Mathématiques 30231BC

Bloc 2

Traitement des données et probabilités

6 – Recueillir et traiter des données statistiques pour faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

6.1 Résoudre des problèmes en utilisant des probabilités.

- *Probabilités d'un résultat*
- *Probabilités d'un événement*
- Calcul de probabilité
    - ◊ Événements dépendants et indépendants
    - ◊ Événements compatibles et incompatibles
    - ◊ Événements complémentaires

Un **événement** est un ensemble de résultats simples. Par exemple, la probabilité d'obtenir « 3 » en roulant un dé est la probabilité d'un **résultat**. La probabilité d'obtenir un nombre impair en roulant un dé est la probabilité d'un événement, car l'événement « obtenir un nombre impair » est l'ensemble des résultats simple « 1 », « 3 » et « 5 ».

Deux résultats (ou événements) sont indépendants lorsque la réalisation (ou la non-réalisation) de l'un n'influence pas la probabilité de réalisation (ou de non-réalisation) de l'autre.

Avant de calculer la probabilité d'un événement, il est utile de se poser les deux questions suivantes :

- L'expérience aléatoire est-elle effectuée sans remise ou avec remise?
- L'ordre des résultats est-il considéré ou non?

Exemple : Trouve la probabilité théorique de chacun des résultats suivants pour cette roulette :

a) $P(6) = \frac{1}{10}$

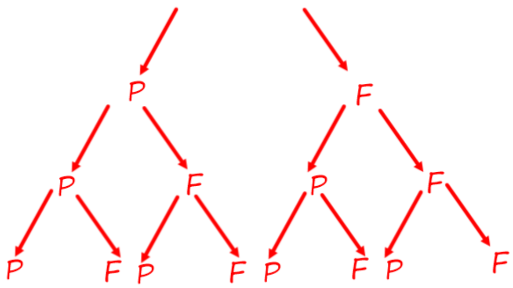
b) $P(\text{nombre pair}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) $P(\text{bleu}) = \frac{1}{10}$

d) $P(4,\ 9 \text{ ou } 10) = \frac{3}{10}$

e) $P(\text{autre que rouge}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Exemple : Trace l'arbre des résultats lorsqu'on lance une pièce de 1¢, une pièce de 5¢ et une pièce de 10¢.



$A = \{PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF\}$

a) Est-ce que les événements sont dépendants ou indépendants?

Indépendants

b) Quelle est la probabilité d'obtenir :

i) 3 côtés piles? $\frac{1}{8}$ ii) 2 côtés face et un côté pile? $\frac{3}{8}$

Exemple : Benjamin et Marie-Pier ont mis dans un sac des pièces de bois sur lesquelles sont inscrites les dix premières lettres de l'alphabet.

a) Selon toi, quelle est la probabilité de tirer 2 voyelles :

i. Si tu remets la première lettre avant de piger la deuxième?

$$\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

ii. Si tu ne remets pas la première lettre avant de piger la deuxième?

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{2}{45}$$

b) Quelle serait à probabilité de tirer trois lettres sans remise et de former le mot « BEC » dans l'ordre?

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{720}$$

c) Quelle serait à probabilité de tirer trois lettres sans remise et de former le mot « BEC » et l'ordre n'a pas d'importance?

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120}$$

Les événements compatibles, incompatibles et complémentaires

Dans une expérience aléatoire, il existe plusieurs types de relations entre les événements.

Soit l'expérience aléatoire, « Lancer un dé à six faces et notre le nombre obtenu ».

Type de relation	Définition	Exemple
Événements compatibles	Événements qui peuvent se réaliser en même temps.	$A = \{obtenir\ un\ diviseur\ de\ six\}$ et $B = \{obtenir\ un\ nombre\ pair\}$
Événements incompatibles	Événements qui ne peuvent pas se réaliser en même temps.	$C = \{obtenir\ un\ nombre\ pair\}$ et $D = \{obtenir\ un\ multiple\ de\ cinq\}$
Événements complémentaires	Événements qui n'ont pas de résultats communs et qui contienne tous les résultats possibles.	$E = \{obtenir\ un\ nombre\ impair\}$ et $F = \{obtenir\ un\ nombre\ pair\}$

Un événement complémentaire de l'ensemble E peut s'écrire E'.

La probabilité que deux événements indépendants et compatibles (A et B) se réalisent en même temps peut être traduit à l'aide du connecteur logique « et ». L'événement A doit se réaliser ET l'événement B doit se réaliser.

