \\ \hline \boxed{1}-\boxed{2} & 18y=225 \\ & y=12,50\$ \end{array}$$

$$3x+6(12,50)=90$$
$$3x=15$$
$$x=5\$$$

$3x+2y=3(5)+2(12,50)=40\$$

Le prix pour une famille de 3 enfants et deux adultes serait 40$.

9. Une compagnie de transport doit effectuer deux livraisons aujourd'hui. Le camion de transport A est déjà parti et roule à une vitesse constante de 80 km/h. Aussitôt que le camion A se trouve à 30 km du bureau, le camion B quitte celui-ci et débute sa route avec une vitesse constante de 95 km/h.

Après combien de temps (en heures) les deux camions auront-ils parcouru la même distance?

x : temps en heures
y : distance en km

$$
\begin{aligned}
y &= 80x + 30 \\
y &= 95x \\
\boxed{1} - \boxed{2} \quad 0 &= -15x + 30 \\
-30 &= -15x \\
x &= 2 \text{ heures}
\end{aligned}
$$

10. Alexandre veut refaire la plomberie de sa cuisine. Puisqu'il ne s'y connait pas beaucoup, il décide de faire appel à un plombier professionnel. Il contacte alors deux compagnies différentes. Voici le tarif que chacune des compagnies demandent :

Nom	$/h	déplacement
Plomberie express	45	62
Les Génies de la plomberie	58	10

Que devrait-il tenir compte avant de faire son choix?

x : nombre d'heure
y : tarif

$$
\begin{aligned}
y &= 45x + 62 \\
y &= 58x + 10 \\
\boxed{1} - \boxed{2} \quad 0 &= -13x + 52 \\
-52 &= -13x \\
x &= 4
\end{aligned}
$$

Il devrait avoir une idée du nombre d'heure que ce travail va demander.

À 4 heures de travail c'est égal, mais le travail prend moins de 4 heures, il serait mieux de prendre Les Génies de la plomberie, mais si c'est plus de 4 heures, il devrait engager Plomberie express.

3.7 Modéliser des situations pouvant se traduire par des régularités afin de résoudre des problèmes.

- *Suites générales*
- *Suites* et séries arithmétiques

Suites générales

ex : 1, 3, 5, 7, 9… 1000, 500, 250… 3, 6, 2…

La règle d'une suite est une relation d'égalité mathématique qui permet de trouver la valeur de tous les termes d'une suite.

Une suite arithmétique est une suite dont la différence entre chaque terme est fixe.

La formule d'une suite arithmétique est $t_n = a + (n-1)d$

a = le premier terme de la suite
d = la différence entre deux termes consécutifs
n = le nombre de termes
t_n = le terme général

Exemple : Détermine le terme général ainsi que le 34^e terme de la suite arithmétique :

5, -1, -7 …

$$a = 5$$
$$d = -1 - 5 = -6$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_n = 5 + (n-1)(-6)$$
$$t_n = 5 - 6n + 6$$
$$t_n = -6n + 11$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{34} = -6(34) + 11$$
$$t_{34} = -193$$

Exemple : En connaissant $t_5 = 2$ et $t_{11} = -4$ d'une suite arithmétique, détermine la valeur de a et de d.

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_5 = a + (5-1)d$$
$$2 = a + 4d$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{11} = a + (11-1)d$$
$$-4 = a + 10d$$

$$[1] - [2]$$

$$2 = a + 4d$$
$$-4 = a + 10d$$
$$6 = -6d$$
$$d = -1$$
$$2 = a + 4(-1)$$
$$a = 6$$

Moyennes arithmétiques : Termes qui se trouvent entre deux termes non consécutifs d'une suite arithmétique. Ex : 7,10,13,16,19,22; les nombres (10, 13, 16, 19) sont les quatre moyennes arithmétiques entre 7 et 22.

