Mathématiques 30231BC

Bloc 1

Régularités et algèbre

3 – Exploiter des relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Analyser diverses caractéristiques de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Modes de représentation
  - Situation
  - Table des valeurs
  - Graphique
  - Équation

Une relation est présente lorsqu'un lien existe entre deux variables. Généralement, on y retrouvera une variable indépendante qui influence une variable dépendante.

Une relation peut être définie comme étant une fonction si, pour chaque valeur de la variable indépendante, il n'y a qu'**une et une seule valeur** de la variable dépendante. Si ce n'est pas le cas, la relation ne peut pas être qualifiée de fonction.

Situation : Une description verbale décrit de manière générale une fonction. Elle doit idéalement contenir trois éléments:

- l'identification des variables;
- l'état initial de la situation;
- la description du comportement des variables l'une par rapport à l'autre.

On retrouve souvent des mots ou des expressions tels que: en fonction de, dépend de, selon, etc. dans une description verbale.

Exemple : Julien fait appel à un plombier pour l'aider à effectuer des travaux chez lui. Le tarif demandé est en fonction du nombre d'heures travaillées : le plombier demande 35$ pour ses frais de déplacement et 50$ pour chaque heure travaillée.

La table de valeurs : une table de valeurs est un tableau qui comporte des couples de valeurs.

- Ces couples permettent de décrire numériquement une relation.
- Une table de valeurs peut être représentée horizontalement ou verticalement.
- La variable indépendante se trouve à la première rangée ou colonne de la table de valeurs et la variable dépendante se trouve dans la rangée ou colonne suivante.

Exemple : le coût d'un plombier en fonction du temps peut se représenter numériquement :

Temps (heure)	0	1	2	3	4	5	…
Tarif ($)	35	85	135	185	235	285	…

Cette relation peut être qualifiée de fonction puisqu'il n'y a qu'une seule valeur de la variable dépendante (le tarif) pour chaque valeur de la variable indépendante (le temps).

Un graphique permet d'obtenir une représentation graphique des résultats obtenus. Un graphique doit être identifié par un titre qui doit être significatif. Chaque axe du graphique doit être correctement identifié par un titre accompagné de la variable, des unités de mesure entre parenthèses (s'il y a lieu)

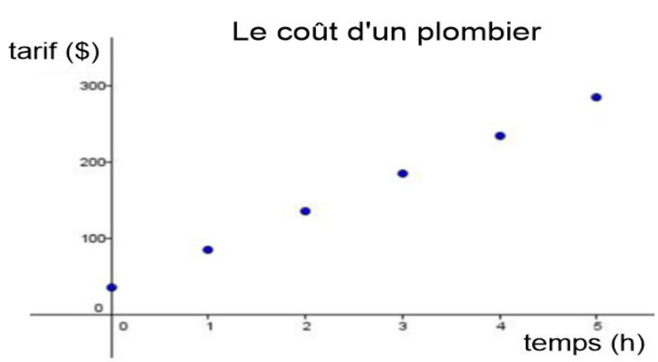
Le plan cartésien permet de représenter graphiquement le comportement d'une variable par rapport à une autre.

La variable indépendante est associée à l'axe des abscisses (l'axe des x)

La variable dépendante est associée à l'axe des ordonnées (l'axe des y)

Le graphique peut comporter un nuage de points, une droite, une courbe ou un ensemble de courbe selon le type de relation qui y est représentée.

Exemple : Le coût d'un plombier en fonction du temps peut se représenter graphiquement ainsi :



Équation : l'équation ou la règle implique une égalité qui traduit une relation de régularité entre des variables.

Généralement : la variable indépendante est notée x; la variable dépendante est notée y, lorsqu'il s'agit d'une fonction, il est possible de la nommer f(x).

Les lettres pour nommer les variables peuvent changer.

Exemple 1: le coût d'un plombier en fonction du temps peut être désigné ainsi :

- *Le tarif en $ est y ou f(x)*
- *Le temps en heure est x*

L'équation : $f(x) = 5x + 35$

Exemple 2: À la boutique Ti-loue, la location d'une bicyclette coûte 2 $ l'heure, plus un coût initial de 10 $.

Cette relation peut être représentée de trois façons différentes.

1. *Par une table de valeurs.*

Nombre d'heures	0	1	2	3	4	5
Coût ($)	10	12	14	16	18	20

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

valeur initiale

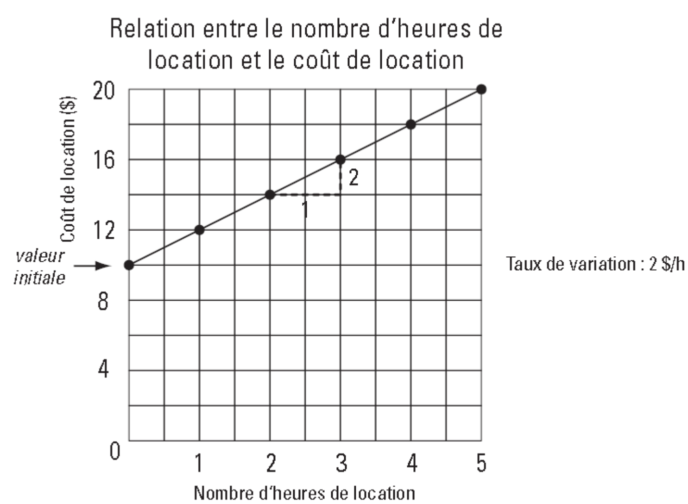
Taux de variation : 2 $/h

2. *Par une équation*

   Si C représente le coût en $, et h, le nombre d'heures, en heure.

   $$C = 10 + 2h$$

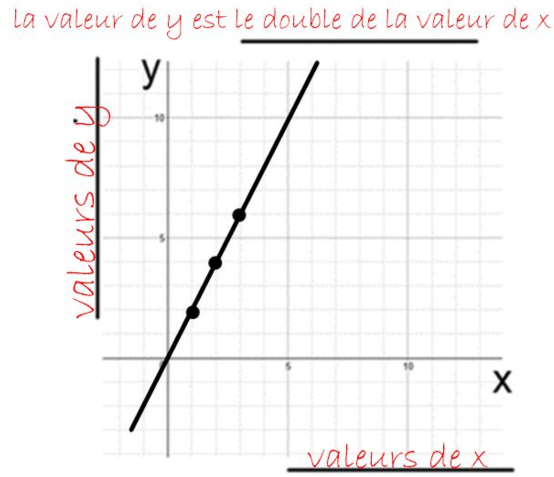
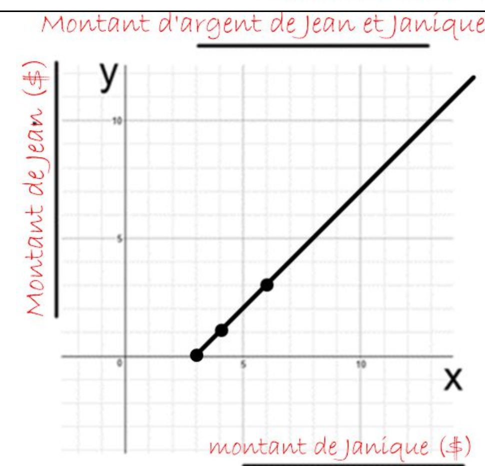
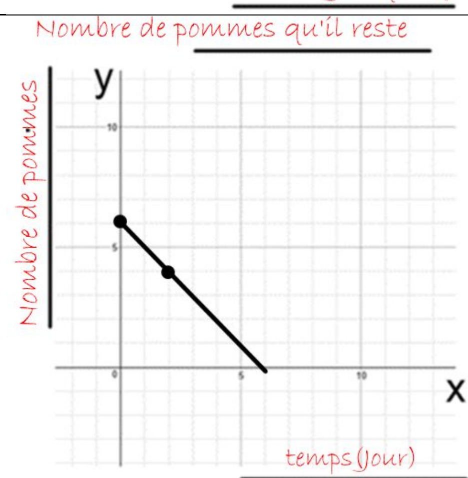
3. *Par un graphique.*



Mathématiques 30231BC

Exercice : p.3 feuillet

Représente chaque relation dans les trois façons qui manquent (situation, table des valeurs, graphique ou équation)

<table>
<tr><th></th><th>Situation</th><th>Table de valeurs</th><th>Graphique</th><th>Équation</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>La valeur de y est le double de la valeur de x.</td><td>x | y
1 | 2
2 | 4
3 | 6</td><td>
</td><td>$y = 2x$</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Jean a 3$ de moins que Janique.</td><td>x | y
3 | 0
4 | 1
6 | 3</td><td>
</td><td>$y = x - 3$</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>J'ai 6 pommes et j'en mange une par jour.</td><td>x | y
0 | 6
2 | 4</td><td>
</td><td>$y = 6 - x$</td></tr>
</table>

- Propriétés d'une fonction affine
  - Domaine et image
  - Image d'une valeur du domaine et valeur du domaine associé à une image
  - Zéro
  - Variation (croissance et décroissance)

Le **domaine** d'une fonction f correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, généralement x.

Le domaine d'une fonction peut être donné de différentes façons: ensembles de nombres, intervalles, accolades.

L'**image** d'une fonction f, aussi appelée le **codomaine**, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement y.

Pour déterminer les valeurs correspondantes à des valeurs du domaine ou de l'image, il suffit de remplacer la variable par le nombre donné.

Exemple : Soit : $y = 2x + 1$

a) *Quelle valeur de y correspond à $x = 4$?*

$y = 2(4) + 1 = 9$

b) *Quelle valeur de x correspond à $y = 13$?*

$13 = 2x + 1$

$12 = 2x$

$x = 6$

L'abscisse à l'origine d'une fonction est la coordonnée du point qui se trouve directement sur l'axe des x, donc c'est la valeur de x quand y = 0. C'est le **zéro de la fonction**.

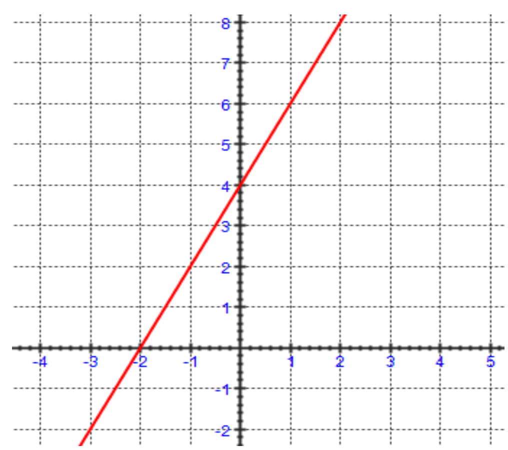
L'ordonnée à l'origine d'une fonction est la coordonnée du point qui se trouve directement sur l'axe des y, donc c'est la valeur de y lorsque x = 0. C'est la **valeur initiale de la fonction.**

Une fonction ne peut posséder qu'une seule ordonnée à l'origine, il peut parfois ne pas y en avoir, mais il ne peut jamais y en avoir plusieurs. Une fonction peut posséder aucune, une seule pour plusieurs abscisses à l'origine.

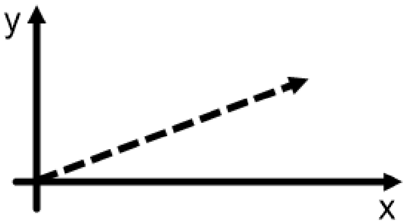
Exemple : Détermine le zéro et la valeur initiale de la fonction.

zéro est -2

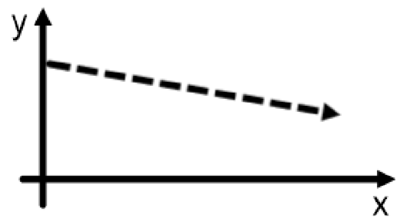
valeur intiale est 4



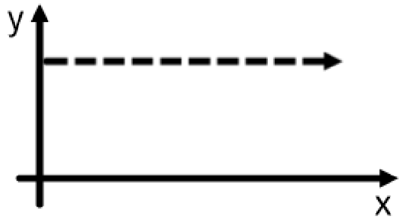
La variation d'une fonction se lit de gauche à droite. Si la valeur de y augmente lorsque la valeur de x augmente, la fonction est dite croissante. Si la valeur de y diminue lorsque la valeur de x augmente, la fonction est dite décroissante.



