Mathématiques 30231BC

Bloc 2

Régularités et algèbre

3 – Exploiter des relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Analyser diverses caractéristiques de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Modes de représentation
    - *Situation*
    - *Table des valeurs*
    - *Graphique*
    - *Équation*
- Propriétés d'une fonction
    - Domaine et image
    - Valeur initiale
    - Zéro (s)
    - Extrema relatifs et extremum absolu (maximum et minimum)
    - Équation de l'axe de symétrie
    - Variation (croissante et décroissante)
    - Coordonnées du sommet
    - Ordonnée et abscisse (s) à l'origine
    - Signe (positif et négatif)

3.2 Modéliser des situations à l'aide de fonctions affines et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

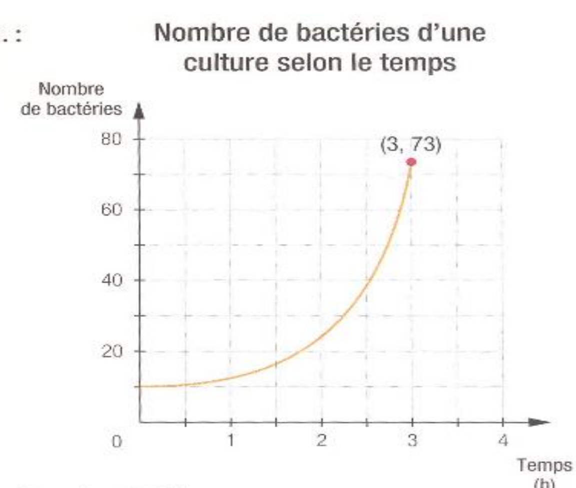
- Par parties

Domaine et image :

Le domaine d'une fonction est l'ensemble des valeurs que prend la variable indépendante.

Le codomaine ou l'image d'une fonction est l'ensemble des valeurs que prend la variable dépendante.

Ex. :



Domaine : [0, 3] h
Codomaine : {10, 11, 12, ..., 73} bactéries

Variation : croissante, décroissante et constante

Sur un intervalle du domaine, une fonction est :

- Croissante lorsqu'une variation positive ou négative de la variable indépendante entraîne, respectivement, une variation positive ou négative de la variable dépendante ;
- Décroissante lorsqu'une variation positive ou négative de la variable indépendante entraîne, respectivement, une variation négative ou positive de la variable dépendante ;
- Constante lorsqu'une variation de la variable indépendante n'entraîne aucune variation de la variable dépendante

Ex. :

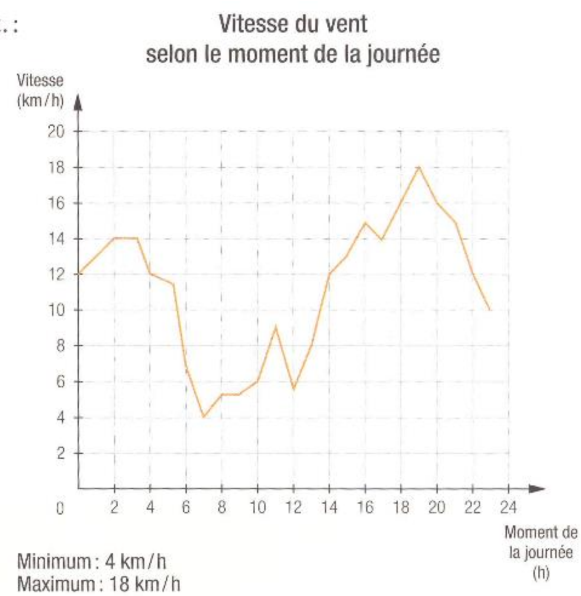
Croissance : [0, 10] min
Constance : [3, 10] min
Décroissance : [3, 15] min

Extremums : minimum et maximum

Le minimum d'une fonction est la plus petite valeur que prend la variable dépendante.

Le maximum d'une fonction est la plus grande valeur que prend la variable dépendante.

Ex. :



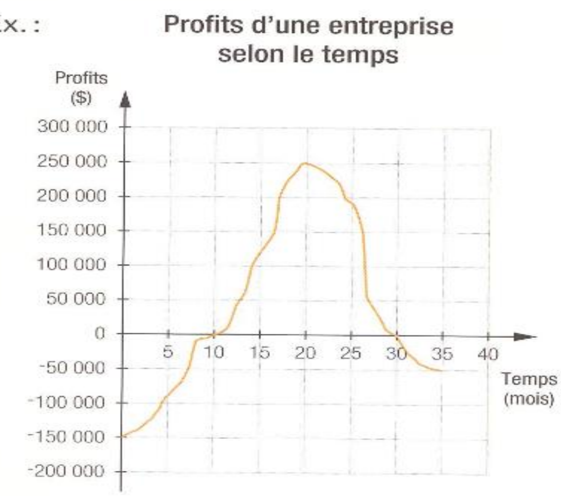
Minimum : 4 km/h
Maximum : 18 km/h

Signe : positif ou négatif

Sur un intervalle du domaine, une fonction est :

- Positive si les valeurs de la variable dépendante sont positives ;
- Négative si les valeurs de la variable dépendante sont négatives.

Ex. :



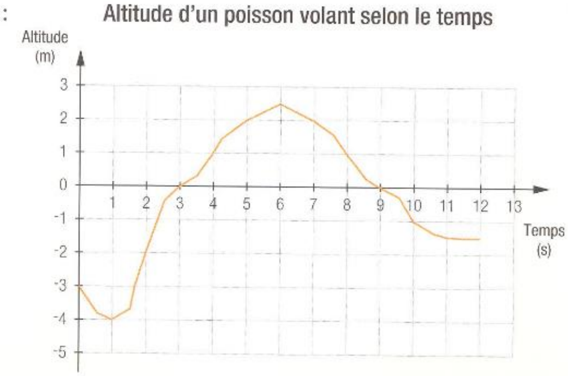
Négatif : [0, 10] ∪ [30, 35] mois
Positif : [10, 30] mois

Coordonnées à l'origine : abscisse à l'origine (zéro) et ordonnée à l'origine (valeur initiale)

Un zéro d'une fonction est une valeur de la variable indépendante lorsque celle de la variable dépendante est zéro. Graphiquement, un zéro correspond à une abscisse à l'origine, c'est-à-dire l'abscisse d'un point d'intersection de la courbe et de l'axe des abscisses.

La valeur initiale d'une fonction est la valeur de la variable dépendante lorsque celle de la variable indépendante est zéro. Graphiquement, la valeur initiale correspond à l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire l'ordonnée du point d'intersection de la courbe et de l'axe des ordonnées.

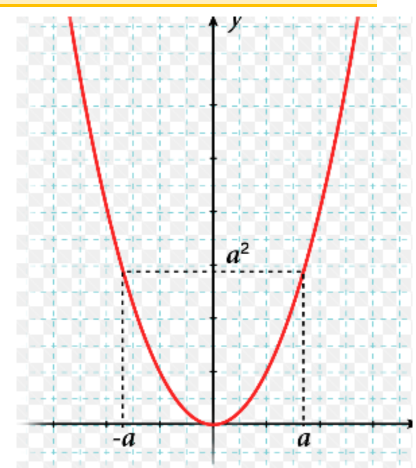
Ex. :



Zéros : 3 s et 9 s
Valeur initiale : -3 m

Propriétés	Axe des x	Axe des y
Domaine	Intervalle en fonction des x	
Image		Intervalle en fonction des y
Zéros de la fonction	Valeurs où le graphique touche l'axe des x (lorsque y = 0)	
Croissance	Intervalle de x où la valeur de y augmente de gauche à droite	
Décroissance	Intervalle de x où la valeur de y diminue de gauche à droite	
Fonction positive	Intervalle où le graphique touche ou est au-dessus de l'axe des x	
Fonction négative	Intervalle où le graphique touche ou est au-dessous de l'axe des x	
Fonction nulle	Valeurs de x	
Valeur initiale		Valeur où le graphique touche l'axe des y (lorsque x = 0)
Maximum		Valeurs de y supérieure à toutes les autres
Minimum		Valeurs de y inférieures à toutes les autres

L'équation de l'axe de symétrie sera de x = h, quand on a exactement la même chose de chaque côté de cet axe.