Exemple : Trouver les 3 moyennes arithmétiques entre 2 et 18.

$$2, t_2, t_3, t_4, 18$$

$$a = 2$$
$$t_5 = 18$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_5 = 2 + (5-1)d$$
$$18 = 2 + 4d$$
$$16 = 4d$$
$$d = 4$$

$$2, 6, 10, 14, 18$$

Exercice :

1. Trouve les termes indiqués.

a) t_{15} et t_{71} de $6, 0, -6 \ldots$

$a = 6$
$d = -6$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_{15} = 6 + (15-1)(-6)$
$t_{15} = -78$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_{71} = 6 + (71-1)(-6)$
$t_{71} = -414$

b) t_{51} et t_n de $2, 9, 16 \ldots$

$a = 2$
$d = 7$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_{51} = 2 + (51-1)(7)$
$t_{51} = 352$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_n = 2 + (n-1)(7)$
$t_n = 2 + 7n - 7$
$t_n = 7n - 5$

2. Détermine la valeur de a, d et t_n pour les suites arithmétiques suivantes.

a) $t_5 = 16$ et $t_8 = 25$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_5 = a + (5-1)d$
$16 = a + 4d$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_8 = a + (8-1)d$
$25 = a + 7d$

$[1] - [2]$

$$\begin{array}{r} 16 = a + 4d \\ 25 = a + 7d \\ \hline -9 = -3d \end{array}$$

$d = 3$
$16 = a + 4(3)$
$a = 4$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_n = 4 + (n-1)3$
$t_n = 4 + 3n - 3$
$t_n = 3n + 1$

b) $t_7 = 3 + 5x$ et $t_{11} = 3 + 23x$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_7 = a + (7-1)d$
$3 + 5x = a + 6d$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_{11} = a + (11-1)d$
$3 + 23x = a + 10d$

$[1] - [2]$

$$\begin{array}{r} 3 + 5x = a + 6d \\ 3 + 23x = a + 10d \\ \hline -18x = -4d \end{array}$$

$d = \frac{18}{4}x = \frac{9}{2}x$
$3 + 5x = a + 6\left(\frac{9}{2}x\right)$
$a = 3 - 22x$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_n = 3 - 22x + (n-1)4{,}5x$
$t_n = 3 - 22x + 4{,}5nx - 4{,}5x$
$t_n = 3 - 26{,}5x + 4{,}5nx$

3. Trouve le nombre de termes dans chacune des suites arithmétiques suivantes.

a) $3, 5, 7, \ldots, 129$

$t_n = 129$
$a = 3$
$d = 2$

$t_n = a + (n-1)d$
$129 = 3 + (n-1)2$
$126 = 2(n-1)$
$63 = n - 1$
$n = 64$

b) $x, x+2, x+4, \ldots, x+256$

$t_n = x + 256$
$a = x$
$d = 2$

$t_n = a + (n-1)d$
$x + 256 = x + (n-1)2$
$256 = 2(n-1)$
$128 = n - 1$
$n = 129$

4. Combien de multiples de 7 y a-t-il de -56 à 560 inclusivement?

$t_n = 560$
$a = -56$
$d = 7$

$t_n = a + (n-1)d$
$560 = -56 + (n-1)7$
$616 = 7(n-1)$
$88 = n - 1$
$n = 89$

Il y a 89 multiples de 7 de -56 à 560.

5. Insère sept moyenne arithmétiques entre 15 et 39.

$15, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, 39$

$t_9 = 39$
$a = 15$
$d = ?$

$t_n = a + (n-1)d$
$39 = 15 + (9-1)d$
$24 = 8d$
$d = 3$

$15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39$

6. On doit placer à distance égale, cinq poteaux de clôture, entre deux poteaux déjà placés aux deux coins et séparés d'une distance de 42 m. Quelle sera la distance entre chacun des cinq poteaux à installer?

$0, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, 42$

$t_7 = 42$
$a = 0$
$d = ?$

$t_n = a + (n-1)d$
$42 = 0 + (7-1)d$
$42 = 6d$
$d = 7 \text{ m}$

7. Un stagiaire en administration est embauché à un traitement de 15000$ avec des augmentations semestrielles de 375$ jusqu'à concurrence de 28500$. Combien de temps lui faudra-t-il pour atteindre ce plafond?

$15000, 15375, 15750, \ldots, 28500$

$t_n = 28500$
$a = 15000$
$d = 375$
$n = ?$

$t_n = a + (n-1)d$
$28500 = 15000 + (n-1)375$
$13500 = 375(n-1)$
$n - 1 = 36$
$n = 37 \text{ semestres}$

8. Une petite voiture se déprécie de 1500$ la première année, et de 600$, chaque année subséquente. Dans combien d'années une voiture de 5200$ vaudra-t-elle 1300$?