On voit que y augmente lorsque x augmente. (ou la droite monte de gauche à droite)

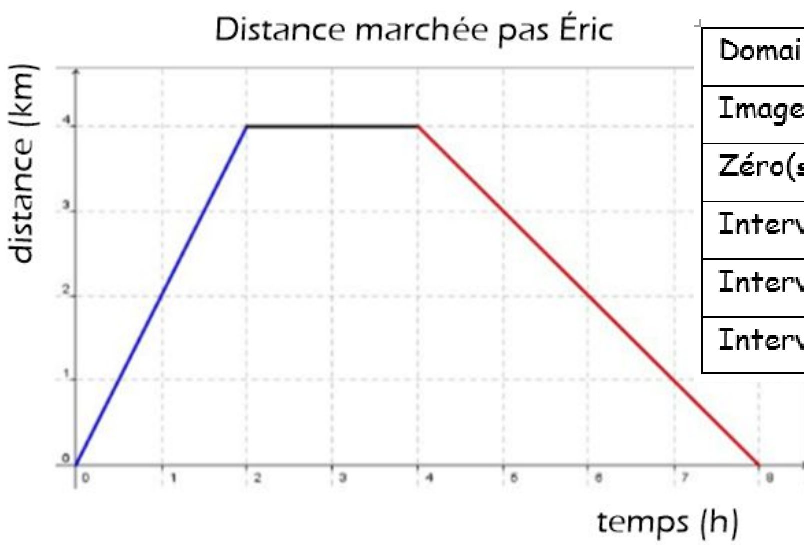


On voit que y diminue lorsque x augmente. (ou la droite descend de gauche à droite)



On voit que y reste constant lorsque x augmente. (ou la droite ne monte pas ni ne descend pas)

Exemple : soit le graphique suivant : détermine :



Domaine	[0, 8]
Image	[0, 4]
Zéro(s)	0 et 8
Intervalle de croissance	[0, 4]
Intervalle de décroissance	[2, 8]
Intervalle de constante	[2, 4]

Exercice : p. 6 feuillet

1. Dire si la fonction est croissante, décroissante ou constante.

a)

x	y
0	1
2	7
3	10
7	22
10	31

b) y = 4x - 2

c) y = -7 - x

d) y = -7

croissante — Croissante — Décroissante — constante

3.2 Modéliser des situations à l'aide de fonctions affines et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Variation directe et partielle

Fonction affine

La fonction affine est une fonction dont le taux de variation est constant.

Comment reconnaître une fonction affine à partir d'une table de valeurs ?

+5 +7

x	-2	3	10
y	1	-9	-23

-10 -14

$$\frac{-10}{+5} = \frac{-14}{+7}$$
$$-70 = -70$$

Selon la définition, le taux de variation doit être constant s'il s'agit d'une fonction affine. Pour le vérifier, on doit choisir deux paires de couples de la table de valeurs pour lesquels il faut calculer les taux de variation et les comparer.

La règle d'une fonction affine.

La règle générale d'une fonction affine est **y = ax + b,** où **a** est le **taux de variation** et **b** est **l'ordonnée à l'origine** (l'ordonné du point où le graphique coupe l'axe des y).

Comment trouver la règle d'une fonction affine ?

On continue avec la table de valeurs. Le taux de variation est défini par la variation de la variable dépendante divisé par la variation de la variable indépendante.

+5 +7

x	-2	3	10
y	1	-9	-23

-10 -14

$$a = \frac{-10}{5} = \frac{-14}{7} = \frac{-2}{1}$$

On a déjà trouvé le taux de variation de cette fonction, donc la règle devient : **y = -2x + b**

Ce qui reste à trouver est l'ordonnée à l'origine **b**.

Pour le faire, on choisit un couple de la table de valeurs, disons, (-2, 1), et on remplace ses coordonnées dans la règle de base. **x = -2, y = 1**, donc, on obtient :

$$y = ax + b$$
$$1 = -2 \times -2 + b$$
$$1 = 4 + b$$
$$1 - 4 = b$$
$$b = -3$$

Il ne nous reste que de simplifier l'équation et d'isoler le b; alors **y = -2x - 3**

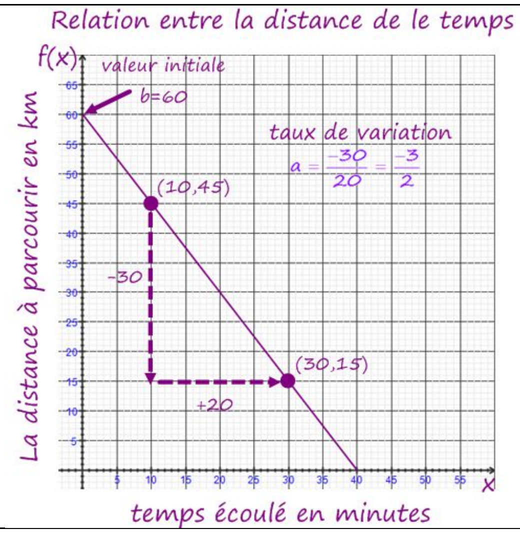
Exemple : Frank doit se rendre chez son ami Darcy. Il lui reste 60 km à parcourir et il roule à 90 km/h. Si x représente le temps en minutes et f(x) la distance à parcourir, en km, voici les trois modes de représentations :

<table>
<tr><th>La table des valeurs</th><th>Le graphique</th><th>La règle</th></tr>
<tr>
<td>

	$\xrightarrow{+6}$	$\xrightarrow{+4}$	$\xrightarrow{+8}$	$\xrightarrow{+2}$
x	10	16	20	28	30
F(x)	45	36	30	18	15
	$\xrightarrow{-9}$	$\xrightarrow{-6}$	$\xrightarrow{-12}$	$\xrightarrow{-3}$

$a = \frac{-9}{6} = \frac{-6}{4} = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2}$

</td>
<td>

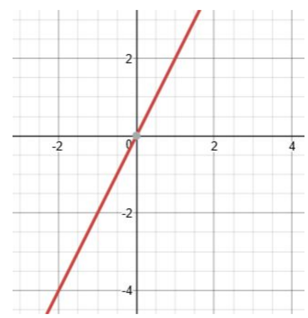


</td>
<td>

$y = \frac{-3}{2}x + 60$

</td>
</tr>
</table>

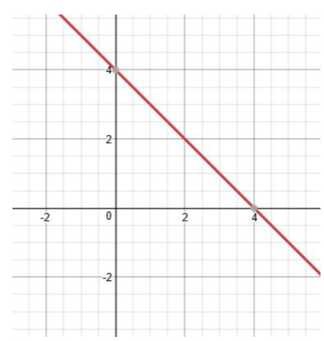
Une **fonction directe** est une fonction définie dans l'ensemble des nombres réels par une relation de la forme
$y = ax$ où a est un nombre réel non nul.



Le graphique d'une fonction de variation directe passe toujours par l'origine (0, 0) du plan cartésien.

Alors, la constante de proportionnalité est $a = \frac{y}{x}$

Une **fonction partielle** est une fonction définie dans l'ensemble des nombres réels par une relation de la forme
$y = ax + b$ où a et b sont des nombres réels non nuls.



Le graphique d'une fonction de variation partielle ne passe pas par l'origine (0,0) du plan cartésien puisque $b \neq 0$.

Exemple : La longueur d'un serpent de 35 mm à sa naissance et, par la suite, elle augmente de 5 mm/semaine.

Identifier les variables, le temps est la variable indépendante et la longueur est la variable dépendante.

x : le nombre de semaines

y : la longueur en mm

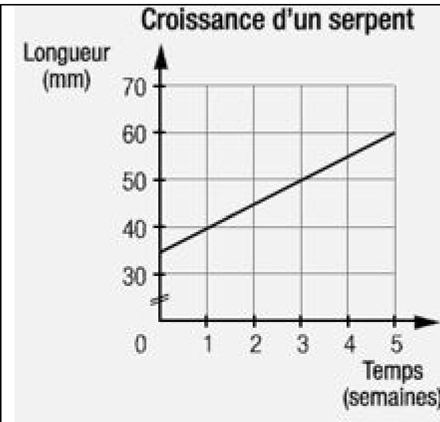
Tableau de valeurs

Croissance d'un serpent

Temps (semaines)	Longueur (mm)
0	35
1	40
2	45
3	50
4	55
5	60

Graphique

Titres, graduer les axes, placer les coordonnées, décider si on joint les coordonnées.



L'équation : variation partielle car elle ne passe pas par l'origine.

Taux de variation : 5 mm/semaine et la valeur initiale est de 35 mm

$$y = 5x + 35$$

Exemple : Détermine la variable dépendante, la variable indépendante, le type de fonction (directe ou partielle), croissante ou décroissante, construis une table de valeur, représente graphiquement, donne la valeur initiale, le taux de variation, l'équation de la relation, peut-on relier les points dans la représentation graphique? Pourquoi ?

Une carte de membre de la piscine coûte 10$ et chaque visite en coûte 4$.

Variable dépendante : coût

Variable indépendante : nombre de visites

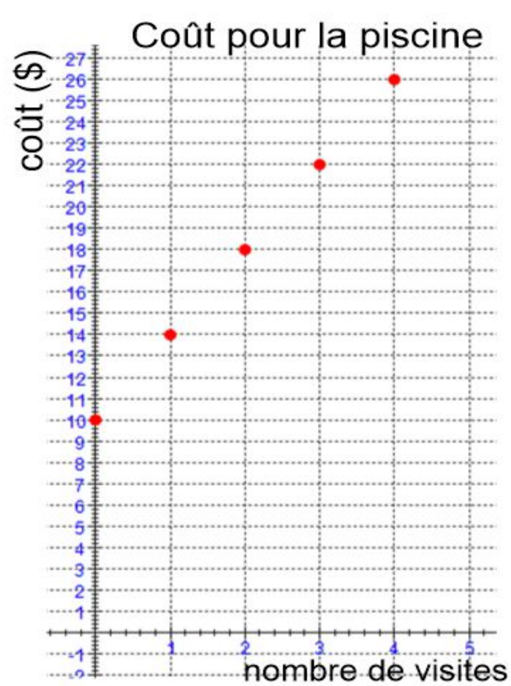
Croissante

x	y
0	10
1	14
2	18
3	22

Valeur initiale 10,

$$y = 4x + 10$$

on ne peut pas joindre les points car elle ne peut pas faire de demi visite exemple.



Exercice : feuillet p. 10

1. Identifie la variable dépendante et la variable indépendante

a) La côté d'un triangle et son périmètre.

Variable dépendante : périmètre

Variable indépendante : longueur du côté

b) Marilou fait du vélo stationnaire chaque matin. Elle dépense 20 calories toutes les 15 minutes.

Variable dépendante : nombre de calories

Variable indépendante : temps de vélo stationnaire

c) Tom veut louer une motoneige pour la semaine de relâche. Il paiera 100$ pour la location de la motoneige et 30$ pour chaque journée.

Variable dépendante : coût de location

Variable indépendante : nombre de jours

d) Myriam organise une sortie au Palais Cristal pour les 480 élèves du C.S.C. Lafontaine. Le coût du transport est divisé selon le nombre de participants.

Variable dépendante : coût du transport

Variable indépendante : nombre de participants

e) Une boutique de vêtements pour enfants fait un profit de 20$ sur chaque habit de neige vendu.

Variable dépendante : profit

Variable indépendante : nombre d'habit de neige

f) Ta cuisinière est défectueuse. Tu fais appel à un technicien en électroménagers qui exige 40$ de déplacement et 55$ l'heure pour la réparation.