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

Exemple : En lançant un dé à six face numéroté de 1 à 6, les événements $A = \{obtenir\ un\ diviseur\ de\ six\}$ *et* $B = \{obtenir\ un\ nombre\ pair\}$

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B) = \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

La probabilité que l'un ou l'autre ou les deux événements (A et B) se réalisent peut-être traduite à l'aide du connecteur logique « ou ». L'événement A doit se réaliser OU l'événement B doit se réaliser et on enlève les événements qui se répètent.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple : $A = \{obtenir\ un\ diviseur\ de\ six\}$ *ou* $A = \{obtenir\ un\ nombre\ pair\}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Exemple : prenons l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé et une pièce de monnaie simultanément.

a) Détermine l'ensemble des résultats Ω

$\{1P, 1F, 2P, 2F, 3P, 3F, 4P, 4F, 5P, 5F, 6P, 6F\}$

b) Détermine les probabilités suivantes :

i) Obtenir un nombre pair et une face. $P(\text{pair et face}) = \frac{3}{6} \times \frac{6}{12} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$

ii) Obtenir un 2 ou un 4. $P(2 \text{ ou } 4) = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} - \frac{0}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

iii) Obtenir un nombre pair ou une face $P(\text{pair ou } F) = \frac{6}{12} + \frac{6}{12} - \frac{3}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Exemple 2 : On a placé dans un sac les trois lettres suivantes : A, B, C. Prenons l'expérience qui consiste à lancer une pièce de monnaie et par la suite piger une lettre dans le sac.

Détermine l'ensemble des résultats possibles : $A = \{AP, AF, BP, BF, CP, CF\}$

a) Quelle est la probabilité d'obtenir « pile » et « B »? (fais le calcul et vérifie dans ton ensemble de résultats ensuite) $P(\text{Pile et } B) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) Quelle est la probabilité d'obtenir « A » ou « B »?

$P(A \text{ ou } B) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{0}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) Quelle est la probabilité d'obtenir « face » ou « B »?

$P(\text{Face ou } B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

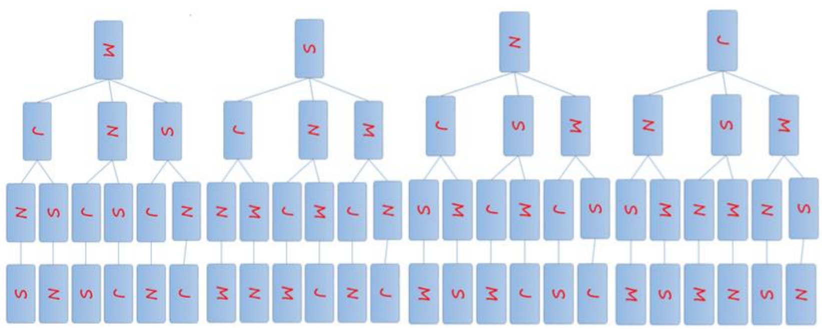
Exercices :

1. Michel fait piger à sa sœur une carte dans un jeu de cartes (52 cartes)
   On considère les deux événements suivants :
   A : piger un deux
   B : piger une carte de pique

   a) Trouve P(A) $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ b) Trouve P(A et B) $= \frac{4}{52} \times \frac{13}{52} = \frac{1}{52}$

   c) Trouve P(A ou B) $= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

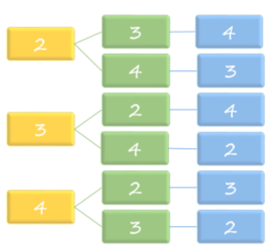
2. Au camp de jour, une monitrice doit former un rang avec quatre jeunes : Marie, Sophie, Nicolas et Jasmin. Combien de possibilités s'offrent à elle si Nicolas et Jasmin ne peuvent être placés côte à côte? (il serait bon d'utiliser un diagramme en arbre)



12 possibilités

3. On a placé les chiffres suivants dans un sac : 2, 3, 4. On pige les 3 chiffres du sac successivement et sans remise. On note le nombre obtenu.

   a) Quels sont les résultats possibles de cette expérience?



$\Omega = \{234, 243, 324, 342, 423, 432\}$

   b) Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 432? $\frac{1}{6}$

   c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 300? $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

   d) Lequel de ces événements a le plus de chances de se produire si on garde le même sac de chiffres?

   A : Obtenir un nombre pair en tirant 2 chiffres du sac, successivement et sans remise.
   Ou
   B : Obtenir un nombre pair en tirant 3 chiffres du sac, successivement et sans remise.

   $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

4. Voici le cadenas de Jérôme.

a) Combien de combinaison sont possibles avec ce cadenas?

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ combinaisons

b) Jérôme se rappelle que les quatre chiffres de la combinaison du cadenas sont 5, 7, 8, 9, mais il ne sait plus quel chiffre est associé à quelle roulette. Quel est le nombre maximum de combinaisons différentes qu'il doit essayer avant de parvenir à ouvrir son cadenas? $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ combinaisons

5. De tous les nombres formés de quatre chiffres différents, combien sont impairs?

4e 1er 2e 3e

5 choix 8 choix 8 choix 7 choix

$5 \times 8 \times 8 \times 7 = 2240$

Le premier chiffre ne peut pas être 0, donc il y a 2240 nombres impairs formés de 4 nombres différents.