$5200,(3700,3100,\ldots,1300)$

$$t_6 = 1300 \quad a = 3700 \quad d = -600$$

$$\begin{aligned} t_n &= a + (n-1)d \\ 1300 &= 3700 + (n-1)(-600) \\ -2400 &= (n-1)(-600) \\ n-1 &= 4 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

Il faudra 6 ans.

9. La compagnie de gaz impute un tarif de base mensuel, plus une certaine somme par unité de consommation. La consommation de 40 unités correspond à une facture de 67,20$ et celle de 73 unités, à une facture de 116,70$. Trouver le tarif de base mensuel et le coût par unité.

$$t_{40} = 67{,}20\$ \quad t_{73} = 116{,}70\$$$

$$\begin{aligned} t_n &= a + (n-1)d \\ t_{40} &= a + (40-1)d \\ 67{,}20 &= a + 39d \end{aligned} \qquad \begin{aligned} t_n &= a + (n-1)d \\ t_{73} &= a + (73-1)d \\ 116{,}7 &= a + 72d \end{aligned}$$

$$[1]-[2] \qquad \begin{aligned} 67{,}20 &= a + 39d \\ 116{,}70 &= a + 72d \\ \hline -49{,}5 &= -33d \\ d &= 1{,}5 \\ 67{,}20 &= a + 39(1{,}5) \\ a &= 8{,}7 \end{aligned}$$

Le tarif de base est de 8,70$ et le coût par unité est de 1,50$.

10. Colette a payé 15000$ pour un tableau rare qui a augmenté de valeur chaque année à raison de 10% du prix original. Quelle était la valeur du tableau 10 ans après l'achat?

$$a = 15000 \quad d = 15000 \times 10\% = 1500$$

$$\begin{aligned} t_n &= a + (n-1)d \\ t_{11} &= 15000 + (11-1)(1500) \\ t_{11} &= 15000 + 15000 \\ t_{11} &= 30000\$ \end{aligned}$$

Le tableau vaudra 30000$ dans 10 ans.

11. À la fin de la troisième semaine, il y avait 870 membres au club de vidéo. À la fin de la septième semaine, il y en avant 1110. Les augmentations, chaque semaine étaient arithmétiques.
   a) Combien de membres s'étaient joints à la première semaine?
   b) Combien de membres y avait-il au club après 11 semaines?

a) $t_3 = 870$

$t_7 = 1110$ $[1]-[2]$

$$\begin{array}{r} 870 = a + 2d \\ 1110 = a + 6d \\ \hline -240 = -4d \\ d = 60 \\ 870 = a + 2(60) \\ a = 750 \end{array}$$

Il y avait 750 membres au début.

b) $t_{11} = 750 + (11-1)(60)$

$t_{11} = 1350$ membres

Une série est la somme des termes d'une suite. Donc, pour une suite arithmétique, nous l'appelons une série arithmétique. Une formule pour trouver la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est de multiplier le nombre de termes par la moyenne du premier et du dernier terme de la suite. Cette formule se simplifie à $S_n = \frac{n\left(a+t_n\right)}{2} = \frac{n}{2}\left(2a+\left(n-1\right)d\right)$

Exemple : Trouve la somme des 50 premiers termes de la série arithmétique donnée.

a) 5 + 8 + 11 + 14 +…

$a = 5$
$d = 3$
$n = 50$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a+\left(n-1\right)d\right)$$
$$S_{50} = \frac{50}{2}\left(2\left(5\right)+\left(50-1\right)\left(3\right)\right)$$
$$S_{50} = 3925$$

b) -10 – 12 – 14 - …

$a = -10$
$d = -2$
$n = 50$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a+\left(n-1\right)d\right)$$
$$S_{50} = \frac{50}{2}\left(2\left(-10\right)+\left(50-1\right)\left(-2\right)\right)$$
$$S_{50} = -2950$$

Exemple : trouve la somme de la série arithmétique 3 + 7 + 11 + … + 483.

$a = 3$
$d = 4$
$t_n = 483$
$n = ?$
$S_n = ?$

$$t_n = a+\left(n-1\right)d$$
$$483 = 3+\left(n-1\right)4$$
$$480 = 4\left(n-1\right)$$
$$n-1 = 120$$
$$n = 121$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a+\left(n-1\right)d\right)$$
$$S_{121} = \frac{121}{2}\left(2\left(3\right)+\left(121-1\right)\left(4\right)\right)$$
$$S_{50} = 29403$$

***Omnimath 10 p. 82 # 1 à 21 impair, 22 à 31

***Omnimath 10 p. 82 # 1 à 21 impair, 22 à 31

Trouve la somme des 100 premiers termes de chaque série arithmétique.