Variable dépendante : coût de réparation

Variable indépendante : nombre d'heures

2. Détermine la variable dépendante, la variable indépendante, le type de fonction (directe ou partielle), croissante ou décroissante, construis une table de valeur, représente graphiquement, donne la valeur initiale, le taux de variation, l'équation de la relation, peut-on relier les points dans la représentation graphique? Pourquoi ?

a) Anise fait de la marche rapide tous les jours. Elle dépense 3 calories à la minute.

x : Variable indépendante : temps en minutes

y : Variable dépendante : nombre de calories

Variation directe

Croissante

Valeur initiale : 0 calories

Taux de variation 3 calories/min

$y = 3x$

On peut relier les points car le temps peut être en décimal

x	y
1	3
2	6
3	9

b) Pour entrer sur le site d'un parc d'attraction, on doit payer 15,50$. Ensuite, chaque tour de manège coûte 2$. Pour établir la relation entre le nombre de tours de manège effectués et ce que coûte une journée au parc d'attraction.

x : Variable indépendante : nombre de tours de manèges

y : Variable dépendante : coût

Variation partielle

Croissante

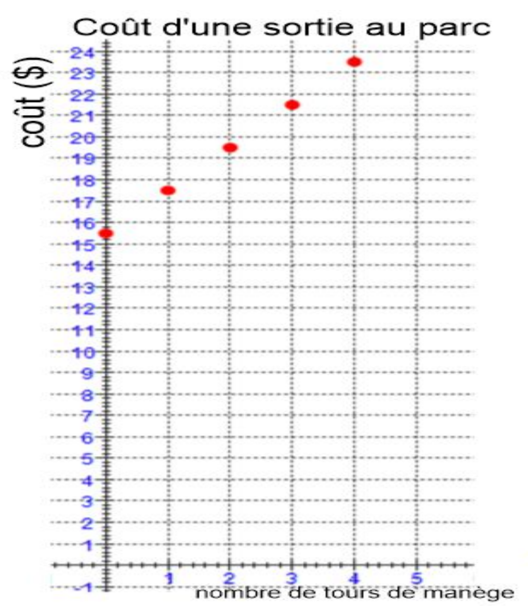
Valeur initiale : 15,50$

Taux de variation 2$/tour de manège

$y = 2x + 15,50$

On ne peut relier les points car le nombre de tours de manège doit être entier.

x	y
1	17,5
2	19,5
3	21,5



c) Raphael vend des autos chez un concessionnaire d'automobiles. Son salaire de base hebdomadaire s'élève à 225$ et sa commission, à 120$ la voiture vendue. Pour établir la relation entre le nombre de voitures vendues et le salaire de Raphael.

x : Variable indépendante : nombre de voitures

y : Variable dépendante : salaire de Raphael

Variation partielle

Croissante

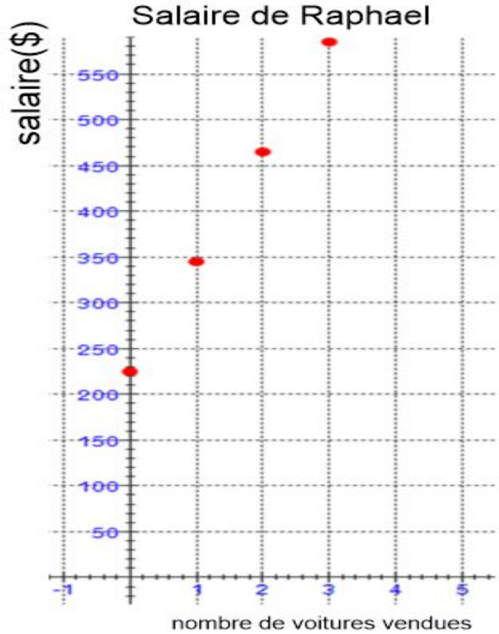
Valeur initiale : 225$

Taux de variation 120$/voiture vendue

$y = 120x + 225$

x	y
0	225
1	345
2	465

On ne peut relier les points car le nombre de voitures doit être entier.



d) Un spa qui contient 5000 litres d'eau doit être vidé pour le remisage hivernal. La pompe retire 500 litres d'eau en une heure. Pour établir la relation entre le temps écoulé et la quantité d'eau restant dans le spa.

x : Variable indépendante : nombre d'heures

y : Variable dépendante : quantité d'eau restante

Variation partielle

Décroissante

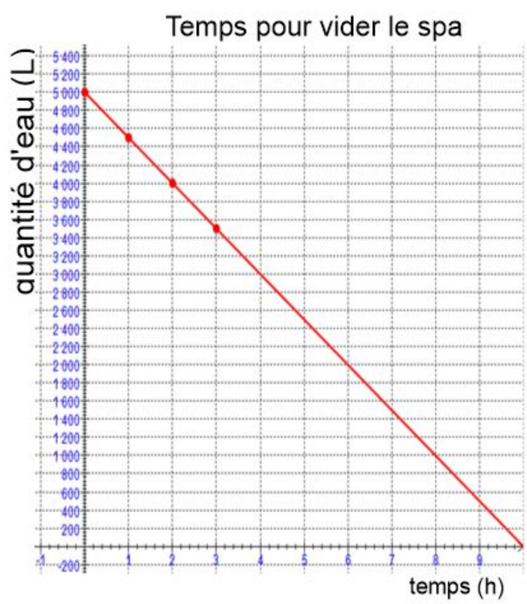
Valeur initiale : 5000 L

Taux de variation −500 L/h

$y = -500x + 5000$

x	y
0	5000
1	4500
2	4000

On peut relier les points car le nombre de litres peut être en décimal.



e) À la boutique « Ça roule comme sur des roulettes », le coût de location de patins à roues alignées est de 2$ l'heure, plus un coût initial de 4$. On veut étudier la relation entre le coût de location de patins à roues alignées et le nombre d'heures de location.

x : Variable indépendante : nombre d'heures

y : Variable dépendante : Coût de location

Variation partielle

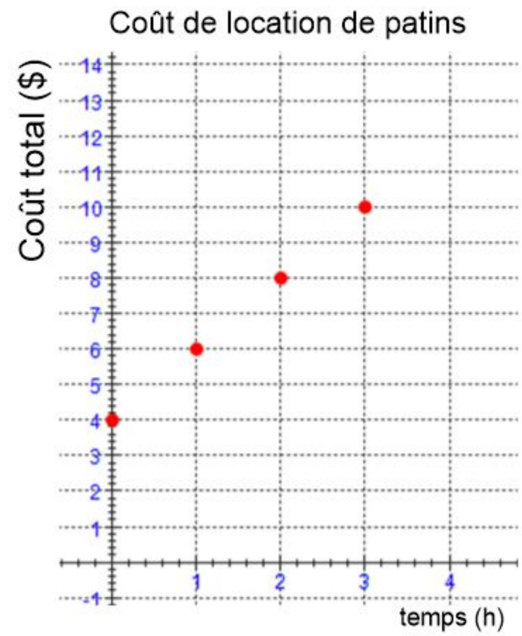
Croissante

Valeur initiale : 4$

Taux de variation 2$/h

$y = 2x + 4$

x	y
0	4
1	6
2	8



On ne peut relier les points car on doit louer à l'heure.

f) Au restaurant Mamamia, le coût d'une pizza moyenne (sauce tomate et fromage) est de 7 $. Chaque garniture additionnelle coûte 2 $. On veut étudier la relation entre le coût de la pizza et le nombre de garnitures.

x : Variable indépendante : nombre de garnitures

y : Variable dépendante : Coût de la pizza

Variation partielle

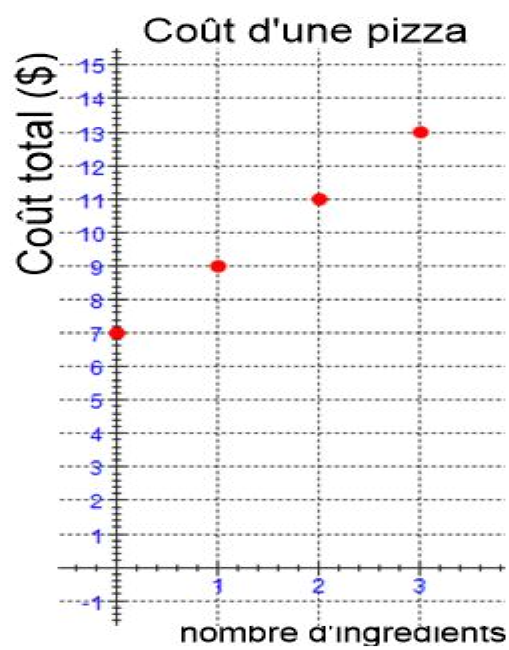
Croissante

Valeur initiale : 7$

Taux de variation 2$/h

$y = 2x + 7$

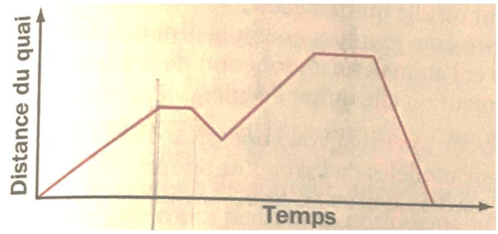
x	y
0	7
1	9
2	11



On ne peut relier les points car le nombre d'ingrédients ne peut pas être un décimal.

***Omn 10 p. 229 #1à 5, p. 238 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 16, 17, 19, 20

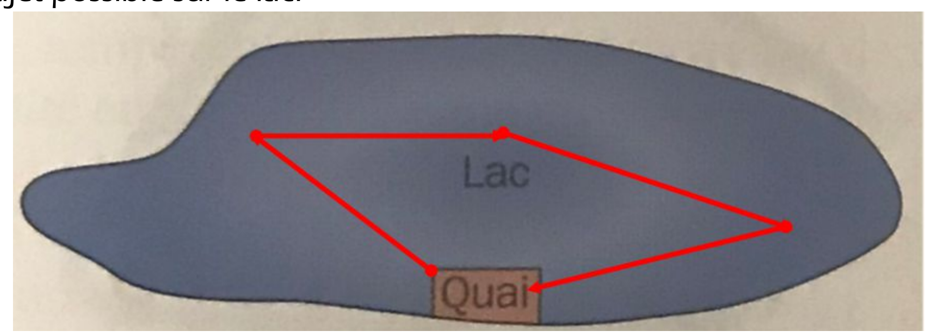
1. Ski nautique : Voici un diagramme de la distance entre une skieuse ou un skieur et un quai en fonction du temps.



   a) Décris les déplacements de la skieuse ou du skieur.

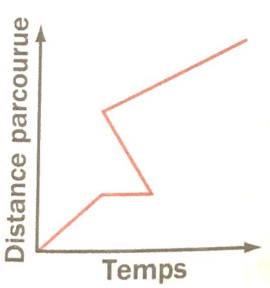
   Elle laisse du quai, fait du ski, tombe à l'eau, reviens un peu vers le quai, tourne et s'éloigne, tombe à l'eau et revient vers le quai.

   b) Dessine le trajet possible sur le lac.



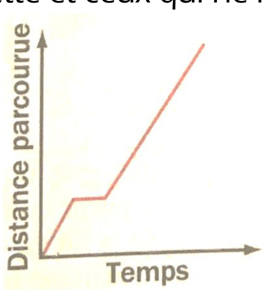
2. Randonnées cyclistes : observe les diagrammes suivants et indique celui qui peut représenter une randonnée à bicyclette et ceux qui ne le peuvent pas. Justifie ton choix.

a)



Non, le temps ne peux pas reculer.

b)

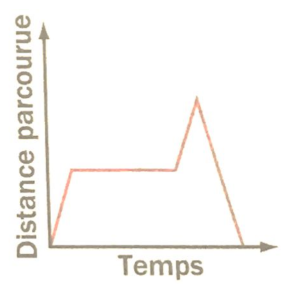


Oui, il fait de la bicyclette, s'arrête et ensuite reprend sa randonnée.

c)

Oui, il débute à grande vitesse, continue mais va moins vite, s'arrête, reprend avec un plus grande vitesse.

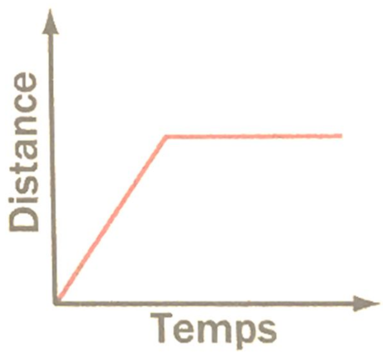
d)



Non, la distance parcourue ne peut pas diminuer.