6. L'alphabet hawaïen est constitué des douze lettres suivantes. Avec ces lettres, combien peut-on former de mots de trois lettres (réels ou fictifs) :

A	E	I	O
U	H	K	L
M	N	P	W

a) Avec une voyelle au centre (sans remise)?

2e 1ère 3e

5 11 10

$5 \times 11 \times 10 = 550$ mots

b) Dont les trois lettres sont différentes (avec remise)?

1ère 2e 3e

12 11 10

$12 \times 11 \times 10 = 1320$ mots

7. Quelle est la probabilité que la date d'une journée choisie au hasard soit un nombre impair?

Janvier, mars, mai, juillet, août, octobre et décembre	31 jours dont 16 impairs
Février	28 jours dont 14 im pairs
Avril, juin, septembre et novembre	30 jours dont 15 impairs

Année non bissextile

$$\frac{7 \times 16 + 4 \times 15 + 14}{365} = \frac{186}{365}$$

Année bissextile

$$\frac{7 \times 16 + 5 \times 15}{365} = \frac{187}{365}$$

8. En Amérique du Nord, tous les numéros de téléphone ont la même structure : un indicatif régional de trois chiffres suivi d'un groupe de trois chiffres, puis d'un groupe de quatre chiffres.

Jusqu'en 1998, les numéros de téléphone étaient de la forme (NYX) NNX-XXXX, où $X \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $Y \in \{0,1\}$ et $N \in \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Depuis 1998, les numéros sont de la forme (NXX) NXX-XXXX. Combien de numéros additionnels ont été créés à la suite de ce changement.

Nombre de numéros jusqu'en 1998

$8 \times 2 \times 10 \times 8 \times 8 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1024000000$

Nombre de numéros depuis 1998

$8 \times 10 \times 10 \times 8 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 6400000000$

$6400000000 - 1024000000 = 5376000000$ numéros additionnels

9. Le sac de Julie contient cinq bonbons rouges, deux blancs, trois verts, quatre noirs et un jaune. Julie tire deux bonbons au hasard et note leur couleur. Énumère tous les résultats possibles.

$\Omega = \{(R,R),(R,B),(R,V),(R,N),(R,J),(B,B),(B,V),(B,N),(B,J),(V,V),(V,N),(V,J),(N,N),(N,J)\}$

10. Vrai ou faux? Justifie tes réponses.

a) Deux événements complémentaires sont nécessairement incompatibles.

Vrai – car ils n'ont pas de résultats communs. Leurs événements ne peuvent pas se réaliser en même temps.

b) Deux événements indépendants sont nécessairement compatibles.

Faux – comme exemple, obtenir un 0 et obtenir un nombre inférieur à 3. Ces événements sont indépendants et incompatibles.

11. On estime à 13% la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population soit gauchère. Dans un groupe de trois amis, quelle est la probabilité :

a) Qu'aucun ne soit gaucher? $\frac{87}{100} \times \frac{87}{100} \times \frac{87}{100} = \frac{658503}{1000000} = 65,9\%$

b) Que les trois amis soient gauchers? $\frac{13}{100} \times \frac{13}{100} \times \frac{13}{100} = \frac{2197}{1000000} = 0,22\%$

c) Qu'il y ait un seul gaucher?

$$\left(\frac{13}{100} \times \frac{87}{100} \times \frac{87}{100}\right) + \left(\frac{87}{100} \times \frac{13}{100} \times \frac{87}{100}\right) + \left(\frac{87}{100} \times \frac{87}{100} \times \frac{13}{100}\right) = \frac{295291}{1000000} = 29,52\%$$

12. On effectue l'expérience aléatoire qui consiste à lancer simultanément une pièce de monnaie et un dé à six faces.

a) Représente Ω à l'aide d'un diagramme en arbre.