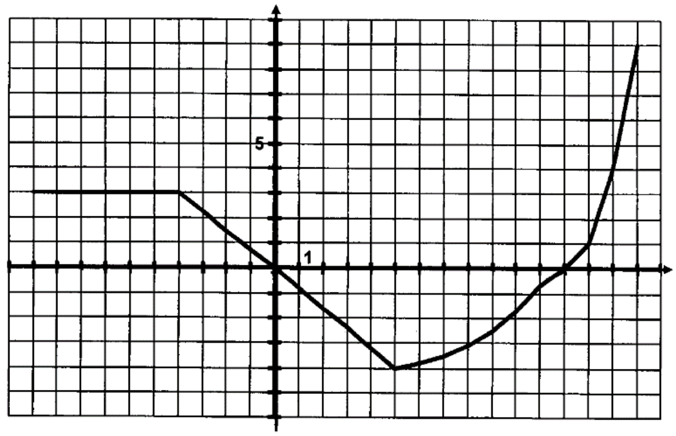


Mathématiques 30231BC

Exercices

1. Donne le domaine, l'image, les extrêmums, l'intervalle de croissance, l'intervalle de décroissance, l'intervalle positive, l'intervalle négative, la valeur initiale, zéro.

a)



$D = [-10, 15]$

$I = [-4, 9]$

minimum de $(5, -4)$

maximum de $(15, 9)$

$\nearrow [5, 15]$ $\searrow [-10, 5]$

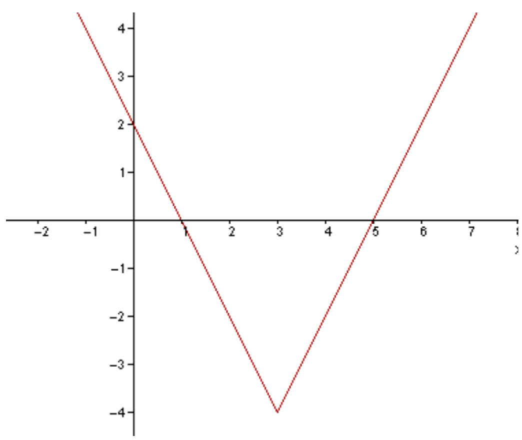
$+ [-10, 0] \cup [12, 15]$

$- [0, 12]$

valeur initiale $= 0$

zéro $= 0$ et 12

b)



$D =]-\infty, +\infty[$

$I =]-\infty, +\infty[$

minimum de $(3, -4)$

$\nearrow [3, +\infty[$ $\searrow]-\infty, 3]$

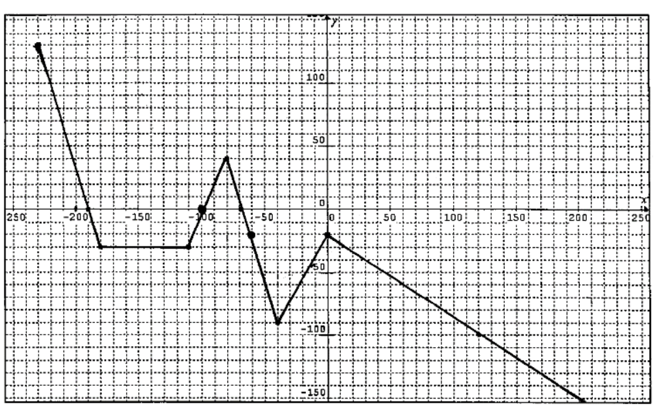
$+]-\infty, 1] \cup [5, \infty[$

$- [1, 5]$

valeur initiale $= 2$

zéro $= 1$ et 5

c)



$D = [-230, 200]$

$I = [-150, 130]$

minimum de $(200, -150)$

maximum de $(-230, 130)$

$\nearrow [-180, -80] \cup [-40, 0]$

$\searrow [-230, -110] \cup [-80, -40] \cup [0, 200]$

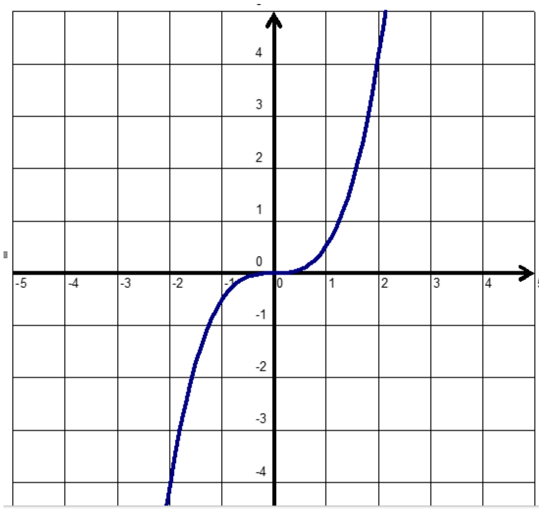
$+ [-230 - 190] \cup [-100, -70]$

$- [-190, -100] \cup [-70, -200]$

valeur initiale $= -20$

zéro $= -190$ et -100

d)



$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-\infty, \infty[$

aucun minimum ou maximum

$\nearrow]-\infty, \infty[$

$\searrow$ jamais

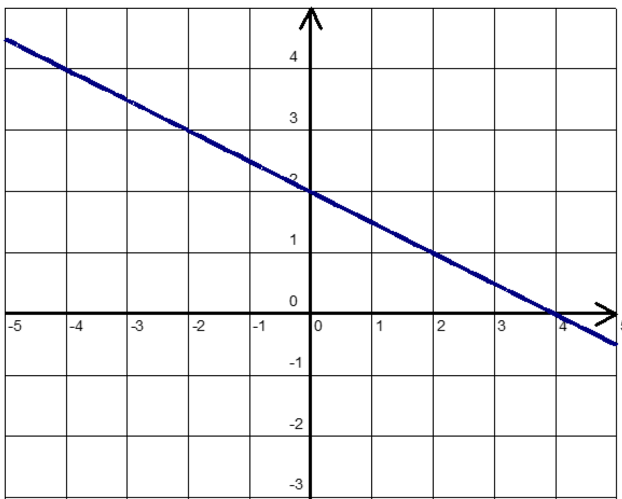
$+ [0, \infty[$

$-]-\infty, 0]$

valeur initiale $= 0$

zéro $= 0$

e)



$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-\infty, \infty[$

aucun minimum ou maximum

$\nearrow$ jamais

$\searrow]-\infty, \infty[$

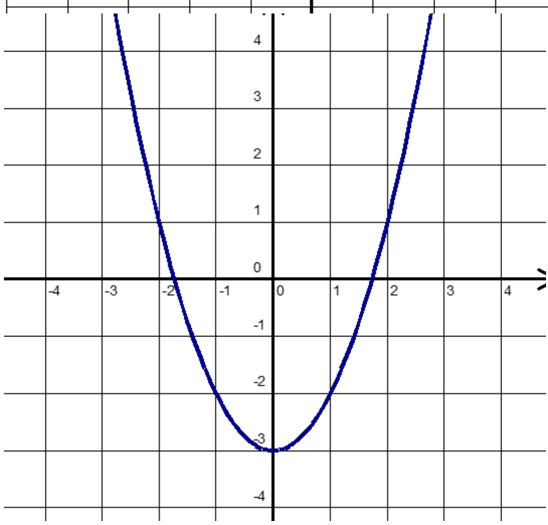
$+]-\infty, 4]$

$- [4, \infty[$

valeur initiale $= 2$

zéro $= 4$

f)



