Mathématiques 30231BC

Bloc 1

Traitement des données et probabilités

6 – Recueillir et traiter des données statistiques pour faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

6.1 Résoudre des problèmes en utilisant des probabilités.

- Probabilités
  - Retour sur les notions de bases
    - Notion de probabilité (expérimentale et théorique)
    - Probabilité d'un résultat
    - Probabilité d'un événement

La probabilité d'une expérience aléatoire est une valeur qui indique la possibilité qu'un événement se produise.

La valeur d'une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1 inclusivement. Cette valeur peut s'exprimer par un pourcentage, une fraction ou un nombre décimal.

La **probabilité expérimentale** d'un évènement est la probabilité obtenue à la suite d'une expérimentation. Cette probabilité est souvent utilisée lorsque la probabilité théorique est difficile, voire impossible à calculer. Afin de la déterminer, il est nécessaire de répéter la même expérience un grand nombre de fois. Lorsque l'expérience aléatoire est effectuée un grand nombre de fois. Lorsque l'expérience aléatoire est effectuée un grand nombre de fois, la probabilité fréquentielle devient une bonne estimation de la probabilité théorique d'un événement.

$$\text{probabilité expérimentale} = \frac{\text{nombre de fois que le résultat attendu s'est réalisé}}{\text{nombre de fois que l'expérience s'est répétée}}$$

Exemple : *On laisse tomber un verre de plastique par terre. Quelle est la probabilité qu'il s'immobilise sur sa base ouverte?*

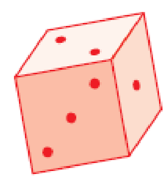
Il est impossible de prédire la probabilité théorique de chaque résultat possible. Ainsi, pour calculer la probabilité fréquentielle du résultat désiré, il faudra répéter de nombreuses fois l'expérience. Ainsi, on pourra déterminer le nombre de fois que le verre tombe sur sa base ouverte par rapport au nombre de répétitions de l'expérience. (Même si un des résultats n'est pas observé lors de l'expérience aléatoire, on ne peut pas conclure que ce résultat est impossible.

http://www.alloprof.qc.ca/BV/pages/m1337.aspx

La **probabilité théorique** d'un évènement est déterminée uniquement à l'aide d'un raisonnement mathématique.

$$\text{probabilité théorique} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résulats possibles}}$$

Exemple : La probabilité d'avoir un 6 lors du lancer d'un dé à six faces est de 1 chance sur 6. $\left(P(6) = \frac{1}{6}\right)$ puisqu'il y a un résultat favorable (avoir un 6) sur six résultats possibles (les six faces du dé).



Exemple : Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair lors du lancer d'un dé à six faces?

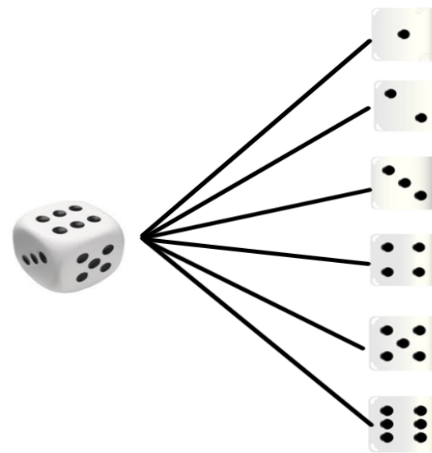
$$P(\text{pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exemple : Quelle est la probabilité de piger un as dans un paquet de 52 cartes à jouer.

$$P(\text{as}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Arbre de probabilité : c'est une représentation des résultats possibles.

Exemple : lorsqu'on lance un dé, l'arbre de probabilité est

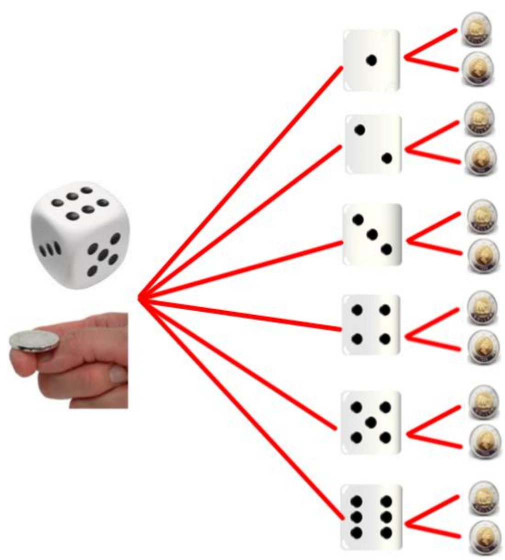


L'espace échantillonnal est l'ensemble de tous les résultats possibles.