$\Omega = \{(P,1),(P,2),(P,3),(P,4),(P,5),(P,6),(F,1),(F,2),(F,3),(F,4),(F,5),(F,6)\}$

b) Quelle est la probabilité :

i) D'obtenir le côté face et un nombre pair? $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

ii) D'obtenir le côté pile ou le nombre 5? $\frac{6}{12} + \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

13. On lance deux dés à six faces. À l'aide d'un diagramme en arbre, détermine :

a) La somme la plus probable; b) le produit le plus probable.

somme	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

somme de 7

produit	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Produit de 6 et de 12

14. Karine lance deux dés à six faces et note les nombres obtenus. Quelle est la probabilité des événements suivants?

différence	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

a) A = {Obtenir un total de 9}= $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) B = {Obtenir une différence de 3 en soustrayant le plus petit nombre du plus grand nombre} $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) C = {Obtenir un total inférieur à 4} $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

15. Lucas a inscrit les chiffres de 0 à 9 ainsi que les six voyelles de l'alphabet sur des bouts de papier qu'il a mis dans un chapeau. Il effectue l'expérience aléatoire qui consiste à tirer deux bouts de papier (sans remise). Quelle est la probabilité des événements suivants?

a) A = {Tirer une lettre suivie d'un chiffre} $\frac{6}{16} \times \frac{10}{15} = \frac{60}{240} = \frac{1}{4}$

b) B = {Tirer une lettre et un chiffre} $\frac{6}{16} \times \frac{10}{15} + \frac{10}{16} \times \frac{6}{15} = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$

c) C = {Tirer deux lettres} $\frac{6}{16} \times \frac{5}{15} = \frac{30}{240} = \frac{1}{8}$

d) D = {Tirer un multiple de 2 et une voyelle} $\frac{4}{16} \times \frac{6}{15} + \frac{6}{16} \times \frac{4}{15} = \frac{48}{240} = \frac{1}{5}$

e) E = {Tirer deux multiples de 3} $\frac{3}{16} \times \frac{2}{15} = \frac{6}{240} = \frac{1}{40}$

16. Dans le groupe de mathématique de Tania et Mike, il y a 20 garçons et 12 filles. Aujourd'hui, l'enseignante forme des équipes de deux en tirant d'une boîte deux noms à la fois.

a) Quel type d'équipe, mixte ou non-mixte, a la plus grande probabilité d'être formé en premier? Vérifie ta réponse à l'aide de calculs.

Soit les événements suivants :

A = {Tirer un garçon suivi d'une fille}	$\frac{20}{32} \times \frac{12}{31} = \frac{240}{992} = \frac{15}{62}$
B = {Tirer une fille suivie d'un garçon}	$\frac{12}{32} \times \frac{20}{31} = \frac{240}{992} = \frac{15}{62}$
C = {Tirer deux garçons}	$\frac{20}{32} \times \frac{19}{31} = \frac{380}{992} = \frac{95}{248}$
D = {Tirer deux filles}	$\frac{12}{32} \times \frac{11}{31} = \frac{132}{992} = \frac{33}{248}$
M = {Tirer une équipe mixte}	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{240}{992} + \frac{240}{992} = \frac{480}{992} = \frac{15}{31}$
N = {Tirer une équipe non mixte}	$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = \frac{380}{992} + \frac{132}{992} = \frac{512}{992} = \frac{16}{31}$

Plus de probabilité d'avoir une équipe non mixte.

b) Quelle est la probabilité que Mike et Tania forment une équipe? $\frac{1}{32} \times \frac{1}{31} + \frac{1}{32} \times \frac{1}{31} = \frac{1}{496}$

17. Paul-André s'exerce au basketball. Quand il réussit un lancer franc, il prend de l'assurance, et la probabilité de réussir le lancer suivant est de 65%. Lorsqu'il rate un lancer, la probabilité de réussir le lancer suivant est de 40%.
    a) Quelle est la probabilité que Paul-André réussisse deux lancers francs de suite après un lancer réussi? $65\% \times 65\% = 42,25\%$
    b) Quelle est la probabilité qu'il réussisse deux lancers francs de suite après un lancer raté? $40\% \times 65\% = 26\%$

18. Pour chacune des expériences aléatoires suivantes, indique si les événements A et B sont compatibles ou incompatibles. S'ils sont compatibles, trouve au moins un résultat qu'ils ont en commun.

Compatibles ou incompatibles	Expérience aléatoire	Événements
Incompatibles	a) Lancer deux dés à six faces	A = {Obtenir deux nombres identiques} B = {Obtenir un total de 11}
Compatibles – 7 de trèfle	b) Tirer une carte d'un jeu de 52 cartes	A = {Obtenir une carte de trèfle} B = {Obtenir un sept}
Compatibles – 91, 93, 95, 97, 99	c) Choisir au hasard un nombre naturel plus petit que 100	A = {Obtenir un nombre impair} B = {Obtenir un nombre plus grand que 90}
Incompatibles	d) Lancer deux pièces de monnaie	A = {Obtenir deux côtés face} B = {Obtenir deux côtés pile}

19. Dans le jeu « Entre les deux », on distribue trois cartes d'un jeu de 52 cartes. Pour gagner, la valeur de la troisième carte doit se situer entre les valeurs des deux premières. L'as vaut 1, le valet, 11, la dame, 12 et le roi, 13.
    Quelle est la probabilité de gagner si les deux premières cartes sont :
    a) Un 2 et un 6? $\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$ b) Un 7 et un 8? $\frac{0}{50}$ c) Un 5 et une dame? $\frac{24}{50} = \frac{12}{25}$

20. On effectue l'expérience aléatoire qui consiste à tirer une carte d'un jeu de 52 cartes. On s'intéresse aux événements suivants.