$D =]-\infty, \infty[$

$I = [-3, \infty[$

minimum $(0, -3)$

$\nearrow [-3, \infty[$

$\searrow]-\infty, 0]$

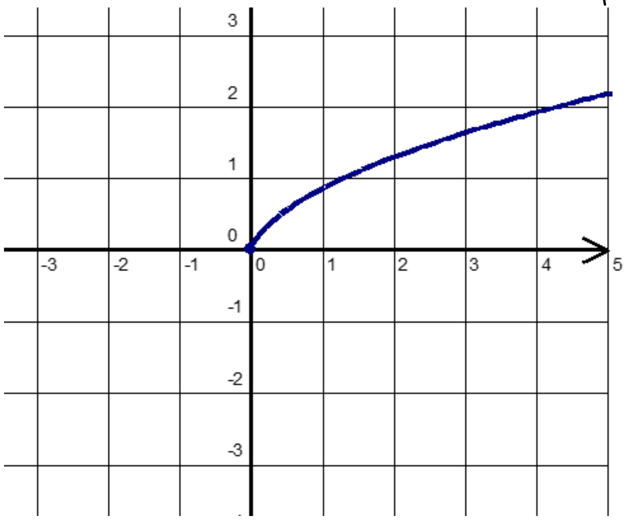
$+]-\infty; -1,8] \cup [1,8; \infty[$

$- [-1,8; 1,8]$

valeur initiale $= -3$

zéro $= -1,8$ et $1,8$

g)



$D = [0, \infty[$

$I = [0, \infty[$

minimum $(0,0)$

$\nearrow [0, \infty[$

$\searrow$ jamais

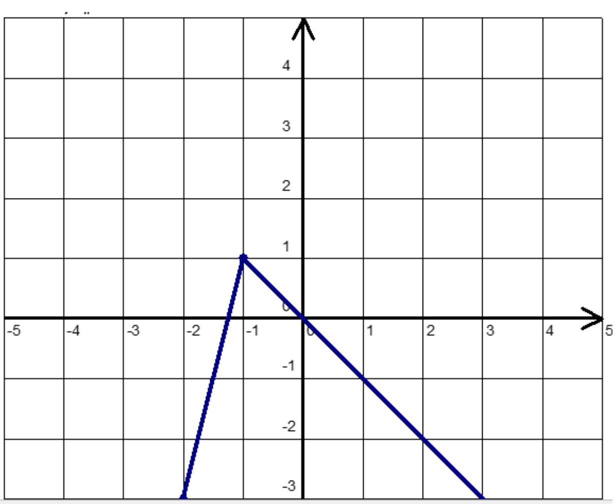
$+ [0, \infty[$

$-$ jamais

valeur initiale $= 0$

zéro $= 0$

h)



$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-\infty, 1]$

maximum $(-1, 1)$

$\nearrow]-\infty, -1]$

$\searrow [-1, \infty[$

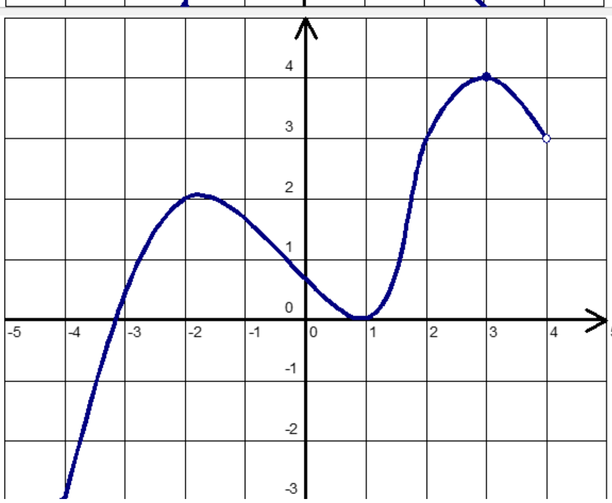
$+ [-1,2; 0]$

$-]-\infty; -1,2] \cup [0, \infty[$

valeur initiale $= 0$

zéro $= 0$

i)



$D =]-\infty, 4[$

$I =]-\infty, 4]$

maximum $(3, 4)$

$\nearrow]-\infty; -1,9] \cup [1, 3]$

$\searrow [-1,9; 1] \cup [3, 4[$

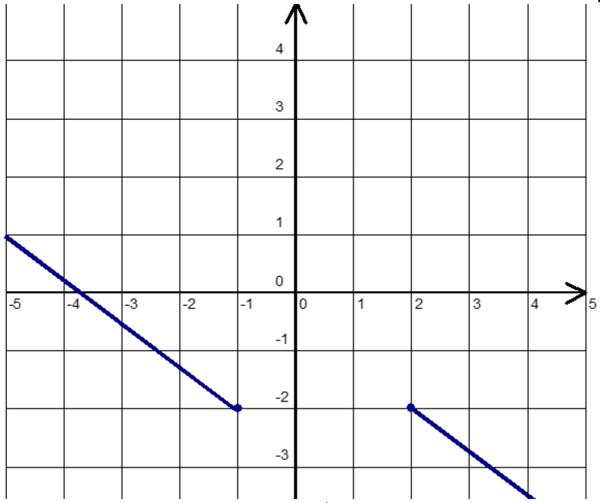
$+ [-3,2; 4]$

$-]-\infty; -2,2]$

valeur initiale $= 0,6$

zéro $= -3,2$ et 1

j)



$D =]-\infty, -1] \cup [2, \infty[$

$I =]-\infty, \infty[$

maximum ou minimum aucun

$\nearrow$ jamais

$\searrow$ $]-\infty, -1] \cup [2, \infty[$

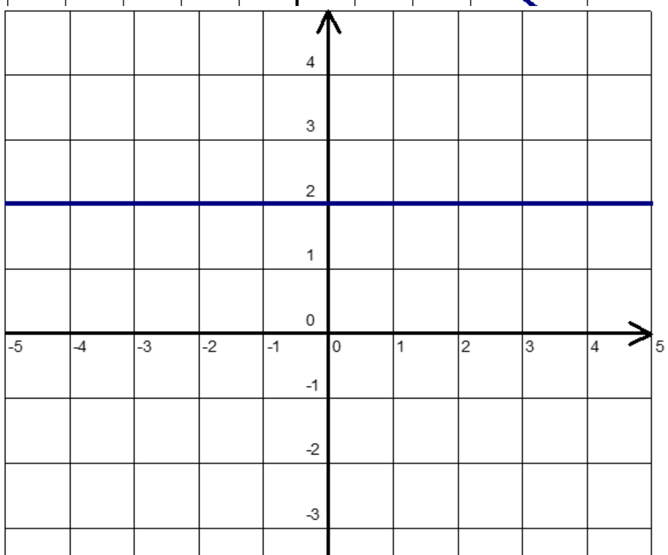
$+ \ ]-\infty; -3,8]$

$- \ [-3,8; -1] \cup [2, \infty[$

valeur initiale aucune

zéro $= -3,8$

k)



$D =]-\infty, \infty[$

$I = 2$

maximum 2

minimum 2

$\nearrow$ jamais

$\searrow$ jamais

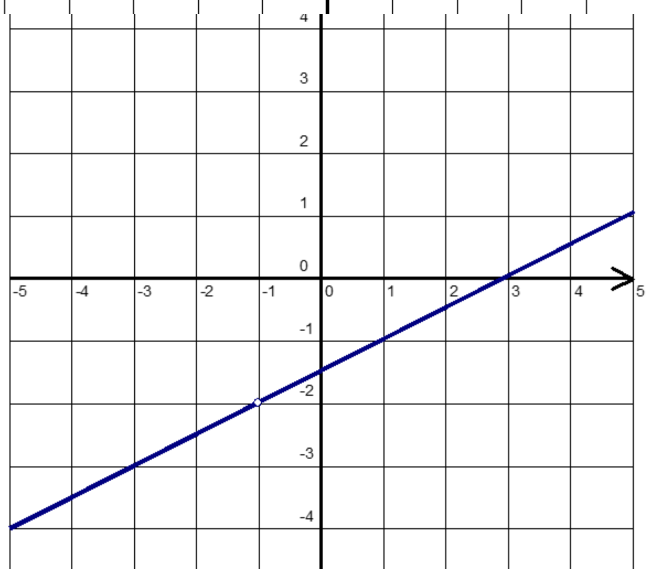
$+ \ ]-\infty, \infty[$

$-$ jamais

valeur initiale 2

zéro = aucun

l)



$D =]-\infty, \infty[$

$I =]-\infty, \infty[$

maximum aucun

minimum aucun

$\nearrow$ $]-\infty, \infty[$

$\searrow$ jamais

$+ \ [3, \infty[$

$- \ ]-\infty, 3]$

valeur initiale $-1,5$

zéro $= 3$

3.2 Modéliser des situations à l'aide de fonctions affines et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

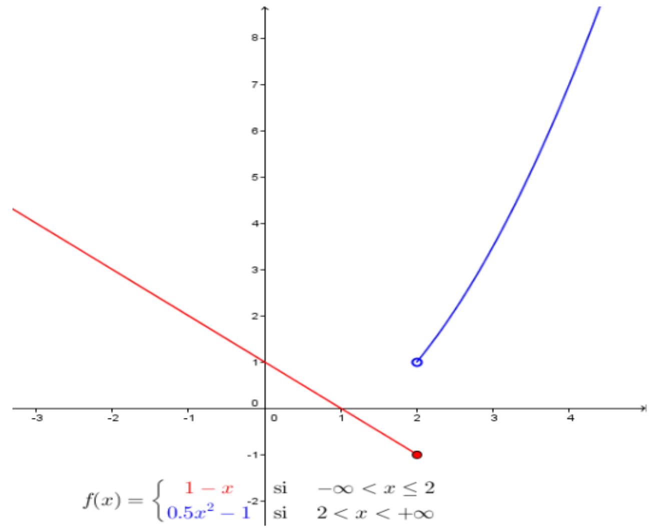
- Par parties

Une fonction définie par parties est une fonction dont la règle diffère selon l'intervalle où se situe la variable x.

