Mathématiques 30231BC

Bloc 1

Géométrie et mesures

4 – Démontrer une compréhension des formes géométriques pour interpréter les structures du monde réel et pour en créer de nouvelles.

5 – Utiliser la mesure pour décrire et comparer des phénomènes du monde réel.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

4.1 Utiliser les propriétés de figures (2D et 3D) semblables afin de résoudre des problèmes.

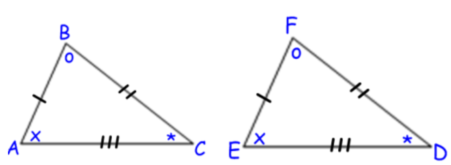
- Propriétés de figures semblables
- Mesures des éléments homologues

Figures congrues ou isométriques : deux figures sont congrues (isométriques) si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues ont la même mesure.

Les angles ou les côtés **homologues** sont les angles ou les côtés qui se correspondent, on les identifie à l'aide du même symbole.

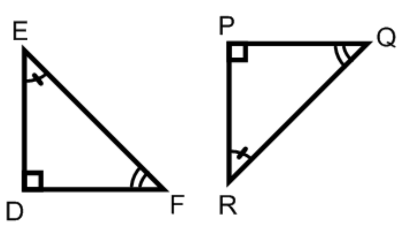
Lorsqu'on indique que deux figures sont congrues, l'ordre des lettres est très important. Les angles correspondants doivent être dans le même ordre.

Ex : Dans les triangles suivants, on peut voir que : $\Delta ABC \cong \Delta EFD$



angles	côtés
$< A \cong < E$	$\overline{AB} \cong \overline{EF}$
$< B \cong < F$	$\overline{BC} \cong \overline{FD}$
$< C \cong < D$	$\overline{AC} \cong \overline{ED}$

Exemple : Identifie les éléments homologues sur ces deux triangles congrus. Nomme la congruence de triangle dans le bon ordre.



angles	côtés	triangles
$< D \cong < P$	$\overline{DE} \cong \overline{PR}$	$\Delta DEF \cong \Delta PRQ$
$< E \cong < Q$	$\overline{EF} \cong \overline{RQ}$	
$< F \cong < R$	$\overline{FD} \cong \overline{QP}$	

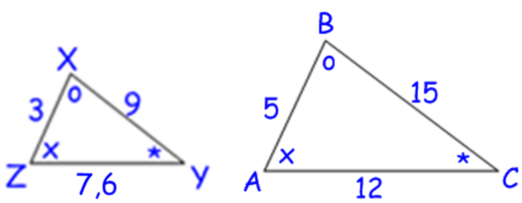
Figures **semblables** : deux figures semblables si l'une est une réduction, une reproduction exacte ou un agrandissement de l'autre.

Deux critères sont à vérifier pour s'en assurer : leurs angles homologues sont congrus et leurs côtés homologues sont proportionnels.

Le rapport de similitude, généralement noté k, est le rapport entre les mesures de segments homologues (côtés, hauteurs, rayons, périmètres, etc) de figures ou de solides semblables.

Pour indiquer que deux figures sont semblables on utilise le symbole : ~

Exemple : vérifier si les deux triangles suivants sont semblables.



$\measuredangle X \cong \measuredangle B$

$\measuredangle Z \cong \measuredangle A$ et

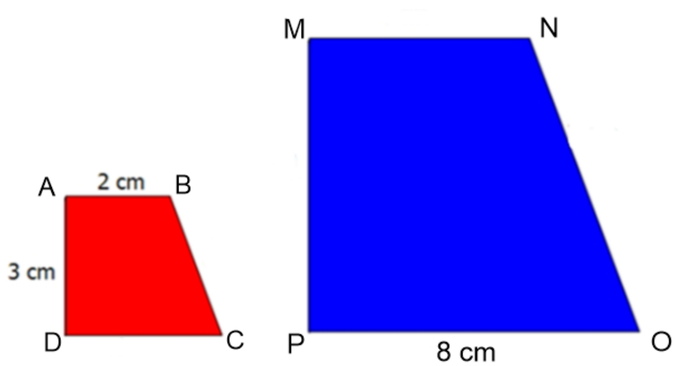
$\measuredangle Y \cong \measuredangle C$

$$k = \frac{m\overline{XZ}}{m\overline{BA}} = \frac{m\overline{XY}}{m\overline{BC}} = \frac{m\overline{ZY}}{m\overline{AC}}$$

$$k = \frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{7,6}{12} = 0,6$$

Donc $\triangle XZY \sim \triangle BAC$

Exemple : Les figures ABCD et MNOP sont semblables, le rapport de similitude k est de 2. Détermine le périmètre de chaque figure.