1. 1 + 5 + 9 + ...

$a = 1$
$d = 4$
$n = 100$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{100} = \frac{100}{2}\left(2(1) + (100-1)4\right)$$
$$S_{100} = 19900$$

3. 10 + 8 + 6 + ...

$a = 10$
$d = -2$
$n = 100$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{100} = \frac{100}{2}\left(2(10) + (100-1)(-2)\right)$$
$$S_{100} = -8900$$

Trouve la somme demandée pour chaque série arithmétique.

5. S_{10} pour 2 + 4 + 6 + ...

$a = 2$
$d = 2$
$n = 10$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{10} = \frac{10}{2}\left(2(2) + (10-1)2\right)$$
$$S_{10} = 110$$

7. S_{30} pour -2 + 4 + 10 + ...

$a = -2$
$d = 6$
$n = 30$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{30} = \frac{30}{2}\left(2(-2) + (30-1)6\right)$$
$$S_{30} = 2550$$

9. S_{15} pour 80 + 76 + 72 + ...

$a = 80$
$d = -4$
$n = 15$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(2(80) + (15-1)(-4)\right)$$
$$S_{15} = 780$$

Trouve la somme de chaque série arithmétique.

11. 3 + 7 + 11 + ... + 479

$a = 3$
$d = 4$
$t_n = 479$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$479 = 3 + (n-1)(4)$$
$$476 = (n-1)(4)$$
$$n - 1 = 119$$
$$n = 120$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{120} = \frac{120}{2}\left(2(3) + (120-1)4\right)$$
$$S_{120} = 28920$$

13. -8 – 5 – 2 + ... + 139

$a=-8$
$d=3$
$t_n=139$

$$t_n=a+(n-1)d$$
$$139=-8+(n-1)(3)$$
$$147=(n-1)(3)$$
$$n-1=49$$
$$n=50$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$
$$S_{50}=\frac{50}{2}(2(-8)+(50-1)3)$$
$$S_{50}=3275$$

15. -7 – 11 – 15 - ... - 171

$a=-7$
$d=-4$
$t_n=-171$

$$t_n=a+(n-1)d$$
$$-171=-7+(n-1)(-4)$$
$$-164=(n-1)(-4)$$
$$n-1=41$$
$$n=42$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$
$$S_{42}=\frac{42}{2}(2(-7)+(42-1)(-4))$$
$$S_{42}=-3738$$

Trouve la somme des séries arithmétiques qui ont le premier terme et le dernier terme suivants.

17. $a=3$, $t_7=21$

$$t_n=a+(n-1)d$$
$$21=3+(7-1)d$$
$$18=6d$$
$$d=3$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$
$$S_7=\frac{7}{2}(2(3)+(7-1)3)$$
$$S_7=84$$

19. $a=-4$, $t_{22}=-46$

$$t_n=a+(n-1)d$$
$$-46=-4+(22-1)d$$
$$-42=21d$$
$$d=-2$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$
$$S_{22}=\frac{22}{2}(2(-4)+(22-1)(-2))$$
$$S_{22}=-550$$

21. $a=20$, $t_{31}=110$

$$t_n=a+(n-1)d$$
$$110=20+(31-1)d$$
$$90=30d$$
$$d=3$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$
$$S_{31}=\frac{31}{2}(2(20)+(31-1)(3))$$
$$S_{31}=2015$$

22. Trouve la somme.
a) des 50 premiers entiers positifs.

$a = 1$
$d = 1$
$n = 50$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + \left(n - 1\right)d\right)$$
$$S_{50} = \frac{50}{2}\left(2\left(1\right) + \left(50 - 1\right)1\right)$$
$$S_{50} = 1275$$

b) des 100 premiers entiers positifs impairs.

$a = 1$
$d = 2$
$n = 100$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + \left(n - 1\right)d\right)$$
$$S_{100} = \frac{100}{2}\left(2\left(1\right) + \left(100 - 1\right)2\right)$$
$$S_{100} = 10000$$

c) des 75 premiers multiples de 3 positifs.