Exemple :

La fonction tracée en rouge est celle qui vit sur l'intervalle $]-\infty, 2]$. La fonction tracée en bleue est celle qui vite sur l'intervalle $]2, \infty[$.

Donc, pour connaitre la valeur de f(-2), il faut remplacer dans la formule 1 – x, donc 3.



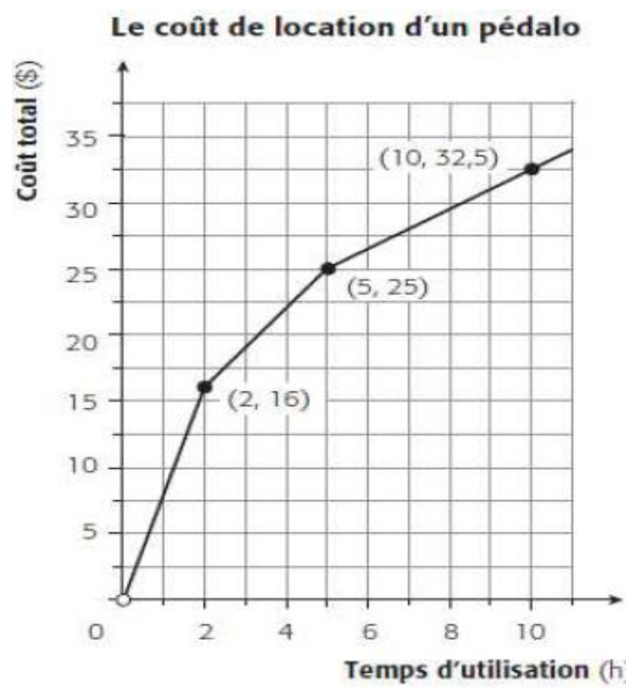
Trouve la valeur de f(4) =

Trouve la valeur de f(-6) =4

Exercice :

1. Voici le graphique illustrant le coût de location d'un pédalo en fonction de son temps d'utilisation.

   a) Quels sont les différents tarifs qui peuvent être appliqués à une personne qui loue un pédalo?



$$m = \frac{16-0}{2-0} = 8\ \$/h$$

$$m = \frac{25-16}{5-1} = \frac{9}{4} = 2,25\ \$/h \rightarrow 16 + 2,25\ \$/h$$

$$m = \frac{32,5-25}{10-5} = \frac{7,5}{5} = 1,50\ \$/h \rightarrow 25 + 1,50\ \$/h$$

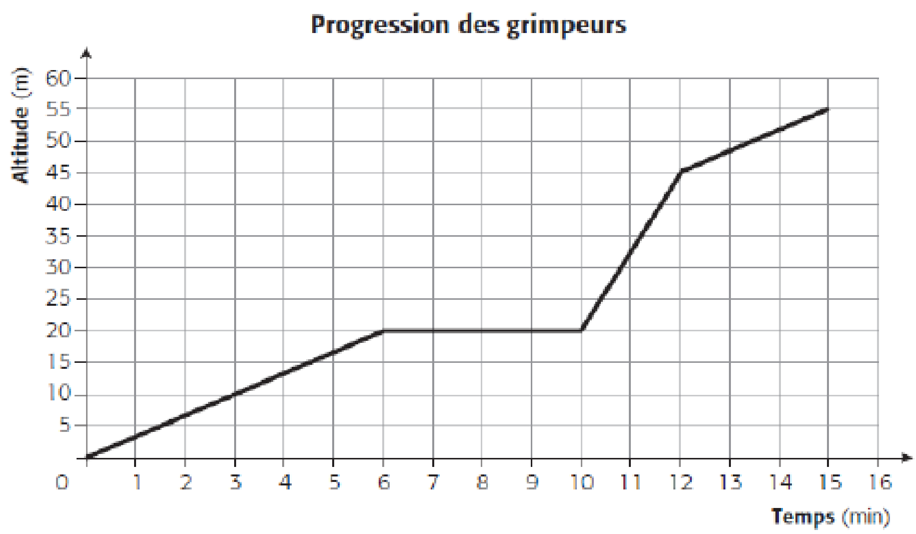
$$C(t) = \begin{cases} 8t & 0 < t \leq 2 \\ 16 + 2,25(t-2) & 2 < t \leq 5 \\ 25 + 1,50(t-5) & t > 5 \end{cases}$$

   b) Quelle somme devra débourser quelqu'un qui compte faire du pédalo pendant 1h30? 12$

   c) Si Lily a dû débourser 28$, pendant combien de temps a-t-elle utilisé le pédalo?

$$28 = 25 + 1,5(t-5)$$
$$3 = 1,5(t-5)$$
$$t = 2 + 5 = 7h$$

2. Voici un graphique représentant l'altitude atteinte par un groupe de grimpeurs en fonction du temps écoulé depuis leur départ du pied de la montagne.



a) Combien de temps les grimpeurs ont-ils pris pour atteindre le sommet? 15 min

b) Quelle est la hauteur du sommet de la montagne? 55m

c) À l'aide du contexte, expliquer la partie du graphique qui est constante.

Ils se sont arrêtés

d) Combien de temps les grimpeurs ont-ils pris pour atteindre 25 mètres d'altitude?

10,5 min

3. Au Québec, lors de l'achat d'une nouvelle propriété, on doit acquitter la taxe sur les droits de mutation immobilière. Cette taxe a été instaurée en 1976 à la suite de compression budgétaires du gouvernement provincial. Son but est de fournir aux municipalité une source de revenus supplémentaires.
Pour déterminer le montant que les acheteurs doivent verser, on utilise la règle suivante, où x représente le coût d'achat de la nouvelle propriété.

$$f(x)=\begin{cases} 0{,}005x & \text{si } x \le 50000 \\ 0{,}010x-250 & \text{si } 50000 < x \le 250000 \\ 0{,}015x-1500 & x > 250000 \end{cases}$$

a) Quel est le montant des droits de mutation immobilière d'une maison de 220000$?

$f(220000) = 0{,}010(220000) - 250 = 1950\$$

b) Quel est le prix de vente d'une maison dont les propriétaires ont payé 4 500$ de droits de mutation immobilière?

$4500 = 0{,}015x - 1500$
$6000 = 0{,}015x$
$x = 400000\$$

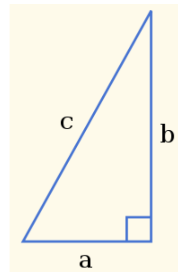
3.4 Modéliser des situations à l'aide de la géométrie analytique et les utiliser pour résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie.