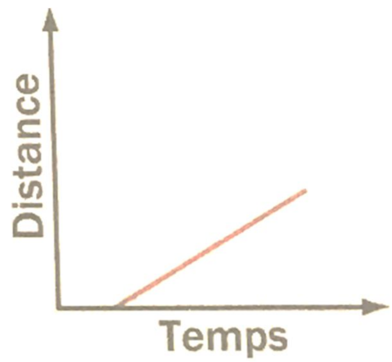
3. Visualisation : Ces diagrammes représentent la distance entre la maison et l'école en fonction du temps. Imagine et décris une situation qui correspond à chaque diagramme.

a)



Se rend à l'école, s'arrête pour la journée.

b)

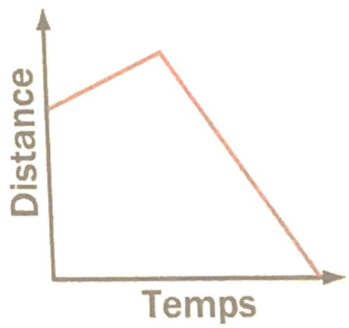


Ne laisse pas tout de suite et ensuite se rend lentement à l'école.

c)

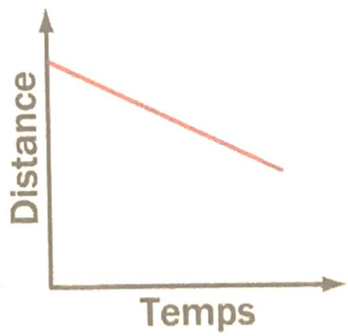
Se rend lentement à l'école mais un ours se met à le courser.

d)



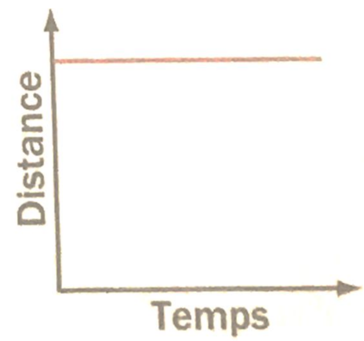
Laisse de chez un ami, se rend à l'école et reviens à la maison.

e)



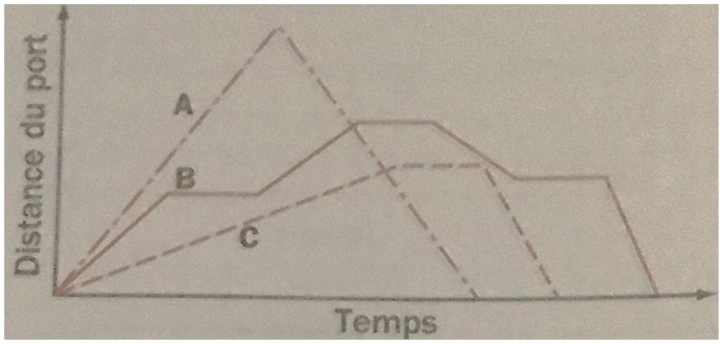
Part de l'école et se rapproche de maison sans se rendre à la maison.

f)



Reste à l'école.

4. Observation de baleines : Ce diagramme montre la distance en fonction du temps entre le port et trois bateaux destinés à l'observation des baleines. Les bateaux s'immobilisent lorsque des baleines. Les bateaux s'immobilisent lorsque des baleines sont en vue.



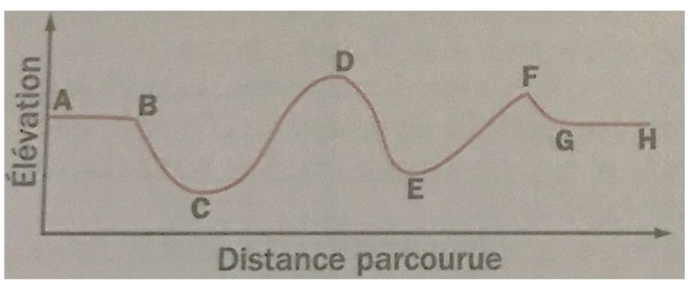
a) Décris l'excursion de chaque bateau.

A	Laisse du port, se rend loin mais revient sans avoir vu de baleines.
B	Laisse du port, aperçoit des baleines, continue, aperçoit des baleines, se rapproche, revoit des baleines et revient au port.
C	Laisse du port lentement et aperçoit des baleines et revient au port.

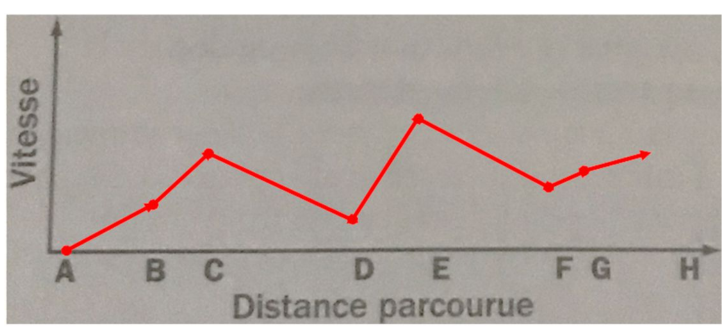
b) Quel bateau a été immobile le plus longtemps? Le bateau B

c) De quel bateau n'a-t-on pas aperçu de baleines? Le bateau A

5. Ski de fond : Ce diagramme représente l'élévation d'une piste de ski de fond.



Représente graphiquement la vitesse possible d'une skieuse ou d'un skieur en fonction de la distance parcourue sur la piste.

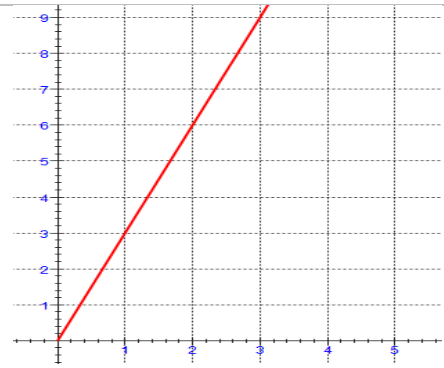


***p. 238 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 16, 17, 19, 20

Suppose que y varie directement en fonction de x. Recopie puis remplis chaque table de valeurs. Ensuite, représente graphiquement chaque fonction.

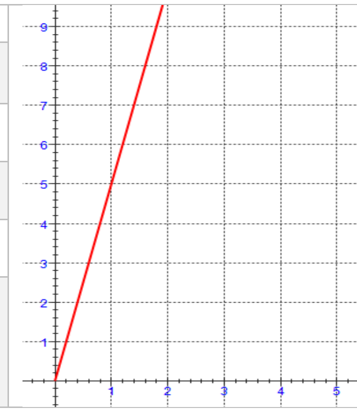
1.

x	y
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18



3.

x	y
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25



Suppose que la première variable varie directement en fonction de la seconde. Détermine :

a) La constante de proportionnalité;
b) L'équation qui représente la relation entre les variables.

5. Lorsque a = 10, b = 4

$$k = \frac{a}{b}$$
$$k = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$
$$a = \frac{5}{2}b$$

7. Lorsque m = 11, n = 33

$$k = \frac{m}{n}$$
$$k = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$$
$$m = \frac{1}{3}n$$

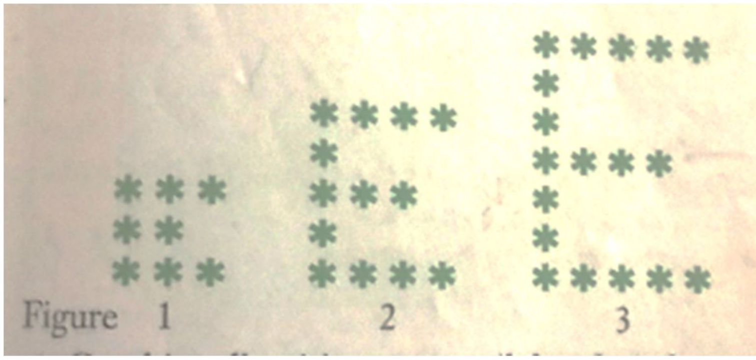
9. Si c est directement proportionnel à d et que c = 12 lorsque d = -3, détermine c lorsque d = -10.

$$k = \frac{c}{d}$$
$$k = \frac{12}{-3} = -4$$
$$c = -4d$$
$$c = -4(-10)$$
$$c = 40$$

11. Si r varie directement en fonction de s et que r = 39 lorsque s = 26, détermine s lorsque r = 21.

$$k = \frac{r}{s}$$
$$k = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$$
$$r = \frac{3}{2}s$$
$$21 = \frac{3}{2}s$$
$$42 = 3s$$
$$s = 14$$

16. suite : Ces figures en E se composent d'astérisques.

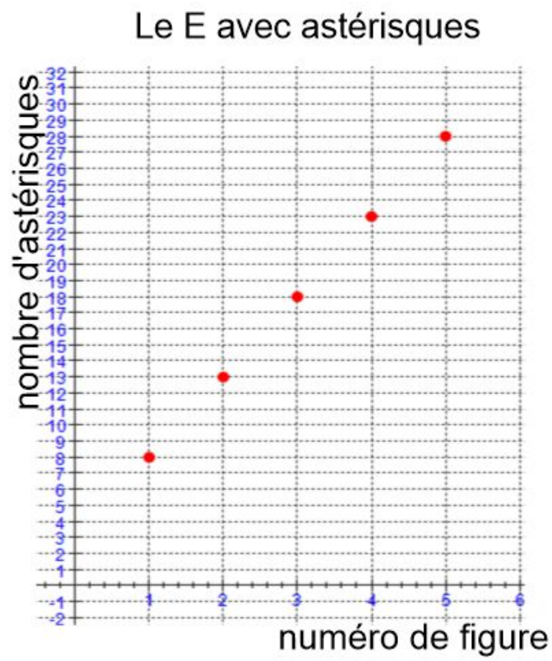


a) Combien d'astérisques y a-t-il dans la 4^e figure? Dans la 5^e figure?

8, 13, 18, donc 4^e 23 astérisques et 5^e 28 astérisques.

b) Représente graphiquement le nombre d'astérisques en fonction du numéro de la figure pour les 5 premières figures. Le diagramme est-il discret ou continu?

Discret



c) S'agit-il d'une variation directe ou d'une variation partielle?

Variation partielle

d) Formule une équation de la forme A = ... qui définit la fonction, où A est le nombre d'astérisques dans la n^e figure.

$A = 5x + 3$

e) À partir de l'équation en d), calcule le nombre d'astérisques que contient la 55^e figure.

$A = 5(55) + 3 = 278$ astérisques

17. Forme physique – La quantité d'énergie dépensée au saut à la corde varie directement en fonction de la durée de l'exercice. Paula a dépensé 200 kJ d'énergie lorsqu'elle a sauté à la corde pendant 5 min.

a) Trouve la constante de proportionnalité et formule l'équation.

T – durée de l'exercice en minutes

E – énergie dépensée

$k = \frac{E}{T} = \frac{200}{5} = 40$

$E = 40T$

b) Combien d'énergie Paula dépense-t-elle si elle saute à la corde pendant 3,5 min?

$E = 40(3,5) = 140\text{kJ}$

c) Pendant combien de temps Paula doit-elle sauter à la corde pour dépenser 320 kJ d'énergie?

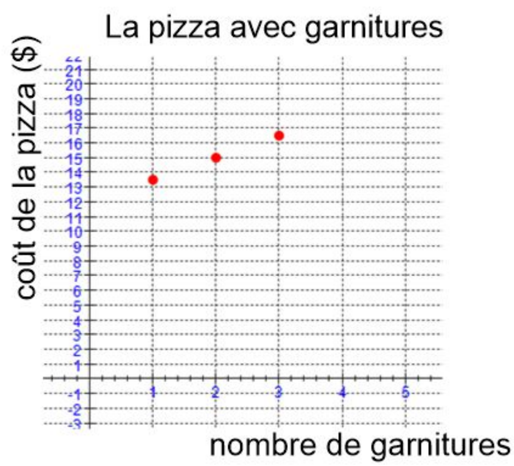
$E = 40T$

$320 = 40T$

$t = 8\text{ min}$

19. Garnitures de pizza – Une grande pizza à la sauce tomate et au fromage avec 1 garniture coûte 13,50$. Le prix est de 15,00$ pour une pizza avec 2 garnitures et de 16,50$ pour une pizza avec 3 garnitures.

a) Représente graphiquement le prix de la pizza en fonction du nombre de garnitures.



b) Combien coût une grande pizza sans garniture supplémentaire? 12$

c) Formule l'équation de cette variation partielle.

$y = 12 + 1,5x$

20. Publicité – La conception d'un dépliant publicitaire a un coût fixe de 500$. Il en coûte ensuite 0,15$ pour imprimer un dépliant.

a) Formule l'équation de la variation partielle, qui indique la relation entre le coût total et le nombre de dépliants imprimés.

$y = 0,15x + 500$

b) Calcule à combien revient la production de 60 000 dépliants.

$y = 0,15(600) + 500 = 590\$$

c) Combien de dépliants peut-on produire si on dispose de 12 500$?

$12500 = 0,15x + 500$

$12000 = 0,15x$

$x = 80000$ dépliants

3.6 Factoriser des polynômes dans le but de résoudre des problèmes.

- Factorisation
  - Mise en évidence simple

La **mise en évidence simple** permet de mettre en évidence un facteur qui est commun à tous les termes d'un polynôme.