A = {obtenir une figure}

B = {obtenir une carte de cœur}

C = {obtenir une carte noire}

a) Décris l'événement complémentaire à l'événement C.
   $C' = \{\text{Obtenir une carte rouge}\}$ Exemple : Obtenir une carte entre 6 et 9
b) Décris un événement incompatible avec l'événement A. ex : obtenir un nombre inférieur à 10.

c) Les événements A et B sont-ils compatibles? Justifie ta réponse. Oui, on peut avoir une figure de cœur.

d) Calcule :

1) P(A) $\frac{12}{52}=\frac{1}{13}$ 2) P(B′) $\frac{39}{52}=\frac{3}{4}$ 3) P(A ∩ C) $\frac{6}{52}=\frac{3}{26}$

4) P(A′ ∩ C) $\frac{20}{52}=\frac{5}{13}$ 5) P(B ∪ C) $\frac{13}{52}+\frac{26}{52}-\frac{0}{52}=\frac{39}{52}=\frac{3}{4}$

21. Les chaussettes de l'archiduchesse sont sèches ou archi-sèches. On calcule que la probabilité de tirer deux chaussettes qui soient toutes les deux archi-sèches est de $\frac{21}{136}$. Détermine le nombre de chaussettes sèches et le nombre de chaussettes archi-sèches de l'archiduchesse.

X : nombre de chaussettes sèches Y : nombre de chaussettes archi-sèches	$\frac{y}{x+y}\times\frac{y-1}{x+(y-1)}+\frac{y}{x+y}\times\frac{y-1}{x+(y-1)}=\frac{21}{136}=\frac{42}{272}$ $6\times 7=42$ donc 7 pairs de archi – sèches $272=16\times 17$ donc 10 pairs de sèches

22. Dominique inscrit les 26 lettres de l'alphabet sur des morceaux de papier identiques. Elle met les 26 papiers dans un sac, les mélange, puis en tire un. Quelle est la probabilité que les événements suivants se réalisent?

a) A = {tirer une voyelle} $\frac{6}{26}=\frac{3}{13}$

b) B = {tirer une consonne} $\frac{20}{26}=\frac{10}{13}$

c) C = {tirer une lettre de son prénom} $\frac{8}{26}=\frac{4}{13}$

d) D = {tirer une consonne qui ne soit pas une lettre de son prénom} $\frac{16}{26}=\frac{8}{13}$

e) E = {tirer une lettre de son prénom ou une voyelle} $\frac{8}{26}+\frac{6}{26}-\frac{4}{26}=\frac{10}{26}=\frac{5}{13}$

23. a) Patrick et Mario mettent les 16 boules d'un petit jeu de billard dans un sac. Ils inventent le jeu suivant.

- Patrick doit tirer cinq boules sans remise. Il gagne s'il tire la boule blanche.
- Mario doit tirer trois boules sans remise. Il gagne s'il tire la boule blanche ou la boule noire, mais pas s'il tire la boule noire et la boule blanche.

Déterminer qui a la plus grande probabilité de gagner.

Patrick

$$P(\text{Blanche 1er tirage}) + P(\text{Blanche 2e tirage}) + P(\text{Blanche 3e tirage}) + P(\text{Blanche 4e tirage}) + P(\text{Blanche 5e tirage})$$

$$\frac{1}{16} + \frac{15}{16}\times\frac{1}{15} + \frac{15}{16}\times\frac{14}{15}\times\frac{1}{14} + \frac{15}{16}\times\frac{14}{15}\times\frac{13}{14}\times\frac{1}{13} + \frac{15}{16}\times\frac{14}{15}\times\frac{13}{14}\times\frac{12}{13}\times\frac{1}{12} = \frac{5}{16}$$

Mario

$$P(B(1er)\text{ pas }N) + P(B(2e)\text{ pas }N) + P(B(3e)\text{ pas }N) + P(N(1er)\text{ pas }B) + P(N(2e)\text{ pas }B) + +P(N(3e)\text{ pas }B)$$

$$\left(\frac{1}{16}+\frac{14}{15}+\frac{13}{15}\right)+\left(\frac{14}{16}+\frac{1}{15}+\frac{13}{14}\right)+\left(\frac{14}{16}+\frac{13}{15}+\frac{1}{14}\right)+\left(\frac{1}{16}+\frac{14}{15}+\frac{13}{15}\right)+\left(\frac{14}{16}+\frac{1}{15}+\frac{13}{14}\right)+\left(\frac{14}{16}+\frac{13}{15}+\frac{1}{14}\right)=\frac{1092}{3360}=\frac{13}{40}$$

Mario a plus de probabilités de gagner.

b) Patrick et Mario remettent ensuite toutes les boules dans le sac et s'amusent à deviner le numéro de la boule qu'Ils tirent au hasard.