- Distance entre deux points

Rappel :

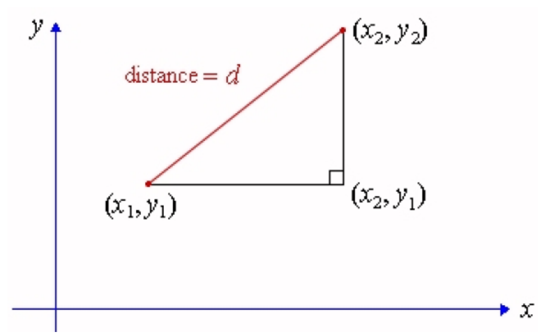
Relation de Pythagore

$$(hypoth\acute{e}nuse)^2 = (cath\grave{e}te_1)^2 + (cath\grave{e}te_2)^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$



La longueur du segment horizontal est la valeur absolue de la différence des x. $|x_2 - x_1|$

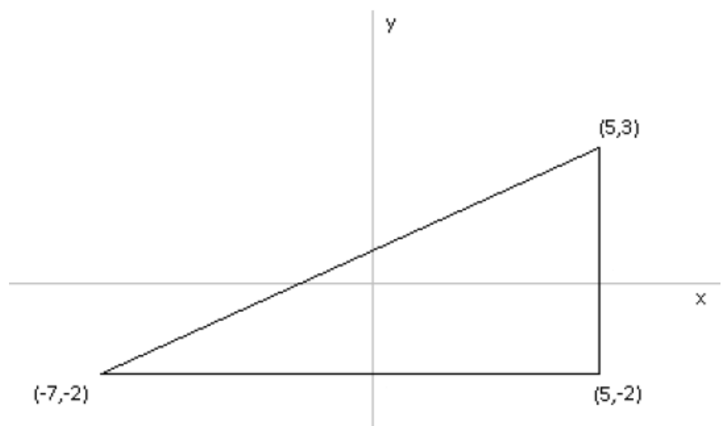
La longueur du segment vertical est la valeur absolue de la différence des y. $|y_2 - y_1|$



Donc, la distance entre deux coordonnées peut être calculer avec cette relation.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Exemple : Détermine la longueur du segment horizontal, vertical et l'hypoténuse.



$Horizontal = 5 - (-7) = 12\ unit\acute{e}s$

$Vertical = 3 - (-2) = 5\ unit\acute{e}s$

$$Hypoth\acute{e}nuse = \sqrt{(5-(-7))^2 + (3-(-2))^2}$$
$$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\ unit\acute{e}s$$

Mathématiques 30231BC

***Omnimath 10 p. 256 # 1 à 11 (impaire), no 13 ace, 14, 15, 16, 18, 19, 23

Détermine la distance entre les points de chaque paire. Exprime chaque réponse sous forme de radical, si nécessaire.

1. $(2,1)$ et $(3,5)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(3-2)^2+(5-1)^2}$$
$$d=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$$

3. $(3,0)$ et $(4,-1)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(4-3)^2+(-1-0)^2}$$
$$d=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

5. $(2,1)$ et $(2,9)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(2-2)^2+(9-1)^2}$$
$$d=\sqrt{0+64}=8$$

7. $(8,1;3,7)$ et $(3,2;-5,4)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(3,2-8,1)^2+(-5,4-3,7)^2}$$
$$d=\sqrt{(-4,9)^2+(-9,1)^2}=\sqrt{106,82}$$

Détermine le rayon de chaque cercle à partir de son centre et d'un point de sa circonférence.

9. Centre $(0,0)$, point $(1,5)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(1-0)^2+(5-0)^2}$$
$$d=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}=5,1$$

11. Centre $(-3,4)$, point $(-4,-6)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(-4+3)^2+(-6-4)^2}$$
$$d=\sqrt{1+100}=\sqrt{101}=10,0$$

13. Appels interurbains – à l'aide de la carte de la page 254, trouve la distance entre les villes de chaque paire, au kilomètre près. Chaque unité de longueur de la grille d'interurbains vaut 0,51 km.

a) Ottawa et Toronto

Ottawa $(2241,4378)$ Toronto $(2488,4981)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{(2488-2241)^2+(4981-4378)^2}$$
$$d=\sqrt{(247)^2+(603)^2}=\sqrt{61009+363609}$$
$$d=\sqrt{424618}$$
$$\text{distance}=\sqrt{424618}\times 0,51\text{km}=332\text{ km}$$

c) Calgary et Washington DC

Calgary $(7811,5438)$ Washington $(1583,5622)$

$$d=\sqrt{(1583-7811)^2+(5622-5438)^2}$$
$$d=\sqrt{(-6228)^2+(184)^2}$$
$$d=\sqrt{38787984+33856}$$
$$d=\sqrt{38821840}$$
$$\text{distance}=\sqrt{38821840}\times 0,51=3178\text{ km}$$

e) Régina et Miami

Régina Miami

$(6551, 5355)$ $(0527, 8351)$

$d = \sqrt{(0527 - 6551)^2 + (8351 - 5355)^2}$

$d = \sqrt{(-6024)^2 + (2996)^2}$

$d = \sqrt{36288576 + 8976016}$

$d = \sqrt{45264592}$

$distance = \sqrt{45264592} \times 0,51 = 3431\ km$

14. Les sommets d'un quadrilatère sont P(3, 5), Q(-4, 3), R(-3, -2) et S(5, -4). Trouve la longueur des diagonales, au dixième près.

$Q(-4,3)\ S(5,-4)$

$d = \sqrt{(5+4)^2 + (-4-3)^2}$

$d = \sqrt{(9)^2 + (-7)^2}$

$d = \sqrt{81 + 49}$

$d = \sqrt{130} = 11,4$

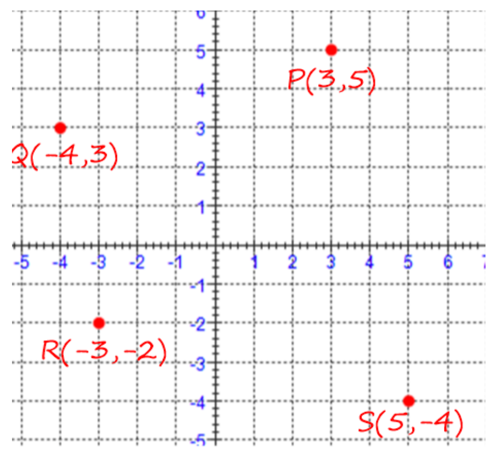
$R(-3,-2)\ P(3,5)$

$d = \sqrt{(3+3)^2 + (5+2)^2}$

$d = \sqrt{(6)^2 + (7)^2}$

$d = \sqrt{36 + 49}$

$d = \sqrt{85} = 9,2$

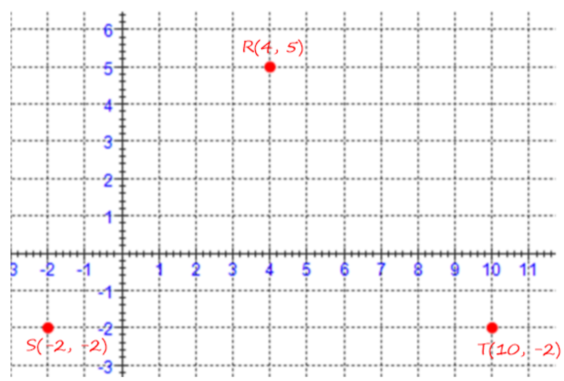


15. Un triangle rectangle a ses sommets aux points S(-2, -2), T(10, -2) et R(4, 5). Calcule l'aire du triangle.

$Aire = \frac{bh}{2}$

$Aire = \frac{12 \times 7}{2}$

$Aire = 42\,u^2$



16. Une patrouille de la garde se trouve à 5 km à l'ouest et à 8 km au nord de l'entrée du port de St. John's. Un pétrolier se trouve à 9 km à l'est et à 6 km au sud de l'entrée. Détermine la distance entre les deux navires, au dixième de kilomètre près.