$\overline{DC} = 4cm$

$\left(\overline{BC}\right)^2 = (3)^2 + (2)^2$

$\left(\overline{BC}\right)^2 = 13$

$\overline{BC} = 3,6\,cm$

$\overline{MP} = 6\,cm$

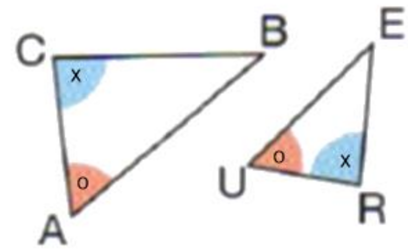
$\overline{MN} = 4\,cm$

$\overline{NO} = 7,2cm$

Mathématiques 30231BC

Exercices

1. Les triangles ABC et UER sont semblables. Quel est l'homologue du :
   a) Sommet B? sommet E
   b) Du côté RE? côté CB
   c) Du côté UE? côté AB
   d) De l'angle A? l'angle U

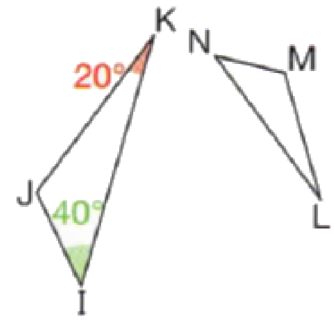


2. Les triangles IJK et NML sont semblables. Les côtés LM et JK sont homologues, ainsi que les côtés JI et MN. Donne les mesures des angles du triangle LMN.

   angle N ≃ 40°

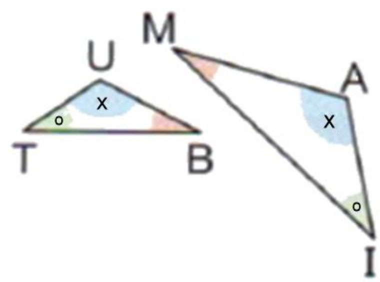
   angle L ≃ 20°

   angle M ≃ 120°



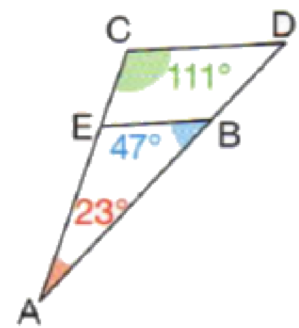
3. Les triangles BUT et MAI sont semblables, complètes les égalités suivantes :

$$\frac{UT}{\boxed{AI}} = \frac{BU}{\boxed{MA}} = \frac{\boxed{BT}}{\boxed{MI}}$$



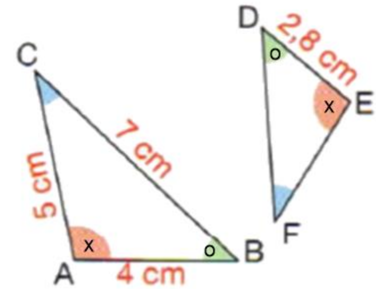
4. Les droites CE et BD sont sécantes en A. Explique pourquoi les triangles AEB et ACD en sont pas semblables.

   $180 - 23 - 47 = 110°$ les angles ne sont pas égaux



5. PIN et OLE sont deux triangles tels que : PI = 8 cm, PN = 6 cm, IN = 5 cm; OL = 24 cm, OE = 18 cm, LE = 15 cm. Expliquer pourquoi les triangles PIN et OLE sont semblables.

$$\frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$



6. a) Explique pourquoi les triangles ABC et EDF sont semblables.

$\measuredangle A = \measuredangle E$

$\measuredangle B = \measuredangle D$

$\measuredangle C = \measuredangle F$

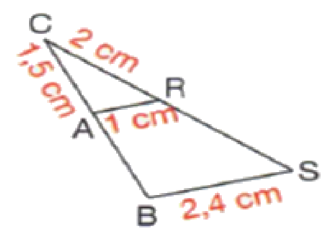
b) Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs des côtés du triangle ABC pour obtenir les longueurs des côtés du triangle DEF?