$a = 3$
$d = 3$
$n = 75$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + \left(n - 1\right)d\right)$$
$$S_{75} = \frac{75}{2}\left(2\left(3\right) + \left(75 - 1\right)3\right)$$
$$S_{75} = 8850$$

23. Théâtre – Dans un théâtre, il y a 30 sièges dans la première rangée, 31 sièges dans la deuxième rangée, 32 sièges dans la troisième rangée, et ainsi de suite. S'il y a 20 rangées de sièges, combien y a-t-il de sièges en tout?

$a = 30$
$d = 1$
$n = 20$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + \left(n - 1\right)d\right)$$
$$S_{20} = \frac{20}{2}\left(2\left(30\right) + \left(20 - 1\right)1\right)$$
$$S_{20} = 790$$

Il y a 790 sièges.

24. Augmentation de salaire - Michelle est biologiste du milieu marin. Elle vient d'accepter un emploi qui lui rapporte un salaire de 46 850 $ la première année et de 56 650 $ la huitième année. Son salaire est une suite arithmétique de huit termes.
a) À quelle augmentation de salaire Michelle peut-elle s'attendre chaque année?

$a = 46850$
$t_8 = 56650$
$d = ?$

$$t_n = a + \left(n - 1\right)d$$
$$56650 = 46850 + \left(8 - 1\right)d$$
$$9800 = 7d$$
$$d = 1400$$

Son salaire augmentera de 1400$/an.

b) Quel sera son salaire la sixième année?

$a = 46850$
$d = 1400$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_6 = 46850 + (6-1)(1400)$$
$$t_6 = 53850$$

Elle aura un salaire de 53850$ à sa sixième année.

c) Au cours de quelle année son salaire dépassera-t-il 50 000$ pour la première fois?

$a = 46850$
$t_n = 50000$
$d = 1400$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$50000 = 46850 + (n-1)(1400)$$
$$3150 = 1400(n-1)$$
$$n - 1 = 2,25$$
$$n = 3,25$$

Le salaire sera plus de 50000$ à sa quatrième année.

d) Combien d'argent Michelle gagnera-t-elle en tout en huit ans?

$a = 46850$
$d = 1400$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_8 = \frac{8}{2}\left(2(46850) + (8-1)(1400)\right)$$
$$S_8 = 414000$$

Elle aura gagné 414000$.

25. Mesure – Le périmètre d'un triangle mesure 30 unités. Les longueurs des côtés forment une suite arithmétique. Si chaque longueur est un nombre naturel, quels sont les ensembles de longueurs possibles?

$S_3 = 30$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$30 = \frac{3}{2}\left(2a + (3-1)d\right)$$
$$20 = 2a + 2d$$
$$10 = a + d$$

1, 10 et 19
2, 10 et 18
3, 10 et 17
4, 10 et 16
5, 10 et 15
6, 10 et 14
7, 10 et 13
8, 10 et 12
9, 10 et 11

26. Chute libre – On laisse tomber un objet du haut de l'édifice de la Bourse de l'Alberta, à Calgary. L'objet touche le sole après environ 5 s. Il parcourt 4,9 m durant la première seconde, 14,7 m durant la deuxième seconde, 24,5 m durant la troisième seconde, et ainsi de suite. Quelle est la hauteur de l'édifice?

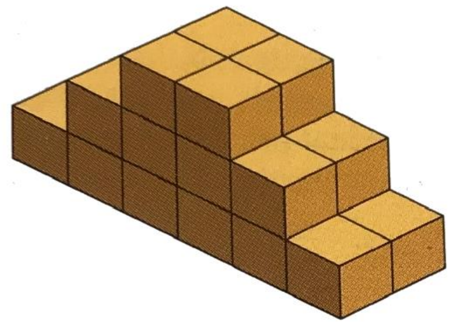
$a = 4{,}9$

$d = 9{,}8$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_5 = \frac{5}{2}\left(2(4{,}9) + (5-1)(9{,}8)\right)$$
$$S_5 = 122{,}5$$

La hauteur de l'édifice est de 122,5 m.

27. Étalage – Voici la disposition des trois rangées de boîtes supérieures dans un étalage de magasin. Si la régularité se poursuit et qu'il y a 12 rangées dans l'étalage, combien de boîtes y a-t-il en tout?



$a = 4$

$d = 4$

$n = 12$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$S_{12} = \frac{12}{2}\left(2(4) + (12-1)(4)\right)$$
$$S_{12} = 312$$

Il y avait 312 boites en tout.