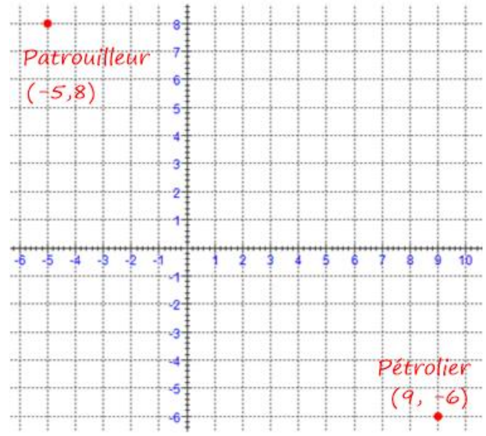
$(-5,8)$ et $(9,-6)$

$d=\sqrt{(9+5)^2+(-6-8)^2}$

$d=\sqrt{(14)^2+(14)^2}$

$d=\sqrt{196+196}$

$d=\sqrt{392}=19,8$ km



18. Montre que C(-5, -1) est le point milieu du segment de droite qui relie les points A(-2, 5) et B(-8, -7).

$C(-5,-1)$ et $A(-2,5)$

$d=\sqrt{(-2+5)^2+(5+1)^2}$

$d=\sqrt{(3)^2+(6)^2}$

$d=\sqrt{9+36}$

$d=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

=

$C(-5,-1)$ et $B(-8,-7)$

$d=\sqrt{(-8+5)^2+(-7+1)^2}$

$d=\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}$

$d=\sqrt{9+36}$

$d=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

19. Les coordonnées des extrémités du diamètre d'un cercle sont (6, 4) et (-2, 0). Détermine la longueur du rayon de ce cercle.

$(6,4)$ et $(-2,0)$

$d=\sqrt{(-2-6)^2+(0-4)^2}$

$d=\sqrt{(-8)^2+(-4)^2}$

$d=\sqrt{64+16}$

$d=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$\text{rayon}=\dfrac{4\sqrt{5}}{2}=2\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 5 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

23.a) Établis une formule pour la distance entre les points O(0, 0) et P(x, y).

$O(0,0)$ et $P(x,y)$

$d=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}$

$d=\sqrt{x^2+y^2}$

b) à l'aide de ta formule, trouve la distance entre l'origine et le point A(4, 3); le point B(5, -12); le point C(-6, -2).

$O(0,0)$ et $A(4,3)$

$d=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$O(0,0)$ et $B(5,-12)$

$d=\sqrt{5^2+(-12)^2}=\sqrt{169}=13$

$O(0,0)$ et $C(-6,-2)$

$d=\sqrt{(-6)^2+(-2)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

- Point milieu d'un segment

La formule du point milieu est $PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Exemple : détermine les coordonnées du point milieu, M, du segment de droite dont les extrémités sont A(-2, -3) et B(4, 7).

$$PM = \left(\frac{4-2}{2}, \frac{7-3}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right) = (1, 2)$$

Exemple : une des extrémités du segment de droite DE est D(-4, 5) et le point milieu est M(-1, 3). Trouve les coordonnées de l'extrémité E.

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$(-1, 3) = \left(\frac{-4 + x_2}{2}, \frac{5 + y_2}{2}\right)$$

$$\frac{-4 + x_2}{2} = -1 \quad \text{et} \quad \frac{5 + y_2}{2} = 3$$

$$-4 + x_2 = -2 \qquad 5 + y_2 = 6$$

$$x_2 = 2 \qquad y_2 = 1$$

$$E(2, 1)$$

*** Omnimath 10 p. 261 # 2 à 22 (pair), 23, 26, 28, 33, 35

Détermine le point milieu de chaque segment de droite à partir des extrémités indiquées.

2. (4, 2) et (6, 8)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{4+6}{2}, \frac{2+8}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{10}{2}, \frac{10}{2}\right) = (5, 5)$$

4. (-2, -4) et (-2, 8)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{-2-2}{2}, \frac{-4+8}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{-4}{2}, \frac{4}{2}\right) = (-2, 2)$$

6. (5, 4) et (-3, 4)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{5-3}{2}, \frac{4+4}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{2}{2}, \frac{8}{2}\right) = (1, 4)$$

8. $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ et $\left(\frac{3}{2}, \frac{-7}{2}\right)$

$$PM = \left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2}, \frac{\frac{5}{2} + \frac{-7}{2}}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{2}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$
$$PM = \left(1, \frac{-1}{2}\right)$$

10. (a, b) et (c, d)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$PM = \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$$

On te donne une des extrémités et le point milieu de chaque segment de droite. Trouve les coordonnées de l'autre extrémité.

12. Extrémité (6, 10), PM (0, 0)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$(0, 0) = \left(\frac{6+x}{2}, \frac{10+y}{2}\right)$$
$$0 = \frac{6+x}{2} \qquad 0 = \frac{10+y}{2}$$
$$0 = 6 + x \qquad 0 = 10 + y$$
$$x = -6 \qquad y = -10$$
$$(-6, -10)$$

14. Extrémité (-2, -6), PM (1, 1)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$(1, 1) = \left(\frac{-2+x}{2}, \frac{-6+y}{2}\right)$$
$$1 = \frac{-2+x}{2} \qquad 1 = \frac{-6+y}{2}$$
$$2 = -2 + x \qquad 2 = -6 + y$$
$$x = 4 \qquad y = 8$$
$$(4, 8)$$

16. Extrémité (8, 4), PM (2, 4)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$(2, 4) = \left(\frac{8+x}{2}, \frac{4+y}{2}\right)$$
$$2 = \frac{8+x}{2} \qquad 4 = \frac{4+y}{2}$$
$$4 = 8 + x \qquad 8 = 4 + y$$
$$x = -4 \qquad y = 4$$
$$(-4, 4)$$

18. Extrémité (p, q), PM (c, d)

$$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$(c, d) = \left(\frac{p+x}{2}, \frac{q+y}{2}\right)$$
$$c = \frac{p+x}{2} \qquad d = \frac{q+y}{2}$$
$$2c = p + x \qquad 2d = q + y$$
$$x = 2c - p \qquad y = 2d - q$$
$$(2c - p, 2d - q)$$

20. Les extrémités de AB sont A(10, 16) et B(-6, -12). Trouve les coordonnées des points qui divisent le segment en quatre parties égales.

$A(10,16)$ et $B(-6,-12)$

$PM = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{10-6}{2}, \frac{16-12}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{4}{2}, \frac{4}{2}\right)$

$(2,2)$

$A(10,16)$ et $(2,2)$

$PM = \left(\frac{10+2}{2}, \frac{16+2}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{12}{2}, \frac{18}{2}\right)$

$PM = (6,9)$

$B(-6,-12)$ et $(2,2)$

$PM = \left(\frac{-6+2}{2}, \frac{-12+2}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{-4}{2}, \frac{-10}{2}\right)$

$PM = (-2,-5)$

22. Les coordonnées du centre d'un cercle sont (-1, -3). Les coordonnées d'une des extrémités du diamètre de ce cercle sont (-3, 0). Quelles sont les coordonnées de l'autre extrémité?

$PM = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(-1,-3) = \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right)$

$-1 = \frac{-3+x}{2}$

$-2 = -3 + x$

$x = 1$

$-3 = \frac{y}{2}$

$y = -6$

$(1,-6)$

23. Les sommets d'un quadrilatère sont P(0, 8), Q(-4, 4), R(2, -2) et S(6, 4). Trouve le périmètre de la figure qui a pour sommets les points milieu des côtés de ce quadrilatère.

$P(0,8)$ et $Q(-4,4)$

$PM = \left(\frac{0-4}{2}, \frac{8+4}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{-4}{2}, \frac{12}{2}\right)$

$PM = (-2,6)$

$P(0,8)$ et $S(6,4)$

$PM = \left(\frac{0+6}{2}, \frac{8+4}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{6}{2}, \frac{12}{2}\right)$

$PM = (3,6)$

$S(6,4)$ et $R(2,-2)$

$PM = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{4-2}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{8}{2}, \frac{2}{2}\right)$

$PM = (4,1)$

$R(2,-2)$ et $Q(-4,4)$

$PM = \left(\frac{2-4}{2}, \frac{-2+4}{2}\right)$

$PM = \left(\frac{-2}{2}, \frac{2}{2}\right)$

$PM = (-1,1)$

$(-2,6),(3,6)$

$d = \sqrt{(3+2)^2 + (6-6)^2}$

$d = 5$

$(3,6),(4,1)$

$d = \sqrt{(4-3)^2 + (1-6)^2}$

$d = \sqrt{26}$

périmètre $= 5 + \sqrt{26} + 5 + \sqrt{26}$

$= 20,2$

$(4,1),(-1,1)$

$d = \sqrt{(-1-4)^2 + (1-1)^2}$

$d = 5$

$(-2,6),(-1,1)$

$d = \sqrt{(-1+2)^2 + (1-6)^2}$

$d = \sqrt{26}$

26. Les extrémités de PQ sont P(3, -4) et Q(11, c). Le point milieu de PQ est M(d, 3). Trouve la valeur de c et de d.

$$(d,3)=\left(\frac{3+11}{2},\frac{-4+c}{2}\right)$$

$$d=\frac{14}{2} \qquad 3=\frac{-4+c}{2}$$

$$d=7 \qquad 6=-4+c$$

$$c=10$$

28. Soit le segment de droite ST. Les coordonnées de S sont (6, 2), et T est situé sur l'axe des y. Le point milieu de ST, M, est situé sur l'axe des x. Trouve les coordonnées de T et de M.