$\frac{2,8}{4} = 0,7$

c) Quelles sont les longueurs des côtés DF et EF?

$DF = 7 \times 0,7 = 4,9$ cm

$EF = 5 \times 0,7 = 3,5$ cm



7. Les droites AB et RS sont sécantes en C et les droites AR et SB sont parallèles.
   a) Est-ce que les triangles CAR et CBS sont semblables?

   Oui, les angles correspondants sont égaux.

   b) Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs des côtés du triangle CAR pour obtenir les longueurs des côtés du triangle CBS?

   $\frac{2,4}{1} = 2,4$

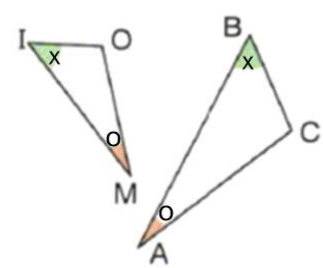
   c) Donner les longueurs des côtés CS et CB.

   $CS = 2 \times 2,4 = 4,8$ cm

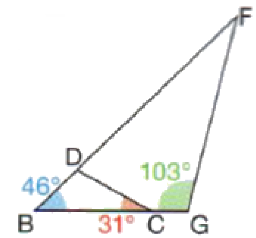
   $CB = 1,5 \times 2,4 = 3,6$ cm

8. Les triangles ABC et MIO sont semblables.

Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
$\measuredangle ABC$ et $\measuredangle MIO$	B et I	$\overline{AC}$ et $\overline{MO}$
$\measuredangle BAC$ et $\measuredangle IMO$	A et M	$\overline{BC}$ et $\overline{IO}$
$\measuredangle ACB$ et $\measuredangle MOI$	C et O	$\overline{AB}$ et $\overline{MI}$

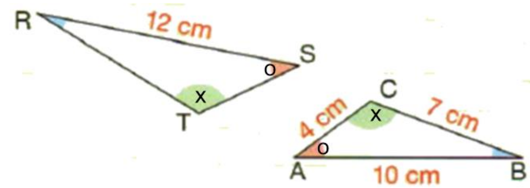


9. Si D est un point du segment BF et C est un point du segment BG. Est-ce que les triangles BCD et BGF sont semblables?



Oui les angles homologues sont égaux.

10. Les triangles ABC et SRT sont semblables. Calculer les longueurs des côtés RT et TS.



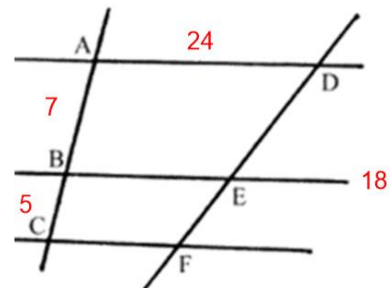
$$RT = 7 \times \frac{6}{5} = 8,4 \text{ cm}$$

$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5} \text{ donc}$$

$$TS = 4 \times \frac{6}{5} = 4,8 \text{ cm}$$

11. Les segments AD, BE et CF sont parallèles.

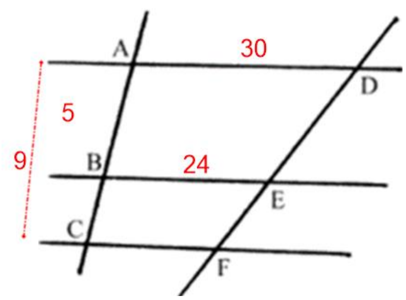
a) Calculer ED et BE sachant que AB =7; BC =5; FD =18; AD = 24.



$$ED = 18 \times \frac{7}{12} = 10,5$$

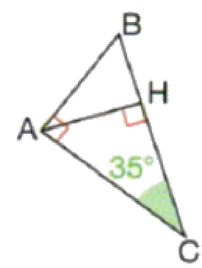
$$BE = 24 \times \frac{5}{12} = 10$$

b) Calculer CF sachant que AB = 5; AC = 9; AD = 30 et BE = 24.