Pour réaliser une mise en évidence simple, on doit :

1. Repérer le plus grand facteur commun (PGCD) à tous les termes d'un polynôme.

2. Mettre ce facteur en évidence en divisant chacun des termes du polynôme par le plus grand facteur commun.

Exemple : Soit le polynôme $10x^2 + 15x$

Le PGCD est 5x, donc si je divise chaque terme par 5x, j'obtiens 2x + 3.

$$10x^2 + 15x = 5x(2x + 3)$$

Exemple : Décompose en facteurs

a) $2x + 4$

$2(x + 2)$

b) $3x^2 + 6x$

$3x(x + 2)$

c) $8x^3 - 6x^2y^2 + 4x^2y$

$2x^2(4x - 3y^2 + 2y)$

d) $2x(y - 1) + 3(y - 1)$

$(y - 1)(2x + 3)$

e) $wx + wy + xz + yz$

$w(x + y) + z(x + y)$

$(x + y)(w + z)$

Exercices : *** Omn 10 p. 120 # 1 à 35 (impaire), 39, 41, 43

Décompose en facteur lorsque c'est possible.

1. $5x + 25$

$5(x+5)$

3. $8x + 8$

$8(x+1)$

5. $3x - 15y$

$3(x-3y)$

7. $4ax + 8ay - 6az$

$2a(2x+4y-3z)$

9. $2x^2 - 2x - 6$

$2a(2x+4y-3z)$

Décomposer en facteurs jusqu'à sa plus simple expression lorsque c'est possible.

11. $9a^3 + 27b^2$

$9(a^3+3b^2)$

13. $12y - 8y^2 + 24y^3$

$4y(3-2y+6y^2)$

15. $6rst + 3rs - 7t$

17. $24xy^2 + 16x^2y$

$8xy(3y+2x)$

19. $5rst - 15ab + 7cd$

21. $27a^2b^3 + 9a^2b^2 - 18a^3b^2$

$9a^2b^2(3b+1-2a)$

Décompose en facteurs lorsque c'est possible.

23. $5x(a+b) + 3(a+b)$

$(a+b)(5x+3)$

25. $7x(m+4) - 3(m-4)$

$(m+4)(7x-3)$

27. $4t(m+7) + (m+7)$

$(m+7)(4t+1)$

29. $8x(m-n) + 6(m-n)$

$(m-n)(8x+6)$

Combine les termes pour décomposer en facteurs.

31. $xy + 12 + 4x + 3y$

$3y + xy + 12 + 4x$

$y(3+x) + 4(3+x)$

$(3+x)(y+4)$

33. $m^2 - 4n + 4m - mn$

$m^2 + 4m - mn - 4n$

$m(m+4) - n(m+4)$

$(m+4)(m-n)$

35. $5m^2t - 10m^2 + t^2 - 2t$

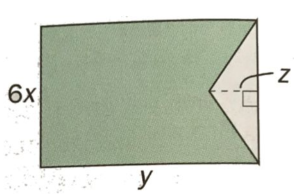
$5m^2(t-2) + t(t-2)$

$(t-2)(5m^2+t)$

Mesure – Écris une expression qui représente l'aire de chaque partie ombrée.

a) Sous la forme d'un polynôme.
b) Sous la forme d'une décomposition en facteurs.

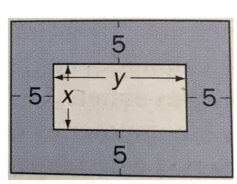
39.



$6xy - \dfrac{6xz}{2} = 6xy - 3xz$

$= 3x(y-z)$

41.

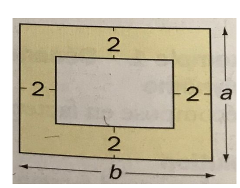


$(x+5)(y+5) - xy$

$= xy + 5x + 5y + 25 - xy$

$= 5(x+y+5)$

43.



$ab - (a-2)(b-2)$

$= ab - ab + 2b + 2a - 4$

$= 2(b+a-2)$

3.7 Modéliser des situations pouvant se traduire par des régularités afin de résoudre des problèmes.

- Suites générales

Une suite numérique est un ensemble de nombres qui se suivent dans un certain ordre.

Exemple : Détermine le nombre suivant dans ces suites :

a) 8, 10, 13, 17, 22, …

28

b) 1, 2, 6, 42, 1806…

$1806 * 1807 = 3263442$

c) 1, 2, 6, 18, …, 486, …

$1 \times 2 = 2$
$3 \times 2 = 6$
$9 \times 2 = 18$
$27 \times 2 = 54$
$81 \times 2 = 162$
$243 \times 2 = 486$
$729 \times 2 = 1458$

d) 11, 21, 1211 …

111221

Ces suites n'ont pas nécessairement une règle algébrique. Nous allons plutôt travailler avec des suites qui ont une relation d'égalité mathématique qui permet de trouver la valeur de tous les termes d'une suite.

Parfois, une régularité peut mener à une règle générale qui permet de trouver les termes d'une suite. On appelle cette règle le terme général, $t_n; n \in \mathbb{N}^*$.

Comme exemple, pour la suite 1, 3, 5, 7… la règle est $t_n = 2n - 1$.

Exemple : trouve la règle de la suite : 1, 3, 9, 27

$t_n = 3^{n-1}$

Il est parfois pratique, pour décrire la régularité d'une suite, d'expliquer comment passer d'un terme à l'autre au moyen d'une formule de récurrence. (on les nomme suite de Fobonacci)

Exemple : Écris les 5 premiers termes de la suite déterminée par la formule de récurrence suivante. $t_1 = 2; \quad t_n = t_{n-1} + 3$

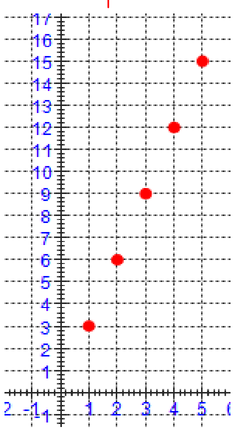
$t_2 = 2 + 3 = 5$
$t_3 = 5 + 3 = 8$
$t_4 = 8 + 3 = 11$
$t_5 = 11 + 3 = 14$

***Omn 10 p. 66 # 1 à 6, 7, 8, 10, 12 à 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 46, 53

Pour chaque terme général, trouve les 5 premiers termes de la suite et représente graphiquement la solution.

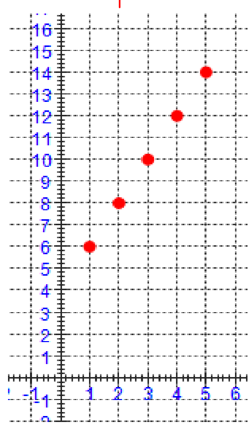
1. $t_n = 3n$

1	3
2	6
3	9
4	12
5	15



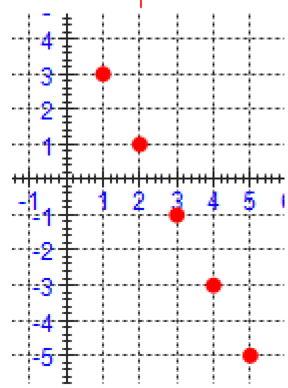
2. $t_n = 2n + 4$

1	6
2	8
3	10
4	12
5	14



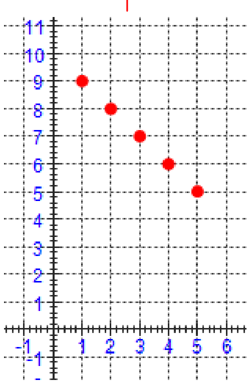
3. $t_n = 5 - 2n$

1	3
2	1
3	−1
4	−3
5	−5



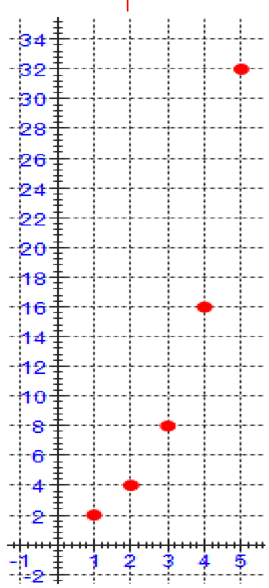
4. $t_n = 10 - n$

1	9
2	8
3	7
4	6
5	5



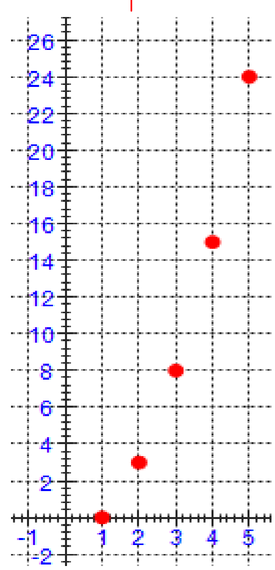
5. $t_n = 2^n$

1	2
2	4
3	8
4	16
5	32



6. $t_n = n^2 - 1$

1	0
2	3
3	8
4	15
5	24



Trouve le terme général qui détermine chaque suite. Ensuite, trouve les 3 prochains termes.

7. $5, 10, 15, 20, \ldots$

$t_n = 5n$

$25, 30, 35$

8. $2, 3, 4, 5\ldots$

$t_n = n + 1$

$6, 7, 8$

10. $1, 4, 9, 16\ldots$

$t_n = n^2$

$25, 36, 49$

12. $-3, -6, -9, -12\ldots$

$t_n = -3n$

$-18, -21, -24$

13. $-1, 0, 1, 2, 3\ldots$

$t_n = n - 2$

$4, 5, 6$

14. $x, 2x, 3x, 4x\ldots$

$t_n = xn$

$6x, 7x, 8x$

15. $1, 1 + d, 1 + 2d, 1 + 3d\ldots$

$t_n = 1 + (n - 1)d$

$1 + 4d, 1 + 5d, 1 + 6d$

Pour chaque terme général, trouve les 4 premiers termes de la suite.

16. $t_n = 3(n - 1)$

$0, 3, 6, 9$

18. $t_n = \frac{1}{n}$

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

20. $t_n = (n + 1)(n - 1)$

$0, 3, 8, 15$

22. $t_n = 2^{n-1}$

$1, 2, 4, 8$

24. $t_n = \frac{n - 1}{n + 1}$

$0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}$

26. $t_n = \frac{1}{3^n}$

$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$

Trouve le terme demandé.

28. $t_n = 2n + 7; \; t_6 \text{ et } t_{15}$

$t_6 = 2(6) + 7 = 19$

$t_{15} = 2(15) + 7 = 37$

30. $t_n = 12 - 5n; \; t_3 \text{ et } t_{10}$

$t_3 = 12 - 5(3) = -3$

$t_{10} = 12 - 5(10) = -38$

32. $t_n = n^2 + 4; \; t_3 \text{ et } t_7$

$t_3 = (3)^2 + 4 = 13$

$t_7 = (7)^2 + 4 = 53$

34. $t_n = (n - 3)^2; \; t_2 \text{ et } t_{15}$

$t_2 = (2 - 3)^2 = 1$

$t_{15} = (15 - 3)^2 = 144$

Écris les 5 premiers termes de la suite déterminée par chaque formule de récurrence.

36. $t_1 = -1;\ t_n = 2t_{n-1} + 5$

$t_2 = 2(-1) + 5 = 3$
$t_3 = 2(3) + 5 = 11$
$t_4 = 2(11) + 5 = 27$
$t_5 = 2(27) + 5 = 59$

$-1, 3, 11, 27, 59$

38. $t_1 = 6;\ t_n = t_{n-1} + 2n$

$t_2 = (6) + 2(2) = 10$
$t_3 = (10) + 2(3) = 16$
$t_4 = (16) + 2(4) = 24$
$t_5 = (24) + 2(5) = 34$

$6, 10, 16, 24, 34$

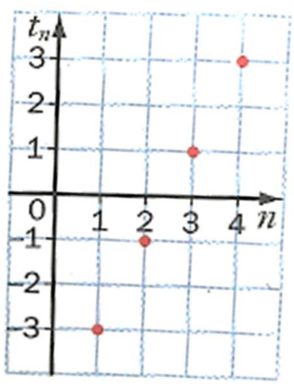
40. $t_1 = 1;\ t_2 = 1;\ t_{n+2} = t_{n+1} + t_n$

$t_3 = 1 + 1 = 2$
$t_4 = 2 + 1 = 3$
$t_5 = 3 + 2 = 5$

$1, 1, 2, 3, 5$

Trouve les 4 premiers termes de chaque suite. Indique ensuite le terme général de chacune.

42.



$-3, -1, 1, 3$

$t_n = 2n - 5$

46. Production d'or – Le Canada est le cinquième producteur mondial d'or. À la fin de 1992, une des mines canadiennes avait produit 165 t d'or depuis sa mise en exploitation.

a) Si la production annuelle moyenne était de 4,5 t, quelle était la production totale à la fin de 1993? De 1994?

1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
165	169,5	174	178,5				

b) Quelle devrait être la production totale à la fin de 2010? De 2020?