Exemple : lorsqu'on lance un dé, les résultats possibles sont $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Exemple : On lance un dé et une pièce de monnaie en même temps.

a) Trace l'arbre de probabilité des résultats.



b) Détermine l'espace échantillonal.

$\{1P, 1F, 2P, 2F, 3P, 3F, 4P, 4F, 5P, 5F, 6P, 6F\}$

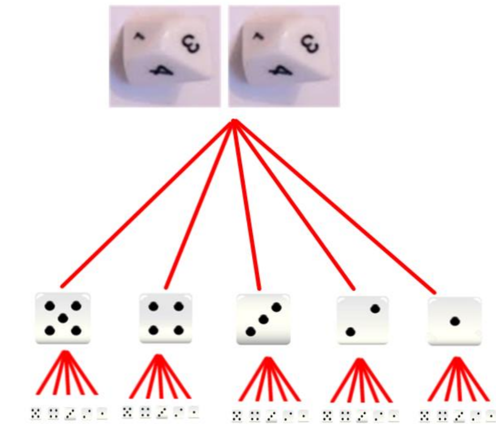
c) Quelle est la probabilité d'avoir un nombre plus petit que 4 et pile?

$P(< 4 \text{ et pile}) = \dfrac{3}{12}$

Exercice :

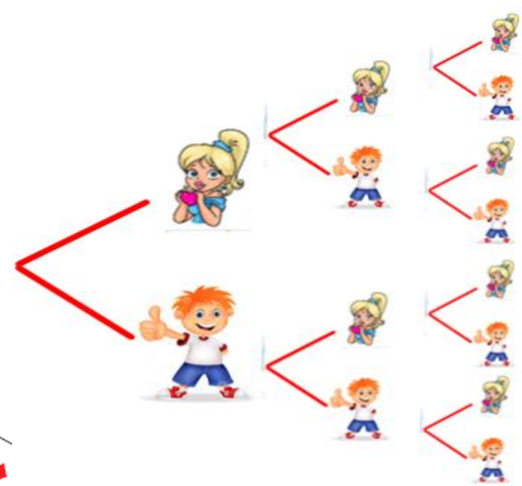
1. Dessine le diagramme de l'espace échantillonnal des cas suivants :

   a) du lancer de deux dés à cinq faces numérotées de 1 à 5.



$\{11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 55\}$

   b) du sexe de trois enfants.



$\{FFF, FFG, FGF, FGG, GFF, GFG, GGF, GGG\}$

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un trois ou un cinq si on lance un dé à six faces une seule fois?

$P(3 \text{ ou } 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3. Quelle est la possibilité de tirer un as ou une reine de cœur dans un paquet de 52 cartes?

$P(\text{As ou Kcoeur}) = \frac{5}{52}$

4. Quelle est la probabilité de tirer un cinq avec un dé et d'obtenir le côté face d'une pièce de monnaie?

$P(5 \text{ et } F) = \frac{1}{12}$

5. Quelle est la probabilité que deux enfants d'une famille soient des filles?

$P(FF) = \frac{1}{4}$

6. Quelle est la probabilité d'obtenir un deux ou un trois si on lance un dé à six faces une seule fois?

$$P(2 \text{ ou } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

7. On tire une carte d'un paquet de 52 cartes. Quelle est la probabilité que la carte soit un as rouge?

$$P(\text{as rouge}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

8. Tu choisis une carte dans un paquet de 52. Quelle est la probabilité d'obtenir une reine ou un trèfle?

$$P(\text{reine ou trèfle}) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

9. Si on lance trois pièces de monnaie, quelle est la probabilité que chacune tombe sur le côté face?

$$P(FFF) = \frac{1}{8}$$

10. Quatre autobus quittent Winnipeg pour arriver à Toronto au même moment. Si Marie a pris l'autobus no 803, quelle est la probabilité que Tom ait pris le même autobus?

$$P(\text{même autobus}) = \frac{1}{4}$$

11. Si une seule carte est choisie dans un paquet de 52, quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou une carte rouge?

$$P(\text{Roi ou rouge}) = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

12. Les nombres un à treize sont écrits sur treize feuilles de papier différentes. On choisit une de ces feuilles au hasard. Quelle est la probabilité que le nombre soit pair?

$$P(\text{pair}) = \frac{6}{13}$$

13. On choisit une balle au hasard dans une boite qui contient six balles rouges, quatre balles blanches et trois balles bleues. Quelle est la probabilité que la balle choisie soit rouge?

$$P(\text{rouge}) = \frac{6}{13}$$