$$CF = 24 \times \frac{5}{9} = 13,3$$

12. Le triangle ABC est rectangle en A. AH est la hauteur issue de A. Nomme les pairs de triangles semblables.



$\Delta ABC \cong \Delta HAC$

$\Delta ABC \cong \Delta HBA$

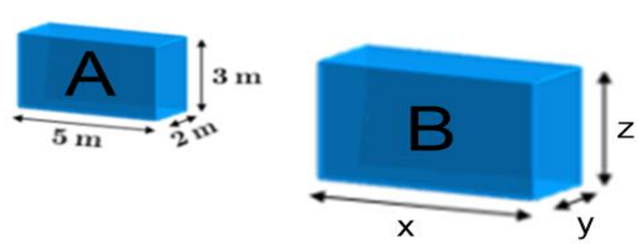
$\Delta HAC \cong \Delta HBA$

13. La figure A et la figure B sont semblables. Détermine les longueurs des côtés x, y et z si le rapport des similitudes est 2,5.

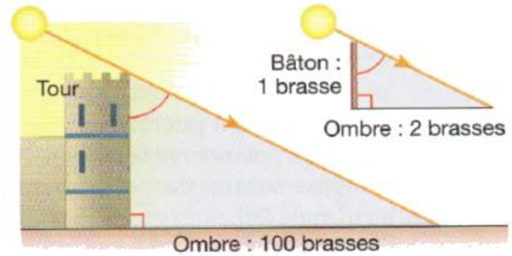
$x = 5 \times 2,5 = 12,5 \text{ m}$

$y = 2 \times 2,5 = 5 \text{ m}$

$z = 3 \times 2,5 = 7,5 \text{ m}$



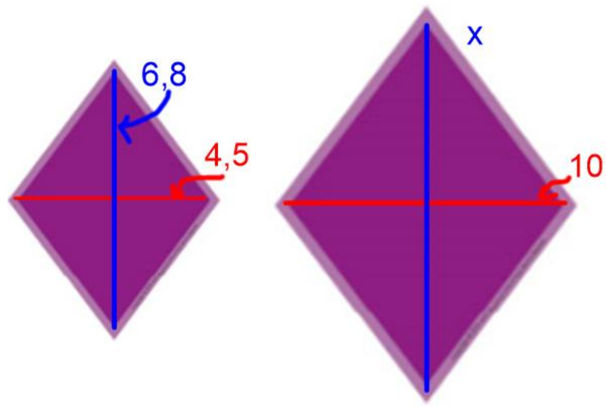
14. Au XVe siècle, Léonard de Vinci calculait la hauteur d'une tour en mesurant les ombres d'un bâton et de cette tour, à un même instant. Quelle est la hauteur de cette tour?



$$\frac{2}{100} = \frac{1}{hauteur}$$

$hauteur = 50$ brasses

15. Deux losanges sont semblables. Les diagonales du premier mesurent 4,5 cm et 6,8 cm. Quelle est la mesure de la grande diagonale du second losange si sa petite diagonale mesure 10 cm?

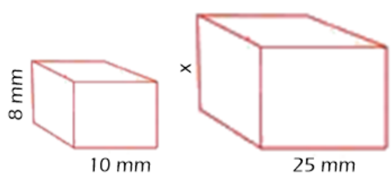


$$\frac{4,5}{10} = \frac{6,8}{x}$$

$x = 15,1$ cm

16. Sachant que les figures suivantes sont semblables, détermine la valeur de l'inconnue.

a)

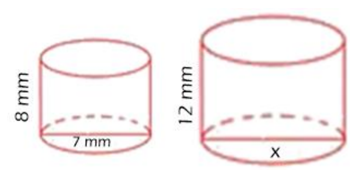


$$\frac{10}{25} = \frac{8}{x}$$

$10x = 200$

$x = 20$ mm

b)

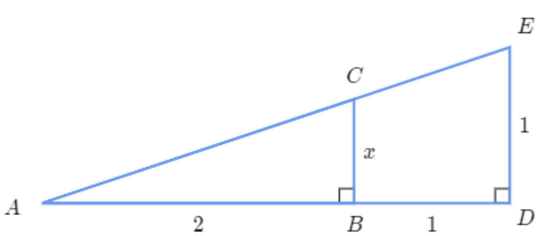


$$\frac{8}{12} = \frac{7}{x}$$

$8x = 84$

$x = 10,5$ mm

c)