$y = 165 + 4,5x$

$2010 - 1992$
$y = 165 + 4,5(18)$
$y = 246\,t$

$2020 - 1992$
$y = 165 + 4,5(28)$
$y = 291\,t$

53. Dépréciation d'une automobile – Un concessionnaire a déterminé qu'une voiture neuve qui coûte 60 000,00$ perd 20% de sa valeur chaque année.

a) Quelle est la valeur de la voiture à la fin de la première année? De la deuxième année?

0 an	1 an	2 ans
60 000$	$60000 \times 0,8 =$ 48 000$	$60000 \times 0,8 \times 0,8 =$ 38 400$

b) Écris une formule qui permet de trouver la valeur de la voiture à la fin de la n^e année?

$$t_n = 60000 \times 0,8^n$$

c) Après combien d'années la voiture ne vaudra–t-elle plus que 10 000,00$ environ?

$$10000 = 60000 \times 0,8^n$$
$$0,166666667 = 0,8^n$$

Ici, il faudrait faire essai erreur avec la calculatrice!!!!!

- Suites arithmétiques (faire le lien avec les finances et les fonctions)

Une suite arithmétique est une suite dont la différence entre chaque terme est **<u>fixe</u>**. C'est une suite dont la règle est une fonction linéaire.

$$t_n = a + (n-1)d$$

a = le premier terme
d = la différence entre deux termes consécutifs
n = le nombre de terme ou le rang
t_n = le terme général

exemple 1 : Trouvez t_{10} et t_n pour la suite 5, 9, 13, 17…

$a = 5$
$d = 4$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{10} = 5 + (10-1)(4)$$
$$= 41$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$= 5 + (n-1)(4)$$
$$= 5 + 4n - 4$$
$$= 4n + 1$$

exemple 2 : Combien de terme y a-t-il dans la suite 2, 8, 14,...302 ?

$a = 2$

$d = 6$

$t_n = 302$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$302 = 2 + (n-1)(6)$$
$$300 = 6(n-1)$$
$$n - 1 = 50$$
$$n = 51 \text{ termes}$$

exemple 3 : Si $t_{21} = 243$ et $t_{30} = 324$, trouvez a, d et t_n .

$t_{21} = 243$, donc $n = 21$

$t_{30} = 324$, donc $n = 30$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$243 = a + (21-1)d$$
$$243 = a + 20d$$
on isole le a
$$a = 243 - 20d$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$324 = a + (30-1)d$$
$$324 = a + 29d$$
on isole le a
$$a = 324 - 29d$$

On place les deux équations égales car les deux sont égales à a.

$$243 - 20d = 324 - 29d$$
$$9d = 81$$
$$d = 9$$

On trouve maintenant la valeur du a en remplaçant soit dans t_{21} ou dans t_{30}.

$$a = 243 - 20d$$
$$a = 243 - 20(9)$$
$$a = 63$$
$$t_n = a + (n-1)d$$
$$243 = a + (21-1)d$$
$$243 = a + 20d$$
on isole le a
$$a = 243 - 20d$$

Moyennes arithmétiques : Termes qui se trouvent entre deux termes non consécutifs d'une suite arithmétique. Ex : 7,10,13,16,19,22; les nombres (10, 13, 16, 19) sont les quatre moyennes arithmétiques entre 7 et 22.

exemple : Trouvez les 3 moyennes arithmétiques entre 22 et 74.

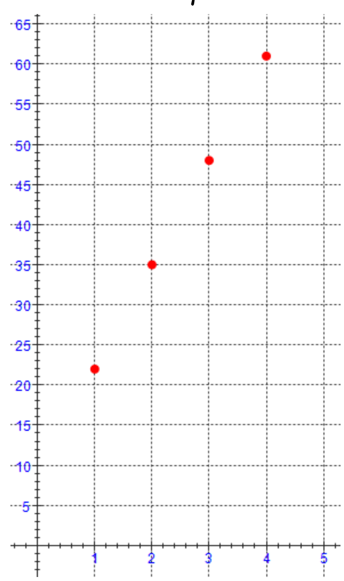
$22, t_2, t_3, t_4, 74$

$a = 22$
$t_5 = 74$
$n = 5$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$74 = 22 + (5-1)d$$
$$52 = 4d$$
$$d = 13$$

35, 48, 61

Représentez graphiquement tn en fonction de n pour la suite.



Mathématiques 30231BC

*** Omn 10 p. 74 # 1 à 14, 15, 17, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 31, 32, 33, 35, 37, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 49, 50, 53, 59, 62, 66ace

Trouve les 3 prochains termes de chaque suite arithmétique.

1. 3, 7, 11, …

$a = 3$ $\quad t_4 = 15$
$d = 4$ $\quad t_5 = 19$
$t_6 = 23$

2. 33, 27, 21, …

$a = 33$ $\quad t_4 = 15$
$d = -6$ $\quad t_5 = 9$
$t_6 = 3$

3. -23, -18, -13, …

$a = -23$ $\quad t_4 = -8$
$d = 5$ $\quad t_5 = -3$
$t_6 = 2$

4. 25, 18, 11, …

$a = 25$ $\quad t_4 = 4$
$d = -7$ $\quad t_5 = -3$
$t_6 = -10$

5. 5,8; 7,2; 8,6; …

$a = 5{,}8$ $\quad t_4 = 10$
$d = 1{,}4$ $\quad t_5 = 11{,}4$
$t_6 = 12{,}8$

6. $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \ldots$

$a = \frac{3}{4}$ $\quad t_4 = \frac{9}{4}$
$d = \frac{1}{2}$ $\quad t_5 = \frac{11}{4}$
$t_6 = \frac{13}{4}$

Parmi les suites suivantes, indique les suites arithmétiques. Ensuite, pour chaque suite arithmétique, écris les valeurs de a et de d.

7. 5, 9, 13, 17, …

$9 - 5 = 4$
$13 - 9 = 4$
$17 - 13 = 4$
arithmétique
$a = 5$
$d = 4$

8. 1, 6, 10, 15, 19, …

$6 - 1 = 5$
$10 - 6 = 4$
pas arithmétique

9. 2, 4, 8, 16, 32, …

$4 - 2 = 2$
$8 - 4 = 4$
pas arithmétique

10. -1, -4, -7, -10, …

$-4 - (-1) = -3$
$-7 - (-4) = -3$
$-10 - (-7) = -3$
arithmétique
$a = -1$
$d = -3$

11. 1, -1, 1, -1, 1, ….

$-1 - 1 = -2$
$1 - (-1) = 2$
pas arithmétique

12. $y, y^2, y^3, y^4, \ldots$

$y^2 - y = y^2 - y$
$y^3 - y^2 = y^3 - y^2$
pas arithmétique

13. x, 2x, 3x, 4x, …

$2x - x = x$
$3x - 2x = x$
$4x - 3x = x$
arithmétique
$a = x$
$d = x$

14. c, c + 2d, c + 4d, c + 6d …

$c + 2d - c = 2d$
$c + 4d - (c + 2d) = 2d$
$c + 6d - (c + 4d) = 2d$
arithmétique
$a = c$
$d = 2d$

À partir des valeurs de a et de d, écris les 5 premiers termes de chaque suite arithmétique.

15. a = 7; d = 2

$7, 9, 11, 13, 15$

17. a = -4, d = 6

$-4, 2, 8, 14, 20$

19. a = -5, d = -8

$-5, -13, -21, -29, -37$

21. $t_1 = 6$, $d = y + 1$

$6, y + 7, y + 8, y + 9, y + 10$

22. $t_1 = 3m$, $d = 1 - m$

$3m, 1 + 2m, 2 + m, 3, 4 - m$

Trouve les termes indiqués pour chaque suite arithmétique.

23. 6, 8, 10, …; t_{10} et t_{34}

$a = 6$
$d = 2$

$t_n = a + (n - 1)d$
$t_{10} = 6 + (10 - 1)(2) = 24$
$t_{34} = 6 + (34 - 1)(2) = 72$

25. 9, 16, 23, …; t_9 et t_{100}

$a = 9$
$d = 7$

$t_n = a + (n - 1)d$
$t_9 = 9 + (9 - 1)(7) = 65$
$t_{100} = 9 + (100 - 1)(7) = 702$

27. -4, -9, -14, …; t_{18} et t_{66}

$a = -4$
$d = -5$

$t_n = a + (n - 1)d$
$t_{18} = -4 + (18 - 1)(-5) = -89$
$t_{66} = -4 + (66 - 1)(-5) = -279$

29. 7, 10, 13, …; t_n et t_{30}

$a = 7$
$d = 3$

$t_n = a + (n - 1)d$
$t_n = 7 + (n - 1)(3) = 3n + 4$
$t_{100} = 7 + (30 - 1)(3) = 94$

31. x, x + 4, x + 8, … ; t_n et t_{14}

$a = x$
$d = 4$

$t_n = a + (n - 1)d$
$t_n = x + (n - 1)(4) = x + 4n - 4$
$t_{14} = x + (14 - 1)(4) = x + 52$

Trouve le nombre de termes de chaque suite arithmétique.

32. 10, 15, 20, ..., 250

$a = 10$
$d = 5$
$t_n = 250$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$250 = 10 + (n-1)(3)$$
$$240 = (n-1)(3)$$
$$n - 1 = 80$$
$$n = 81$$

33. 1, 4, 7, ..., 121

$a = 1$
$d = 3$
$t_n = 121$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$121 = 1 + (n-1)(3)$$
$$120 = (n-1)(3)$$
$$n - 1 = 40$$
$$n = 41$$

35. -11, -7, -3, ..., 153

$a = -11$
$d = 4$
$t_n = 153$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$153 = -11 + (n-1)(4)$$
$$164 = (n-1)(4)$$
$$n - 1 = 41$$
$$n = 42$$

37. x + 2, x + 9, x + 16, ... , x + 303

$a = x + 2$
$d = 7$
$t_n = x + 303$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$x + 303 = x + 2 + (n-1)(7)$$
$$301 = (n-1)(7)$$
$$n - 1 = 43$$
$$n = 44$$

Trouve la moyenne ou les moyennes arithmétiques pour compléter chaque suite arithmétique.

39. 14, ☐ , ☐, 32

$a = 14$
$t_4 = 32$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$32 = 14 + (4-1)d$$
$$18 = (3)d$$
$$d = 6$$

$t_2 = 14 + 6 = 20$
$t_3 = 20 + 6 = 26$

40. -3, ☐, ☐, -60

$a = -3$
$t_4 = -60$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$-60 = -3 + (4-1)d$$
$$-57 = (3)d$$
$$d = -19$$

$t_2 = -3 - 19 = -22$
$t_3 = -22 - 19 = -41$

41. -1,5, ☐, ☐, ☐, 4,5

$a = -1{,}5$
$t_5 = 4{,}5$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$4{,}5 = -1{,}5 + (5-1)d$$
$$6 = (4)d$$
$$d = 1{,}5$$

$t_2 = -1{,}5 + 4{,}5 = 3$
$t_3 = 3 + 4{,}5 = 7{,}5$
$t_4 = 7{,}5 + 4{,}5 = 12$

43. m + 40, ☐, ☐, ☐, m + 4

$a = m + 40$
$t_5 = m + 4$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$m + 4 = m + 40 + (5-1)d$$
$$-36 = (4)d$$
$$d = -9$$

$t_2 = m + 40 - 9 = m + 31$
$t_3 = m + 31 - 9 = m + 22$
$t_4 = m + 22 - 9 = m + 13$

44. a) Trouve 4 moyennes arithmétiques entre 30 et 70.

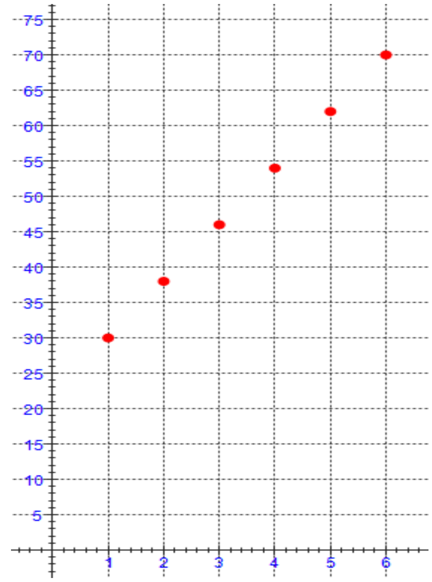
$30, t_2, t_3, t_4, t_5, 70$

$a = 30$

$t_6 = 70$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$70 = 30 + (6-1)d$$
$$40 = (5)d$$
$$d = 8$$
$$30, 38, 46, 54, 62, 70$$

b) Représente graphiquement t_n en fonction de n pour la suite.