Quelle est la probabilité que les événements suivants se réalisent?

i) A = {Tirer une boule dont le numéro est pair} $\frac{7}{16}$

ii) B = {Tirer une boule dont le numéro est inférieur à neuf} $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

iii) C = {Tirer une boule dont le numéro est inférieur à neuf ou est pair}

$$\frac{8}{16} + \frac{7}{16} - \frac{4}{16} = \frac{11}{16}$$

iv) D = {Tirer une boule dont le numéro est une multiple de trois et est impair} $\frac{3}{16}$

Probabilité complémentaire

En probabilité, certains types de problèmes peuvent être efficacement résolus au moyen d'une stratégie de raisonnement probabiliste.

Stratégie 1 : calculer la probabilité de l'événement complémentaire

Pour calculer la probabilité d'un événement A, il est souvent efficace de calculer d'abord la probabilité de l'événement complémentaire à l'événement en question. Puisque la somme des probabilités d'événements complémentaires est égale à 1.

Soit A et A', deux événements complémentaires,

$P(A) + P(A') = 1$, donc

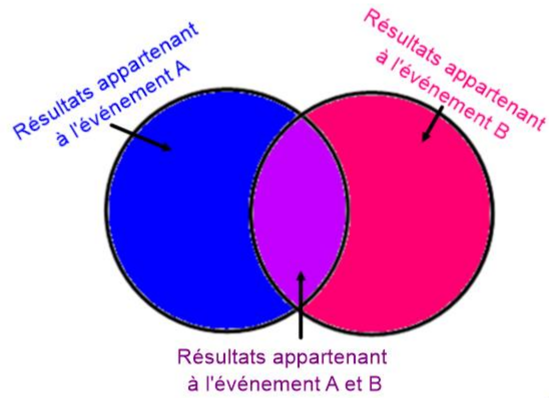
$P(A) = 1 - P(A')$

Cette stratégie est particulièrement utile lorsque l'événement en question est décrit à l'aide de certaines expressions traduisant une inégalité, comme « au moins un ».

Exemple : Soit l'expérience aléatoire (sans remise) « Tirer trois cartes d'un jeu de 52 cartes ». Quelle est est la probabilité que l'événement A = {Obtenir au moins une figure} se réalise?

Étape	Exemple
1) **Déterminer l'événement complémentaire à l'événement en question**	Soit l'événement A= {Obtenir au moins une figure} L'événement complémentaire A'= {ne pas obtenir de figure}
2) **Calculer la probabilité que l'événement complémentaire se réalise.**	Il y a 12 figures dans un jeu de 52 cartes, donc 40 cartes ne sont pas des figures. $P(A') = \frac{40}{52} \times \frac{39}{51} \times \frac{38}{50} = \frac{59280}{132600} = \frac{38}{85}$
3) **Calculer la probabilité que l'événement en question se réalise.**	$P(A) = 1 - P(A')$ $P(A) = 1 - \frac{38}{85} = \frac{47}{85}$

Stratégie 2 : Représenter les événements compatibles dans un diagramme de Venn

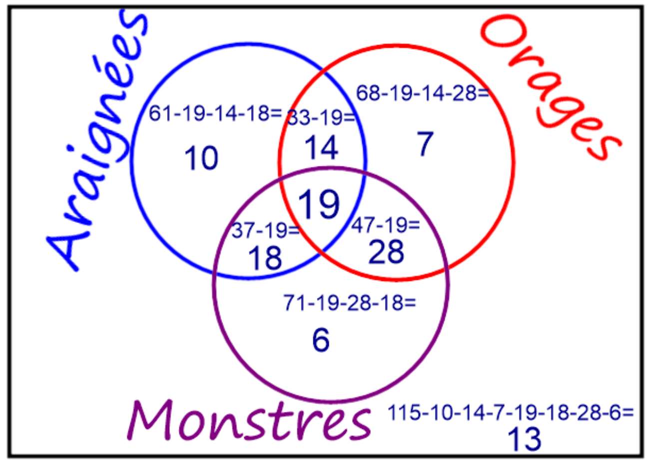


Le diagramme de Venn comporte une région où peuvent être placés les résultats communs aux événements compatibles.

Exemple :

Les enfants ont souvent des peurs qui disparaissent progressivement à mesure qu'ils vieillissent. Voici la compilation de 115 enfants de la maternelle.