$$S(6,2),T(0,y),M(x,0)$$

$$(x,0)=\left(\frac{6+0}{2},\frac{2+y}{2}\right) \qquad S(6,2),T(0,-2),M(3,0)$$

$$x=\frac{6}{2} \qquad 0=\frac{2+y}{2}$$

$$x=3 \qquad 0=2+y$$

$$y=-2$$

33. La base d'un triangle isocèle se trouve sur l'axe des x. Les coordonnées des points milieu des côtés égaux du triangle sont (2, 3) et (-2, 3). Quelles sont les coordonnées des sommets des triangles?

$$(0,y),(x,0),PM(2,3)$$

$$(2,3)=\left(\frac{0+x}{2},\frac{y+0}{2}\right) \qquad (4,0),(-4,0) \text{ et } (0,6)$$

$$2=\frac{x}{2} \qquad 3=\frac{y}{2}$$

$$x=4 \qquad y=6$$

35. Détermine si chaque énoncé est toujours vrai, parfois vrai ou toujours faux. Explique.

a) deux segments de droites qui ont le même point milieu ont la même longueur.

Parfois vrai.

b) deux segments de droite parallèles ont le même point milieu.

Parfois vrai.

c) Le point milieu d'un segment de droite est équidistant des extrémités de ce segment.

Toujours vrai.

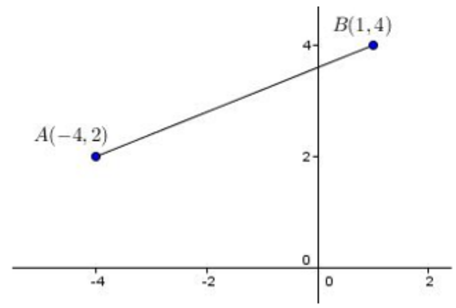
d) Un point équidistant des extrémités d'un segment de droite est le point milieu de ce segment.

Parfois vrai.

- Relations entre les points du plan cartésien
    - *Pente*

La pente d'une droite correspond à la valeur de son inclinaison par rapport à l'axe des abscisses.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



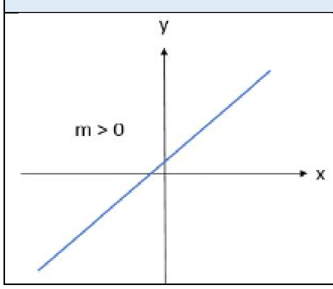
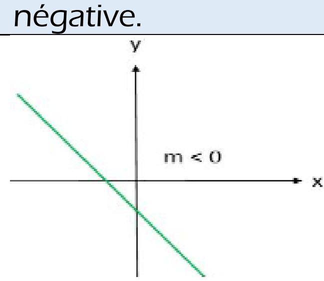
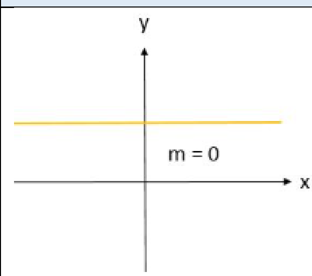
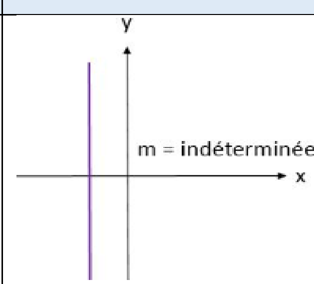
Exemple : Calcule la pente du segment AB.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{1+5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple : la pente d'une droite est 2. La droite passe par les points (−1, k) et (4, 8). Trouve la valeur de k.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$2 = \frac{8-k}{4+1}$$
$$10 = 8 - k$$
$$k = -2$$

On peut retrouver 4 inclinaisons différentes selon le type de pente :

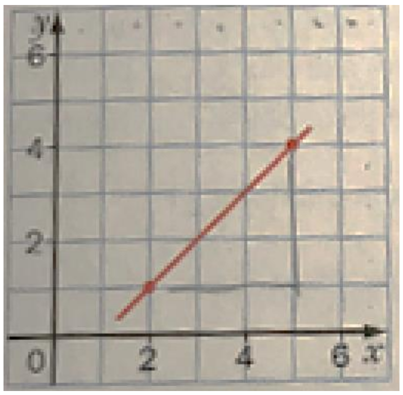
Une droite qui monte de gauche à droite, sa pente est positive.	Une droite qui descend de gauche à droite, sa pente est négative.	Une droite horizontale, sa pente est nulle.	Une droite verticale, sa pente n'est pas définie.
			

**Dans une relation entre deux variables représentée par une fonction affine, on définit la pente comme étant un taux de variation.

***Omnimath 10 p. 267 # 1 à 4, 7 à 25 impair, 26, 27, 28, 33, 34, 36ace, 37,

a) Sans la calculer; indique si la pente de chaque droite est positive, négative, égale à zéro ou non définie.
b) Indique le déplacement vertical.
c) Indique le déplacement horizontal.
d) Calcule la pente lorsque c'est possible.

1.

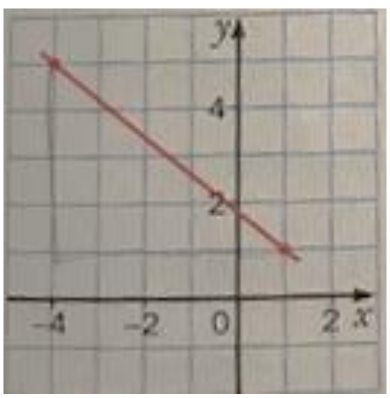


a) Positive
b) +3
c) +3
d) 1

2.

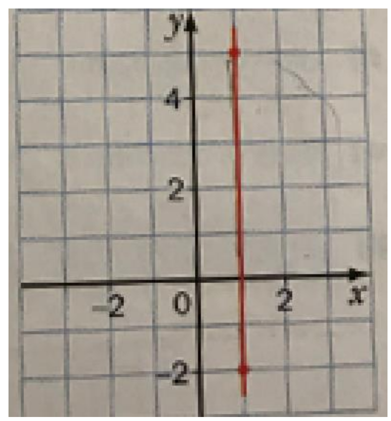
a) nulle
b) 0
c) +4
d) 0

3.



a)Négative
b) -4
c) +5
d) $\frac{-4}{5}$

4.



a) Non définie
b) +7
c) 0
d) Non définie

Trouve la pente de la droite qui passe par les points indiqués.

7. (0, 0) et (2, 3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{3 - 0}{2 - 0}$$
$$m = \frac{3}{2}$$

9. (1, 3) et (2, 7)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{7 - 3}{2 - 1}$$
$$m = \frac{4}{1} = 4$$

11. (5, -2) et (-3, 4)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{4 + 2}{-3 - 5}$$
$$m = \frac{6}{-8} = \frac{-3}{4}$$

13. (-5, 7) et (-4, -2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{-2 - 7}{-4 + 5}$$
$$m = \frac{-9}{1} = -9$$

15. (-6, -5) et (0, 0)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{0 + 5}{0 + 6}$$
$$m = \frac{5}{6}$$

17. (5,7) et (5, -3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{-3 - 7}{5 - 5}$$
$$m = \frac{-10}{0}$$

non définie

19. (3,4; 1,6) et (5,4; 2,2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{2,2 - 1,6}{5,4 - 3,4}$$
$$m = \frac{0,6}{2} = 0,3$$

21. (11,9; -2,3) et (15,4; 8,2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{8,2 + 2,3}{15,4 - 11,9}$$
$$m = \frac{10,5}{3,5} = 3$$

23. $\left(\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2}\right)$ et $\left(2, 3\frac{1}{2}\right)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{\frac{7}{2} - \frac{3}{2}}{2 - \frac{1}{3}}$$
$$m = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}$$

25. La pente d'une droite est -2. La droite passe par les points (t, -1) et (-4, 9). Trouve la valeur de t.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$-2 = \frac{9 + 1}{-4 - t}$$
$$8 + 2t = 10$$
$$2t = 2$$
$$t = 1$$

Écris les coordonnées de deux points d'une droite qui possède les caractéristiques indiquées.