45. a) Trouve 5 moyennes arithmétiques entre 11 et -7.

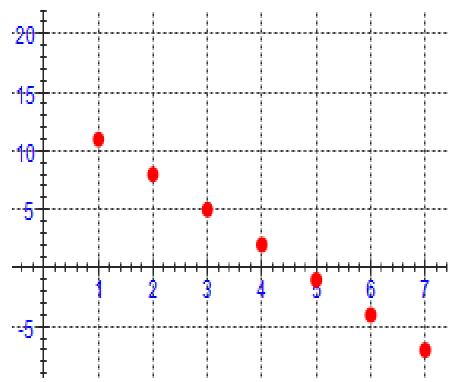
$11, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, -7$

$a = 11$

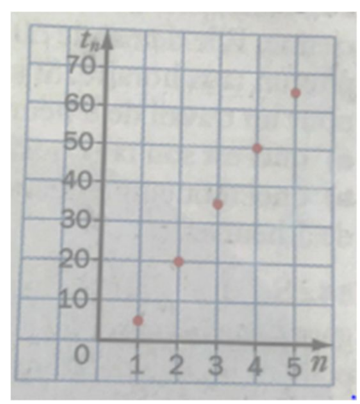
$t_7 = -7$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$-7 = 11 + (7-1)d$$
$$-18 = (6)d$$
$$d = -3$$
$$11, 8, 5, 2, -1, -4, -7$$

b) Représente graphiquement t_n en fonction de n pour la suite.



46. Voici le diagramme d'une suite arithmétique.



a) Quels sont les 5 premiers termes de la suite?

$5, 20, 35, 50, 65$

b) Quelle est la valeur de t_{50}? De t_{200} ?

$a = 5$

$d = 15$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{50} = 5 + (50-1)15$$
$$t_{50} = 740$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$t_{200} = 5 + (200-1)15$$
$$t_{200} = 2990$$

47. Recopie et complète chaque suite arithmétique. Représente graphiquement t_n en fonction de n pour chaque suite.

a) $\square$, $\square$, 14, $\square$, 26

$t_3 = 14$
$t_5 = 26$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_3 = 14 = a + 2d \Leftrightarrow 14 - 2d = a$
$t_5 = 26 = a + 4d \Leftrightarrow 26 - 4d = a$

$14 - 2d = 26 - 4d$
$14 - 26 = -4d + 2d$
$-12 = -2d$
$d = 6$

$14 = a + 2(6)$
$14 - 12 = a$
$a = 2$

$2, 8, 14, 20, 26$

b) $\square$, 3, $\square$, $\square$, -18

$t_2 = 3$
$t_5 = -18$

$t_n = a + (n-1)d$
$t_2 = 3 = a + 1d \Leftrightarrow 3 - d = a$
$t_5 = -18 = a + 4d \Leftrightarrow -18 - 4d = a$

$3 - d = -18 - 4d$
$3 + 18 = -4d + d$
$21 = -3d$
$d = -7$

$3 = a + -7$
$a = 10$

$10, 3, -4, -11, -18$

49. Multiples – Combien de multiples de 5 y a-t-il de 15 à 450, inclusivement?

$15, 20, 25 \ldots 450$

$a = 15$
$d = 5$
$t_n = 450$

$t_n = a + (n-1)d$
$450 = 15 + (n-1)(5)$
$435 = 5(n-1)$
$n - 1 = 87$
$n = 88$ multiples

50. Le 18e terme d'une suite arithmétique est 262. La raison arithmétique est 15. Quel est le premier terme de la suite?

$t_{18} = 262$
$d = 15$
$a = ?$

$t_n = a + (n-1)d$
$262 = a + (18-1)(15)$
$262 - 255 = a$
$a = 7$

53. Entreprise en électricité – Amélie est électricienne. Elle demande 60$ pour un appel de service, plus un taux horaire. Si sa facture s'élève à 420$ pour un travail de 8 heures ;

a) quel est son taux horaire?

$60+x, 60+2x, 60+3x, \dots, 420$

$420 = 60 + 8x$

$8x = 360$

$x = 45$

Amélie est payé 45$/h.

b) quel montant demanderait-elle pour un travail de 5 heures?

$t_5 = a + (5-1)d$

$t_5 = 60 + 45 + 4(45)$

$t_5 = 285\$$

Amélie demanderait 285$ pour 5 heures de travail.

59. le troisième terme d'une suite arithmétique est 24 et le neuvième terme est 54.

a) Quel est le premier terme?

$t_3 = 24$

$t_9 = 54$

$t_n = a + (n-1)d$

$t_3 = 24 = a + 2d \Leftrightarrow 24 - 2d = a$

$t_9 = 54 = a + 8d \Leftrightarrow 54 - 8d = a$

$24 - 2d = 54 - 8d$

$-2d + 8d = 54 - 24$

$6d = 30$

$d = 5$

$24 = a + 2(5)$

$a = 14$

b) Quel est le terme général?

$t_n = a + (n-1)d$

$t_n = 14 + (n-1)5$

$t_n = 14 + 5n - 5$

$t_n = 5n + 9$

62. La somme des deux premiers termes d'une suite arithmétique est 16. La somme des deuxième et troisième termes est 28. Quels sont les trois premiers termes de la suite?

$a, a+d, a+2d$

$a + a + d = 16 \Leftrightarrow 2a = 16 - d$

$a + d + a + 2d = 28 \Leftrightarrow 2a = 28 - 3d$

$16 - d = 28 - 3d$

$2d = 12$

$d = 6$

$2a = 16 - 6$

$2a = 10$

$a = 5$

$5, 11, 17$

66. Algèbre – Détermine la valeur de x qui fait de chaque suite une suite arithmétique.

a) 2, 8, 14, 4x, …

$a = 2$

$d = 6$

alors

$4x = 14 + 6$

$4x = 20$

$x = 5$

c) x – 2, x + 2, 5, 9, …

$d = 4$

alors

$x + 2 = 1$

$x = -1$

e) x + 8, 2x + 8, -x, …

$d = 2x + 8 - (x + 8)$

$d = x$

$2x + 8 + x = -x$

$4x = -8$

$x = -2$

3.8 Modéliser des situations se traduisant par des équations rationnelles de degré 1 afin de résoudre des problèmes.

- Résolution d'équations de degré 1

La résolution d'équations est la démarche qui permet de déterminer la ou les valeurs d'une inconnue qui valide l'équation. Lorsque l'on résout une telle équation, on tente de déterminer la valeur de la variable qui solutionne l'équation. Pour ce faire, il est primordial de se rappeler que, pour respecter l'égalité dans l'équation, il faut appliquer les mêmes manipulations à gauche et à droite de l'égalité.

Exemple : Quelle est la valeur x dans l'équation $2x+3=7$

Faire disparaître le terme +3, donc si on fait -3 à chaque côté de l'équation, ou en d'autres mots, le contraire de l'addition c'est la soustraction et vice versa.

$$2x+3-3=7-3$$
$$2x=4$$

Pour faire disparaître le 2, le contraire de la multiplication, c'est la division.

$$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$$
$$x=2$$

Exemple : Quelle est la valeur x dans l'équation

a) $-2(x-9)=\frac{7}{3}$

$$-2(x-9)\times 3=\frac{7}{3}\times 3$$
$$-6x+54=7$$
$$-6x=-47$$
$$x=\frac{47}{6}$$

b) $\frac{2x}{3}-16=-6$

$$\frac{2x}{3}\times 3-16\times 3=-6\times 3$$
$$2x-48=-18$$
$$2x=30$$
$$x=15$$

Truc : lorsque l'équation comporte plusieurs fractions ayant des dénominateurs différents, on peut mettre tous les termes sur un dénominateur commun et par la suite, on enlève le dénominateur de chaque terme.

Exemple : Quelle est la valeur x dans l'équation

$\frac{8}{3}x+1=\frac{5}{9}x-\frac{1}{4}$ Dénominateur commun, prenons 36.

$$\frac{8\times 12}{3\times 12}x+\frac{1\times 36}{1\times 36}=\frac{5\times 4}{9\times 4}x-\frac{1\times 9}{4\times 9}$$
$$\frac{96}{36}x+\frac{36}{36}=\frac{20}{36}x-\frac{9}{36}$$
$$96x+36=20x-9$$
$$96x-20x=-9-36$$
$$76x=-45$$
$$x=\frac{-45}{76}$$

Mathématiques 30231BC

*** Omn 10 p. 179 # 2 à 46 pair et *** Omn 10 p. 185 # 2 à 36 pair

Résous

2. $y - 4 = 6$

$y = 10$

4. $4k = -8$

$k = -2$

6. $1 = -6 + z$

$z = 7$

8. $16 = -4c$

$c = -4$

Résous et vérifie ta solution

10. $9s - 4 = 5$

$9s = 9$
$s = 1$

12. $3r - 15 = -3$

$3r = 12$
$r = 4$

14. $5 = 10b - 15$

$10b = 20$
$b = 2$

16. $-6 = 8 + 7d$

$7d = -14$
$d = -2$

18. $5y - 2 = 3y + 4$

$2y = 6$
$y = 3$

20. $x + 8 = 10 + 3x$

$-2x = 2$
$x = -1$

22. $3a + 6 - 4 = 10 + a$

$2a = 8$
$a = 4$

24. $17 + 6n = -2n + 5n + 5 + 9$

$3n = -3$
$n = -1$

26. $3(p + 1) = 0$

$v + 1 = 0$
$v = -1$

28. $3(x - 1) = 2x + 5$

$3x - 3 = 2x + 5$
$x = 8$

30. $3(2 - z) = 7z + 12 - 4z$

$6 - 3z = 3z + 12$
$-6z = 6$
$z = -1$

32. $2(3w + 1) = 2w + 1 + 7 + w$

$6w + 2 = 3w + 8$
$3w = 6$
$w = 2$

34. $2(3 - b) = 3(b - 3)$

$6 - 2b = 3b - 9$
$-5b = -15$
$b = 3$

36. $2(u - 1) - (u - 1) = 1 - u$

$2u - 2 - u + 1 = 1 - u$
$2u = 2$
$u = 1$

38. $2(2s + 1) + 6(2 - s) + 3(3s - 1) = -3$

$4s + 2 + 12 - 6s + 9s - 3 = -3$
$7s = -14$
$s = -2$

40. Longueurs d'animaux – La longueur moyenne d'un loup arctique est de 150 cm. Cette longueur a 10 cm de plus que le double de la longueur moyenne d'une loutre. Résous l'équation $2\ell + 10 = 150$ pour trouver la longueur moyenne d'une loutre, ℓ, en centimètre.

$2l + 10 = 150$
$2l = 140$
$l = 70$

La longueur moyenne d'une loutre est de 70 cm.

42. Climat arctique – Alert est une localité de l'île d'Ellesmere, au Canada, située au nord du cercle polaire arctique. Lorsqu'on ajoute 7 au nombre de jours sans gelées par année à Alert, on obtient le même résultat que lorsqu'on multiplie le nombre de jours sans gelées par 3 et qu'on soustrait 1. Résous l'équation j + 7 = 3j – 1 pour trouver le nombre de jours sans gelées par année à Alert.

$$j + 7 = 3j - 1$$
$$-2j = -8$$
$$j = 4$$

Il y a 4 jours sans gelées par année à Alert.

44. Sommets – Lorsqu'on soustrait 98 m de l'altitude du point le plus élevé du Manitoba et qu'on multiplie le résultat par 2, on obtient l'altitude du point le plus élevé de la Saskatchewan. Le point le plus élevé de la Saskatchewan se trouve à 1 468 m au-dessus du niveau de la mer. Résous l'équation 2(a – 98) = 1 468 pour trouver l'altitude, a, en mètres, du point le plus élevé du Manitoba.

$$2(a - 98) = 1468$$
$$a - 98 = 734$$
$$a = 832$$

Le point le plus élevé du Manitoba est de 832 m.

46. Court de basket-ball – La longueur d'un court de basket-ball mesure 2m de moins que le double de sa largeur. Autrement dit, si la largeur est x mètres, la longueur est 2x – 2 mètres. Le périmètre du court mesure 80 m. Résous l'équation 2x + 2(2x – 2) = 80 pour trouver les dimensions du court de basket-ball.

$$2x + 2(2x - 2) = 80$$
$$2x + 4x - 4 = 80$$
$$6x = 84$$
$$x = 14$$

Les dimensions sont de 14m sur 26 m.