Peur	Nombre d'enfants
Araignées	61
Orages	68
Monstres	71
Araignées et monstres	37
Orages et monstres	47
Araignées et orages	33
Araignées, orages et monstres	19

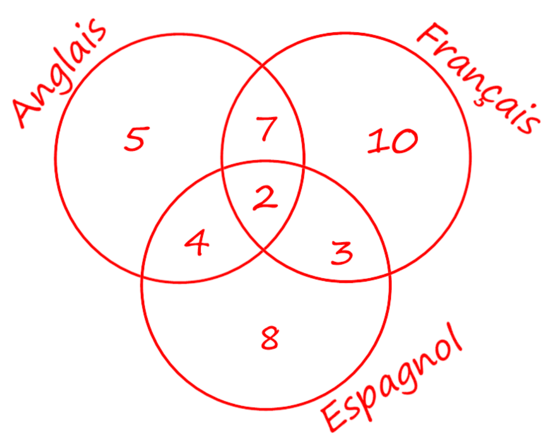


On commence par placer le nombre d'éléments communs dans les 3 ensembles, ensuite dans les ensemble 2 à 2 et ensuite chaque ensemble. Il ne faut pas oublier de tenir compte du total qu'il doit y avoir dans chaque groupe.

Combien d'enfants n'ont peur ni d'araignées, ni des montres, ni des orages?

13 enfants.

Exemple : Dans un bureau touristique, il y a 18 employés qui parlent anglais, 22 parlent français, 17 parlent l'espagnol, 9 parlent anglais et français, 6 parlent anglais et espagnol, 5 parlent français et espagnol et 2 parlent les trois langues.



a) Combien de ces personnes parlent juste anglais? 5 employés

b) Combien d'employés sont-ils? $5 + 7 + 10 + 4 + 2 + 3 + 8 = 39$ employés

Exercice :

1. Sans utiliser le connecteur logique « ne pas », détermine l'événement complémentaire à chacun des événements suivants :

   a) A = {Obtenir un nombre pair en lançant un dé}

      A' = {Obtenir un nombre impair en lançant un dé}

   b) B = {Avoir au moins trois craies sur le bord d'un tableau}

      B' = {Avoir moins de trois craies sur le bord d'un tableau}

   c) C = {Arriver à un feu de circulation qui est rouge}

      C'= {Arriver à un feu de circulation qui est vert ou jaune}

2. Marie lance quatre fois une pièce de monnaie. Quelle est la probabilité :

$$\left\{\begin{matrix} FFFF, FFFP, FFPF, FFPP, FPFF, FPFP, FPPF, FPPP \\ PPPP, PPPF, PPFP, PPFF, PFPP, PFPF, PFFP, PFFF \end{matrix}\right\}$$

   a) Que la pièce tombe au moins une fois du côté pile?

$$P(\text{aucun pile}) = \frac{1}{16} \qquad P(\text{au moins 1 pile}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

   b) Que la pièce tombe au moins trois fois du côté face?

$$P(3 \times \text{face ou } 4 \times \text{face}) = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

3. Les probabilités qu'il y ait des précipitations sont de 70% pour demain et de 30% pour après-demain. Quelle est la probabilité qu'il y ait des précipitations au moins une des deux journées? On suppose que les événements A = {Avoir des précipitations demain} et B = {avoir des précipitations après-demain} sont indépendants.

$$P(\text{pas demain et pas après} - \text{demain}) = 30\% \times 70\% = 21\%$$

$$P(\text{au moins 1 journée}) = 1 - 21\% = 79\%$$

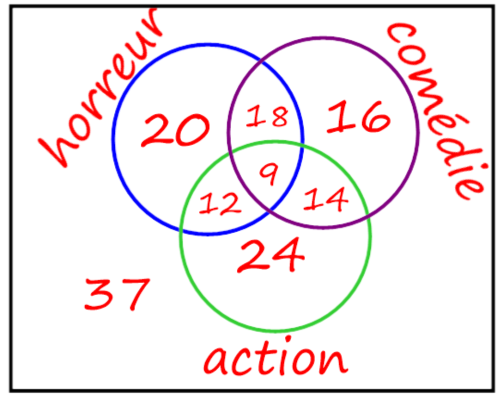
OU

$$P(\text{demain, pas après} - \text{demain}) + P(\text{pas demain mais après} - \text{demain}) + P(\text{demain et après demain})$$

$$70\% \times 70\% + 30\% \times 30\% + \times 70\% \times 30\% = 79\%$$

4. On a demandé aux 150 élèves de la première année du 2e cycle d'une école secondaire quels genres de films ils ont vus au cours des trois derniers mois. Les élèves pouvaient choisir plus d'une réponse. Voici un tableau qui présente les résultats de ce sondage :