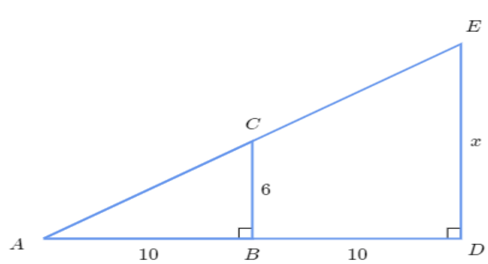


$$\frac{2}{3} = \frac{x}{1}$$

$3x = 2$

$x = 0,67$

d)

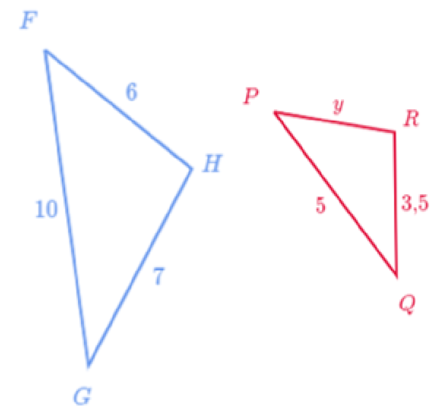


$$\frac{10}{20} = \frac{6}{x}$$

$10x = 120$

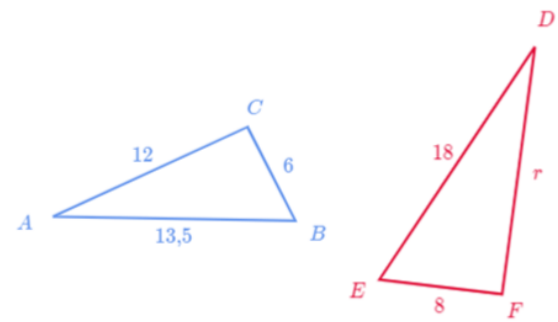
$x = 12$

e)



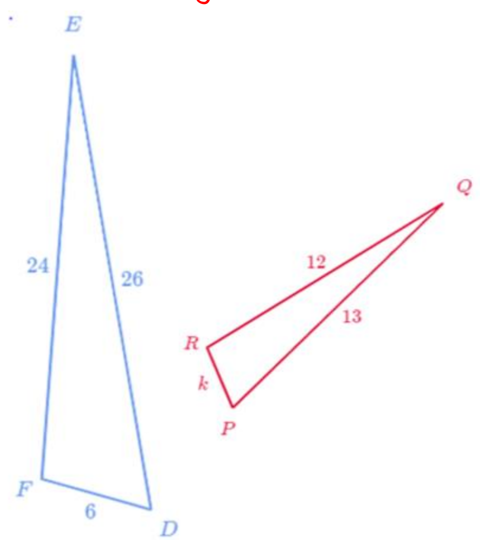
$$\frac{10}{5} = \frac{6}{y}$$
$$10y = 30$$
$$y = 3$$

f)



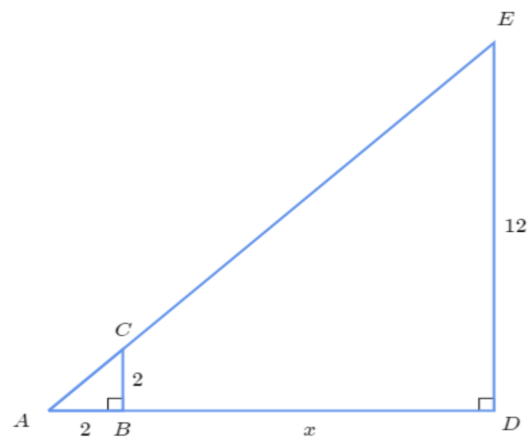
$$\frac{13,5}{18} = \frac{12}{r}$$
$$13,5r = 216$$
$$x = 16$$

g)