***Page 185

2. $\frac{x}{2} = -4$

$x = -8$

4. $-2 = -\frac{x}{3}$

$x = 6$

6. $\frac{y}{2} - 5 = 1$

$\frac{y}{2} = 6$

$y = 12$

8. $2m + \frac{1}{2} = 1$

$2m = \frac{1}{2}$

$m = \frac{1}{4}$

10. $\frac{3t}{2} - 1 = 1$

$\frac{3t}{2} = 2$

$3t = 4$

$t = \frac{4}{3}$

12. $3{,}2 = y + 7{,}5$

$y = -4{,}3$

14. $-5{,}4 = 3{,}6z$

$z = -1{,}5$

16. $-10{,}3 = 2{,}8x + 6{,}5$

$2{,}8x = -16{,}8$

$x = -6$

18. $3{,}6 = 4(x + 1{,}2)$

$0{,}9 = x + 1{,}2$

$x = -0{,}3$

20. $2{,}1x - 3(x + 1{,}5) = 0$

$2{,}1x - 3x - 4{,}5 = 0$

$-0{,}9x = 4{,}5$

$x = -5$

22. $4{,}5(1{,}6c + 1{,}2) = 4{,}1$

$1{,}6c + 1{,}2 = 0{,}9111$

$1{,}6c = -0{,}288889$

$c = -0{,}18$

24. $\frac{n}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\frac{n}{2} \times 6 + \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1}{6} \times 6$

$3n + 2 = 1$

$3n = -1$

$n = -\frac{1}{3}$

26. $\frac{d-1}{4} = -1\frac{1}{2}$

$\frac{d-1}{4} \times 4 = \frac{-3}{2} \times 4$

$d - 1 = -6$

$d = -5$

28. $\frac{3-2c}{2} = \frac{4-2c}{3}$

$\frac{3-2c}{2} \times 6 = \frac{4-2c}{3} \times 6$

$9 - 6c = 8 - 4c$

$-2c = -1$

$c = \frac{1}{2}$

30. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = x - 1$

$\frac{1}{3}x \times 3 + \frac{1}{3} \times 3 = (x - 1) \times 3$

$x + 1 = 3x - 3$

$-2x = -4$

$x = 2$

32. $3 - \frac{1}{2}x = \frac{x+2}{2}$

$3 \times 2 - \frac{1}{2}x \times 2 = \frac{x+2}{2} \times 2$

$6 - x = x + 2$

$-2x = -4$

$x = 2$

34. $\frac{t+5}{8} = t + \frac{3}{2}$

$\frac{t+5}{8} \times 8 = t \times 8 + \frac{3}{2} \times 8$

$t + 5 = 8t + 12$

$-7t = 7$

$t = -1$

36. $\frac{3}{4}(q - 2) = 3 - 6q$

$\frac{3}{4}(q - 2) \times 4 = (3 - 6q) \times 4$

$3q - 6 = 12 - 24q$

$27q = 18$

$q = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

La résolution de problèmes écrits : évidemment, la première chose à faire est de bien lire le problème à résoudre. Pendant la lecture, il faut être attentif et repérer :

- Les données essentielles pour résoudre le problème;
- Les données inutiles;
- La question à laquelle il faut répondre.

Après la lecture, on ne retient donc que les données essentielles.

Exemple : Sophie a 14 ans. Elle veut s'acheter une bicyclette coûtant 100 dollars. Elle économise 10 dollars par semaine. Dans combien de semaines pourrait-elle acheter la bicyclette?

x : nombre de semaines

$$10x = 100$$
$$x = 10$$

Elle aurait assez d'argent au bout de 10 semaines.

Exemples :

a) Daniel possède des cartes de base-ball; Alex en a 4 fois plus. Alex a 60 cartes de plus que Daniel. Pour savoir combien de cartes a Daniel, écrivez l'équation correspondant à cette situation et résoudre.

x : nombre de cartes de Daniel $\quad x = 60 \times 4 = 240$ cartes

b) L'altitude du lac Érié est de 173 m au-dessus du niveau de la mer. Il s'agit de 25 m de plus que le double de l'altitude du lac Ontario. Quelle est l'altitude du lac Ontario?

x : altitude du lac Ontario

$$173 = 25 + x$$
$$x = 148$$

l'altitude est de 148 m.

c) La vitesse d'un avion est sept fois plus grande que la vitesse d'une voiture. La voiture prend 3 heures de plus que l'avion pour parcourir une distance de 315 km. Détermine la vitesse de la voiture et la vitesse de l'avion, en kilomètres par heure.

x : vitesse d'une voiture $\quad v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow t = \frac{d}{v}$

Voiture: $t + 3 = \frac{315}{x}$ $\qquad$ avion: $t = \frac{315}{7x}$

$$\frac{315}{7x} \times 7x + 3 \times 7x = \frac{315}{x} \times 7x$$
$$315 + 21x = 2205$$
$$21x = 1890$$
$$x = 90$$

la vitesse de la voiture est 90km/h et l'avion 210km/h.

***Omn 10 p. 190 # 1 à 20

Formule une expression algébrique qui correspond à chaque énoncé.

1. 2 kg de moins que la masse d'un lion.

   x : masse d'un lion $x - 2$

2. Un mètre de plus que six fois la hauteur d'une porte.

   x : la hauteur d'une porte $6x + 1$

3. Deux dollars de moins que les trois cinquièmes du prix d'un disque compact.

   x : le prix d'un disque compact $\frac{3}{5}x - 2$

4. Le nombre de cubes plus deux fois le nombre de cubes.

   x : le nombre de cubes $x + 2x$

5. La somme de deux nombres naturels consécutifs.

   x : un nombre naturel $x + (x + 1)$

6. La valeur en dollars d'un nombre donné de pièces de 5 ¢.

   x : nombre de pièces de 5 ¢. $0,05x$

Formule une équation pour trouver la valeur inconnue. Ne résous pas l'équation.

7. Un rectangle a une longueur de 10 cm. Cette longueur représente 1 cm de plus que le double de la largeur. Quelle est la largeur du rectangle?

   x : la largeur du rectangle $10 = 1 + 2x$

8. Éric a acheté un paquet de stylos pour 4,50$. Chaque stylo coûte 50¢. Combien de stylos y a-t-il dans le paquet?

   x : nombre de stylos $4,5 = 0,50x$

9. L'âge de Luc représente le tiers de l'âge de son père. Luc a 16 ans. Quel âge a le père de Luc?

   x : l'âge du père de Luc $16 = \frac{1}{3}x$

10. Farida a 40\$. Elle achète 4 billets pour un match de base-ball. Il lui reste 16\$. Combien coûte chaque billet?

x : coût d'un billet $4x + 16 = 40$

11. L'espérance de vie d'un caribou des bois est 5 ans de plus que la moitié de l'espérance de vie d'un orignal. La somme de leurs espérances de vie est 35 ans. Quelle est l'espérance de vie d'un orignal?

x : l'espérance de vie d'un orignal $5 + \frac{1}{2}x + x = 35$

Applications et résolution de problèmes

12. Primates – La taille moyenne d'un chimpanzé est 92 cm. C'est 8 cm de moins que la moitié de la taille moyenne d'un gorille. Suis les étapes a) à d) pour déterminer la taille moyenne d'un gorille.

a) Suppose que g représente la taille moyenne d'un gorille, en centimètres. Formule une expression qui contient la variables g qui correspond à la moitié de la taille moyenne d'un gorille.

$\frac{1}{2}g$

b) Écris une expression qui contient la variable g et qui représente 8 cm de moins que la moitié de la taille moyenne d'un gorille.

$\frac{1}{2}g - 8$

c) Écris une équation pour trouver la taille moyenne d'un gorille.

$92 = \frac{1}{2}g - 8$

d) Résous ton équation. Quelle est la taille moyenne d'un gorille.

$92 = \frac{1}{2}g - 8$

$100 = \frac{1}{2}g$ La taille moyenne d'un gorille est de 200 cm.

$200 = g$

13. Patinage – Les patins de Roma ont coûté 175\$. Toutes les deux semaines où elle patine, elle dépense 4,50\$ pour faire aiguiser les lames de ses patins. En une année, elle a dépensé 256\$ en tout pour l'achat des patins et l'aiguisage. Détermine pendant combien de semaines elle a patiné pendant cette année.

$4{,}5x + 175 = 256$

x : nombre de 2 semaines $4{,}5x = 81$ elle a patiné 36 semaines.

$x = 18$

14. Distances en voiture – La distance en voiture entre Regina et Moose Jaw est 4 km de moins que le cinquième de la distance en voiture entre Moose Jaw et Medecine Hat. En tout, la distance en voiture entre Regina et Medicine Hat, via Moose Jaw, est de 470 km. Quelle est la distance en voiture entre Moose Jaw et Medecine Hat?

x : distance en voiture entre Moose Jaw et Medecine Hat

$$\frac{1}{5}x - 4 + x = 470$$
$$\frac{6}{5}x = 474$$
$$6x = 2370$$
$$x = 395$$

la distance est de 395 km.

15. Nombres – Détermine les nombres suivants.

a) Trois nombres naturels consécutifs dont la somme est 39.

x : un nombre naturel

$$x + (x+1) + (x+2) = 39$$
$$3x = 36$$
$$x = 12$$

les nombres sont 12, 13 et 14.

b) Deux nombres entiers consécutifs dont la moitié du plus petit est égale à 4 de plus que le tiers du plus grand.

x : un nombre entier

$$\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3} + 4$$
$$\frac{x}{2} \times 6 = \frac{x+1}{3} \times 6 + 4 \times 6$$
$$3x = 2x + 2 + 24$$
$$x = 26$$

les nombres sont 26 et 27.

16. Planètes – La durée de l'orbite de Vénus autour du Soleil est 4 jours de moins que le tiers de la durée de l'orbite de Mars autour du Soleil. La durée de l'orbite de Vénus est de 225 jours. Quelle est la durée de l'orbite de Mars autour du Soleil, en jours?

x : nombre de jours de la durée de l'orbite de Mars autour du Soleil

$$225 = \frac{x}{3} - 4$$
$$229 = \frac{x}{3}$$
$$x = 687$$

la durée de l'orbite de Mars autour du Soleil est de 687 jours.

17. Pièces de monnaie – Maylin a mis 1,75$ en pièces de 5¢, de 10¢ et de 25¢ dans un distributeur automatique. Elle a mis une pièce de 25¢ de plus que de pièces de 5¢ et une pièce de 10¢ de moins que de pièces de 5¢. Détermine combien de pièces de monnaie de chaque sorte elle a utilisées.

x : nombre de pièces de 5¢

$$1,75 = 0,25(x+1) + 0,10(x-1) + 0,05x$$
$$1,75 = 0,25x + 0,25 + 0,10x - 0,10 + 0,05x$$
$$1,6 = 0,4x$$
$$x = 4$$

Elle a mis 4 pièces de 5¢, 3 pièces de 10¢ et 5 pièces de 25¢.

18. Superficies de lacs – Les deux plus grands lacs du Manitoba sont le lac Winnipeg et le lac Winnipegosis. Leurs superficies combinées donnent environ 29 800 km^2. La superficie du lac Winnipegosis représente 700 km^2 de moins que le quart de la superficie du lac Winnipeg. Quelle est la superficie de chaque lac?

x : superficie du lac Winnipeg

$$29800 = \frac{x}{4} - 700 + x$$
$$\frac{5x}{4} = 30500$$
$$5x = 122000$$
$$x = 24400$$

$$\text{Winnipegosis} = \frac{24400}{4} - 700 = 5400$$

La superficie du lac Winnipeg est de 24 400 km^2 et celle du lac Winnipegosis est de 5 400 km^2.

19. Noix mélangées – Quelle masse d'arachides doit-on ajouter à 1 kg de noix de cajou pour que les arachides représentent 75% de la masse du mélange?

x : masse d'arachides

$$\frac{x}{x+1} = 75\%$$
$$x = 0,75x + 0,75$$
$$0,25x = 0,75$$
$$x = 3$$

il faudra ajouter 3 kg d'arachides.

20. Vitesse en voiture – Nadia et Kyle ont conduit à tour de rôle lors d'un voyage en voiture de 1250 km entre Edmonton et Vancouver. Nadia a conduit pendant 6 heures et Kyle, pendant 8 heures. Nadia a roulé 10 km/h plus vite que Kyle. À quelle vitesse Kyle a-t-il roulé?

$$Vitesse = \frac{dis\tan ce}{temps} \Leftrightarrow dis\tan ce = Vitesse \times temps$$

x : vitesse de Kyle

$$1250 = 6(x+10) + 8x$$
$$1250 = 6x + 60 + 8x$$
$$1190 = 14x$$
$$x = 85$$

Kyle a roulé à 85 km/h.