Genre de film	Effectif
Horreur	59
Comédie	57
Action	59
Horreur et comédie	27
Horreur et action	21
Comédie et action	23
Horreur, comédie et action	9



a) Combien d'élèves n'ont vu qu'un seul genre de film au cours des trois derniers mois? 60 élèves

b) Combien d'élèves ont seulement vu un film d'horreur au cours des trois derniers mois? 20 élèves

c) Combien d'élèves n'ont pas vu un film d'action, d'horreur ou de comédie au cours des trois derniers mois? 37 élèves

5. On lance trois dés. Calcule la probabilité :

a) D'obtenir au moins un 5;

$$P(\text{aucun } 5) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$P(\text{au moins un } 5) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

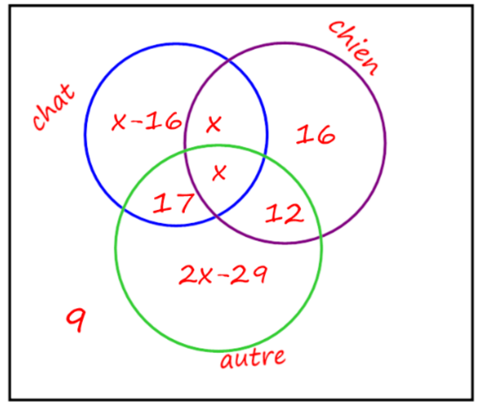
b) De ne pas obtenir un 1; $P(\text{aucun}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} + = \frac{125}{216}$

c) D'obtenir seulement des nombres pairs ou seulement des nombres premiers?

$$P(\text{seulement pairs ou premiers}) = \left(\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6}\right) - \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{53}{216}$$

6. Dany a trouvé une façon originale de présenter les résultats d'un sondage qu'il a mené auprès de 109 personnes.
Selon les résultats du sondage de Dany, combien de personnes ont seulement un chat à la maison?

À la maison, avez-vous un chien, un chat, un autre animal de compagnie ou aucun animal?	
Animaux	**Effectif**
Chien, chat et autre animal de compagnie	x
Chien et chat	$2x$
Chat et autre animal de compagnie	$x + 17$
Chien et autre animal de compagnie	$x + 12$
Autre animal de compagnie	$3x$
Chat	$3x + 1$
Chien	$2x + 28$
Aucun animal de compagnie	9

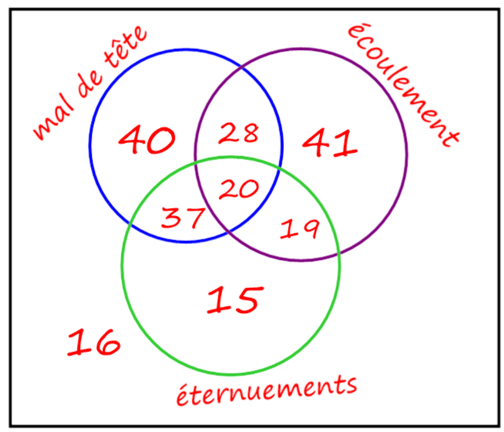


$$109 = x - 16 + x + x + 16 + 17 + 12 + 2x - 29 + 9$$
$$100 = 5x$$
$$x = 20$$

$$\text{Chat} = 20 - 16 = 4 \text{ personnes}$$

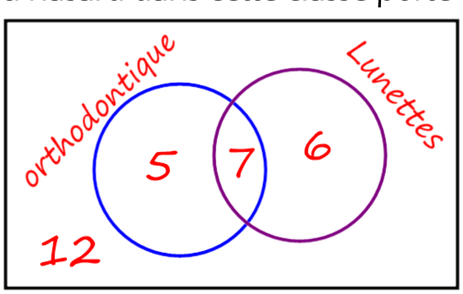
7. On a demandé à des personnes quels étaient le ou les symptômes qui les incommodaient le plus quand elles avaient le rhume ou la grippe. Voici les réponses obtenues. Combien de personnes ont été interrogées?

Symptômes	Effectif
Mal de tête	125
Écoulement nasal	108
Éternuements	91
Mal de tête et écoulement nasal	48
Mal de tête et éternuements	57
Écoulement nasal et éternuements	39
Mal de tête, écoulement nasal et éternuements	20
Autres symptômes	16



$$\text{Total} = 40 + 28 + 41 + 37 + 20 + 19 + 15 + 16 = 216 \text{ personnes}$$

8. Dans une classe de 30 élèves, 12 portent un appareil orthodontique, 13 portent des lunettes et 12 ne portent ni appareil orthodontique ni lunettes. Quelle est la probabilité qu'un élève pris au hasard dans cette classe porte des lunettes et un appareil orthodontique?



$$P(\text{Lunette et orthodontique}) = \frac{7}{30}$$