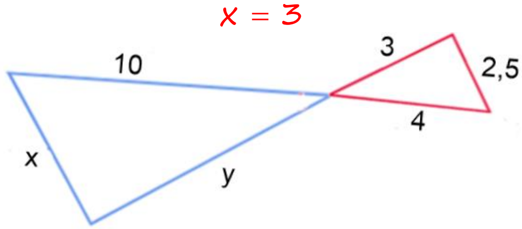
$$\frac{26}{13} = \frac{6}{k}$$
$$26k = 78$$
$$x = 3$$

h)



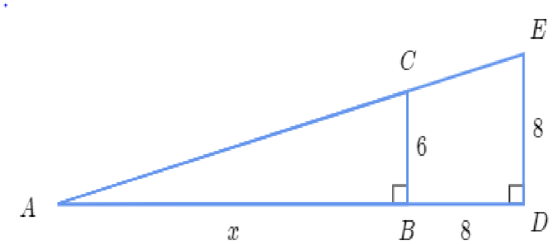
$$\frac{2}{12} = \frac{2}{2 + x}$$
$$4 + 2x = 24$$
$$2x = 20$$
$$x = 12$$

i)



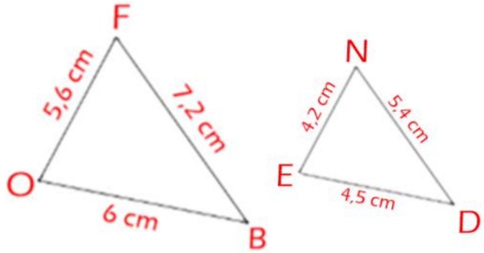
$$\frac{10}{4} = \frac{y}{3} \qquad \frac{10}{4} = \frac{x}{2,5}$$
$$4y = 30 \qquad 4x = 25$$
$$y = 7,5 \qquad x = 6,25$$

j)



$$\frac{6}{8} = \frac{x}{x + 8}$$
$$6x + 48 = 8x$$
$$-2x = -48$$
$$x = 24$$

17. BOF et DNE sont deux triangles tels que BO = 6 cm, OF = 5,6 cm, BF = 7,2 cm, EN = 4,2 cm, ND = 5,4 cm, DE = 4,5 cm. Les triangles BOF et END sont-ils semblables? Justifie ta réponse.



$$\frac{7,2}{5,4} = \frac{6}{4,5} = \frac{5,6}{4,2}$$

$$1,333 = 1,333 = 1,333$$

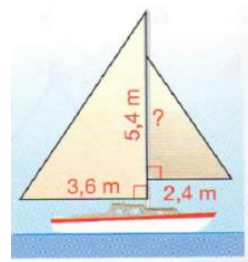
Il faudrait écrire $\Delta BOF \sim \Delta DNE$

18. Les deux voiles de ce bateau sont des triangles semblables. Calculer la hauteur de la petite voile.

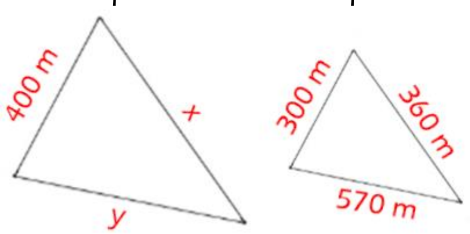
$$\frac{3,6}{2,4} = \frac{5,4}{x}$$

$$3,6x = 12,96$$

$$x = 3,6\ \text{m}$$



19. Dans un parc, deux circuits forment deux triangles semblables. Les dimensions des côtés du petit circuit sont 300 m, 360 m et 570 m. Le petit côté du grand circuit mesure 400 m. Quelle distance parcourt André quand il effectue deux tours du grand circuit?



$$\frac{400}{300} = \frac{x}{360}$$

$$300x = 144000$$

$$x = 480\ \text{m}$$

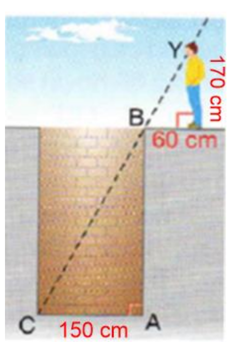
$$\frac{400}{300} = \frac{y}{570}$$

$$300y = 228000$$

$$y = 760\ \text{m}$$

Total pour deux tours, 3280 m.