29. Les 8 premiers termes d'une série arithmétique ont une somme de 148. La raison arithmétique est 3. Quels sont les trois premiers termes de la série?

$S_8 = 148$

$d = 3$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$148 = \frac{8}{2}\left(2a + (8-1)3\right)$$
$$37 = 2a + 21$$
$$16 = 2a$$
$$a = 8$$

$8, 11, 14$

31. Détermine le premier et le dernier terme d'une série arithmétique qui compte 50 termes, qui a une raison arithmétique de 6 et dont la somme est 7850?

$n = 50$

$d = 6$

$S_{50} = 7850$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$
$$7850 = \frac{50}{2}\left(2a + (50-1)6\right)$$
$$314 = 2a + 294$$
$$20 = 2a$$
$$a = 10$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{50} = 10 + (50-1)6$$
$$t_{50} = 304$$

3.8 Modéliser des situations se traduisant par des équations rationnelles de degré 1 afin de résoudre des problèmes.

- *Résolutions d'équations de degré 1*
- *Équations rationnelles*

Exemple : $\dfrac{2}{x-2}+1=5$

$$(x-2)\left(\frac{2}{x-2}\right)+(x-2)(1)=(x-2)(5)$$

$$2+x-2=5x-10$$

$$-4x=-10$$

$$x=\frac{10}{4}=\frac{5}{2};x\neq 2$$

Résous

a) $\frac{x}{3}+\frac{1}{2}=\frac{3x+1}{6}$

$$6\left(\frac{x}{3}\right)+6\left(\frac{1}{2}\right)=6\left(\frac{3x+1}{6}\right)$$
$$2x+3=3x+1$$
$$-x=-2$$
$$x=2$$

b) $\frac{x}{8}+1=\frac{x-3}{9}$

$$72\left(\frac{x}{8}\right)+72(1)=72\left(\frac{x-3}{9}\right)$$
$$9x+72=8x+24$$
$$x=-48$$

c) $x-\frac{x-1}{2}=1-\frac{x-2}{3}$

$$6(x)-6\left(\frac{x-1}{2}\right)=6(1)-6\left(\frac{x-2}{3}\right)$$
$$6x-3(x-1)=6-2(x-2)$$
$$6x-3x+3=6-2x+4$$
$$5x=7$$
$$x=\frac{7}{5}$$

d) $\frac{x}{3}=5+\frac{x}{8}$

$$24\left(\frac{x}{3}\right)=24(5)+24\left(\frac{x}{8}\right)$$
$$8x=120+3x$$
$$5x=120$$
$$x=24$$

e) $\frac{-7}{2x}=\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1}$

$$2x(x-1)\left(\frac{-7}{2x}\right)=2x(x-1)\left(\frac{1}{x}\right)+2x(x-1)\left(\frac{2}{x-1}\right)$$
$$-7x+7=2x-2+4x$$
$$-13x=-9$$
$$x=\frac{9}{13};x\neq 0,x\neq 1$$

f) $\frac{5}{x-1}=\frac{1}{x}+\frac{2}{3x}$

$$3x(x-1)\left(\frac{5}{x-1}\right)=3x(x-1)\left(\frac{1}{x}\right)+3x(x-1)\left(\frac{2}{3x}\right)$$
$$15x=3x-3+2x-2$$
$$10x=-5$$
$$x=\frac{-5}{10}=\frac{-1}{2};x\neq 0,x\neq 1$$

g) $\frac{5x+2}{7x+1}=\frac{3}{4}$

$$4(7x+1)\left(\frac{5x+2}{7x+1}\right)=4(7x+1)\left(\frac{3}{4}\right)$$
$$10x+8=21x+3$$
$$-11x=-5$$
$$x=\frac{5}{11};x\neq\frac{-1}{7}$$

h) $\frac{3}{t}-\frac{4}{5t}=\frac{1}{10}$

$$(10t)\left(\frac{3}{t}\right)-(10t)\left(\frac{4}{5t}\right)=(10t)\left(\frac{1}{10}\right)$$
$$30-8=t$$
$$t=22;x\neq 0$$

i) $\frac{1}{72}+\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$

$$(72x)\left(\frac{1}{72}\right)+(72x)\left(\frac{1}{x}\right)=(72x)\left(\frac{1}{12}\right)$$
$$x+72=6x$$
$$-5x=-72$$
$$x=\frac{72}{5};x\neq 0$$