20. Un puits cylindrique a un diamètre de 1,5 m. Maxime se place à 60 cm du bord du puits de sorte ses yeux (y) soient alignés avec les points B et C ci-contre. La taille de Maxime est 1,70 m. Quelle est la profondeur de ce puits?



$$\frac{150}{60} = \frac{x}{170}$$

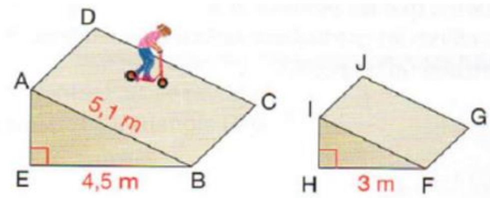
$$60x = 25500$$

$$x = 425\ \text{cm}$$

21. Juliette affirme : « les angles à gauche des toits ont même mesure. » Cette affirmation est-elle exacte? Explique.

$$\frac{3,9}{6,5} = \frac{7,2}{12}$$
$$0,6 = 0,6$$
oui

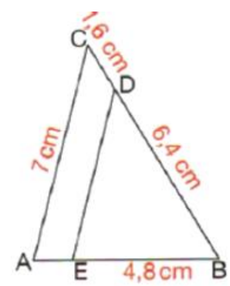
22. Les triangles ABE et IFH de ces deux rampes sont semblables. Calcule la hauteur de AE, IH et IF.



$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$(5,1)^2 = (4,5)^2 + b^2$$
$$26,01 - 20,25 = b^2$$
$$b^2 = 5,76$$
$$b = 2,4$$

$$\frac{4,5}{3} = \frac{2,4}{IH}$$
$$4,5IH = 7,2$$
$$IH = 1,6\,m$$

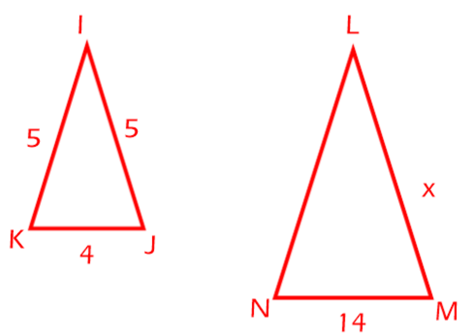
23. Les triangles ABC et EBD sont semblables. Calcule la longueur de ED et celle de AE.



$$\frac{6,4}{8} = \frac{4,8}{4,8 + AE}$$
$$30,72 + 6,4AE = 38,4$$
$$6,4AE = 7,68$$
$$AE = 1,2\,cm$$

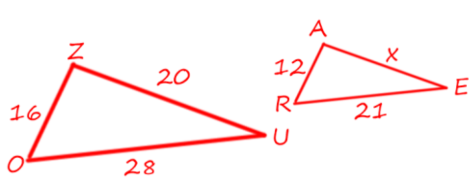
$$\frac{6,4}{8} = \frac{DE}{7}$$
$$8DE = 44,8$$
$$DE = 5,6\,cm$$

24. IJK est un triangle isocèle en I tel que IJ = 5 cm et JK = 4 cm. LMN est un triangle semblable à IJK avec J et M homologues, ainsi que K et N. On sait que MN = 14 cm. Quelle est la mesure de LM?



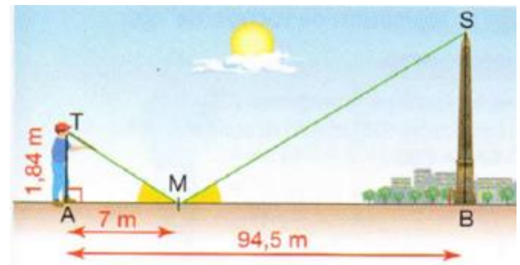
$$\frac{4}{14} = \frac{5}{LM}$$
$$4LM = 70$$
$$LM = 17,5$$

25. ZOU et ARE sont deux triangles semblables tels que ZO = 16 cm, ZU = 20 cm, OU = 28 cm, AR = 12 cm, RE = 21 cm. Quelle est la longueur du troisième côté RE du triangle ARE?



$$\frac{28}{21} = \frac{20}{x}$$
$$28x = 420$$
$$x = 15\,cm$$

26. Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la place de la Concord à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet S de l'obélisque. Calculer la hauteur de l'obélisque.



$$\frac{7}{87,5} = \frac{1,84}{SB}$$

$$7SB = 161$$

$$SB = 23 \text{ m}$$