26. La droite monte vers la droite. Exemple : (0, 0) et (1, 1)

27. La droite est horizontale. Exemple : (0, 0) et (1, 0)

28. La droite descend vers la droite. Exemple : (0, 0) et (1, -1)

33. Un panneau routier signale une montée de 10%. Quelle est sa pente? $m = \pm\frac{10}{100} = \pm\frac{1}{10}$

34. Une droite dont la pente est -3 passe par les points (r, 3) et (5, r). Quelle est la valeur de r?

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$-3 = \frac{r - 3}{5 - r}$$
$$-15 + 3r = r - 3$$
$$2r = 12$$
$$r = 6$$

36. Voici les quadrants d'un plan cartésien.

Le point 1 et le point 2 se trouvent sur une droite. Écris les coordonnées de ces points de manière à remplir les conditions suivantes.

Point 1	Point 2	Pente de la droite	
a) Dans le quadrant I	Dans le quadrant I	Négative	(3, 2), (4, 1)
c) Dans le quadrant II	Dans le quadrant III	Positive	(-4, 3), (-2, -1)
e) Dans le quadrant III	Dans le quadrant IV	Positive	(-1, -4), (4, -2)

37. Les segments de droite AB et AC se coupent au point A. La pente de AB est 0. La pente de AC est non définie. Quelle est la mesure de l'angle BAC 90°

❖ *Équation d'une droite (2 points ou 1 point et la pente)*

L'équation d'une droite :

Forme générale	Forme canonique
$Ax + By + C = 0$	$y = mx + b$

Dans l'équation sous sa forme canonique, le « m » signifie la **pente** ou le taux de variation et le « b » est **l'ordonnée à l'origine**. La forme **générale** doit contenir que des coefficients **entiers**.

Exemple : Écrire l'équation sous sa forme générale.

a) $y = 2x + 1$

$-2x + y - 1 = 0$

b) $y = \frac{-1}{3}x + 6$

$\frac{1}{3}x + y - 6 = 0$

$x + 3y - 18 = 0$

Exemple : Écrire l'équation sous sa forme canonique.

a) $3x + 6y - 5 = 0$

$6y = -3x + 5$

$y = \frac{-3}{6}x + \frac{5}{6}$

$y = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{6}$

b) $-2x - y + 6 = 0$

$-y = 2x - 6$

$y = -2x + 6$

Pour trouver l'équation de la droite en connaissant deux coordonnées, il faut calculer la pente à l'aide de la formule. Ensuite, il faut remplacer le m de l'équation par cette valeur et remplacer le x et le y d'une des deux coordonnées, on isole le b. Ensuite, on remplace à nouveau le m et le b mais sans remplacer le x et le y.

Exemple : Détermine l'équation de la droite passant par les coordonnées (2, 3) et (−1, 9). Écrire l'équation sous sa forme canonique et sous sa forme générale.

$m = \frac{9-3}{-1-2}$

$m = \frac{6}{-3} = -2$

$y = mx + b$

$3 = -2(2) + b$

$b = 3 + 4 = 7$

$y = mx + b$

$y = -2x - 2$

$2x + y + 2 = 0$

Si on connait la pente et une coordonnée, on a qu'à remplacer la valeur de m, x et y et isoler le b. Ensuite, déterminer l'équation en remplaçant le m et le b.

Exemple : Détermine l'équation de la droite passant par (2, 3) ayant une pente de 3. Écrire l'équation sous sa forme canonique et sous sa forme générale.

*** Omnimath 10 p. 282 # 4, 8, 9, 12,16, 28, 33, 37, 38, 39, 48, 49

Écris une équation de la droite qui passe par le point indiqué et dont la pente a la valeur proposée. Exprime-la sous sa forme générale.

4. (3, -6); m = -3

$$y = mx + b$$
$$-6 = -3(3) + b$$
$$b = 3$$
$$y = -3x + 3$$
$$3x + y - 3 = 0$$

8. (5, 4); m = 0

$$y = mx + b$$
$$4 = -0(5) + b$$
$$b = 4$$
$$y = 0x + 4$$
$$y - 4 = 0$$

9. (1, -3); m = 0

$$y = mx + b$$
$$-3 = 0(1) + b$$
$$b = -3$$
$$y = 0x - 3$$
$$y + 3 = 0$$

12. $\left(-\frac{1}{2}, -5\right); m = \frac{1}{2}$

$$y = mx + b$$
$$-5 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + b$$
$$b = -5 - \frac{1}{4} = \frac{-21}{4}$$
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{21}{4}$$
$$-\frac{1}{2}x + y + \frac{21}{4} = 0$$
$$-2x + 4y + 21 = 0$$

Écris une équation de la droite qui passe par le point indiqué et dont la pente a la valeur proposée. À partir de ton équation, trouve deux autres points de la droite. Vérifie tes solutions.

16. (-2, 2); m = 3

$$y = mx + b$$
$$2 = 3(-2) + b$$
$$b = 2 + 6 = 8$$
$$y = 3x + 8$$

$$(0, 8)$$
$$8 = 3(0) + 8$$
$$8 = 8$$

$$(1, 11)$$
$$11 = 3(1) + 8$$
$$11 = 11$$

Écris une équation de la droite qui passe par les points indiqués. Exprime-la sous sa forme générale.

28. (8, -7) et (-6, -7)

$$m = \frac{-7+7}{-6-8} = 0$$

$$y = mx + b$$
$$y = -7$$
$$y + 7 = 0$$

33. $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$ et $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$$m = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{12} \times \frac{-3}{1} = \frac{-1}{4}$$
$$y = mx + b$$
$$\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}\right) + b$$
$$b = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$
$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{12}$$
$$\frac{1}{4}x + y - \frac{5}{12} = 0$$
$$3x + 12y - 5 = 0$$

Écris une équation de la droite qui passe par les points indiqués. Trouve deux autres points de la droite, puis vérifie tes solutions.

37. (0, -1) et (2, -2)

$$m = \frac{-2+1}{2-0} = \frac{-1}{2}$$

$$y = mx + b$$

$$-2 = -\frac{1}{2}(2) + b$$

$$b = -2 + 1 = -1$$

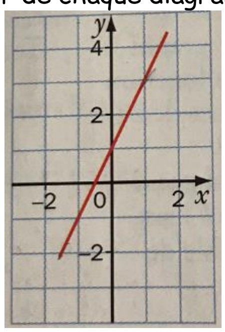
$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1 \qquad (2,-2) \text{ et } (4,-3)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1 \qquad (2,-2) \text{ et } (4,-3)$$

À partir de chaque diagramme, écris une équation de la droite représentée.

38.

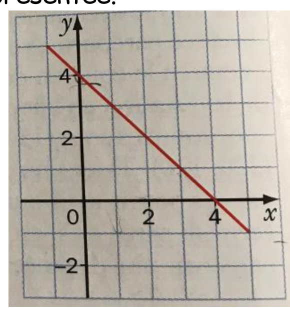


$$m = 2, b = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$-2x + y - 1 = 0$$

39.



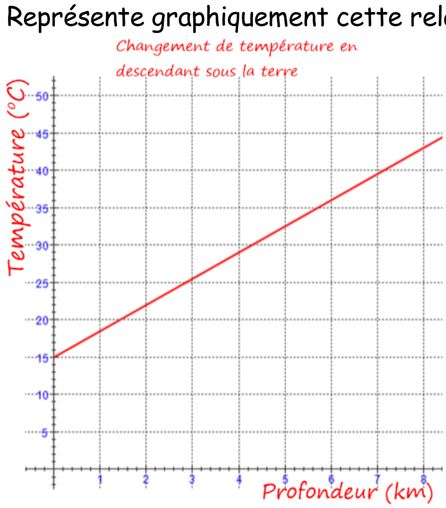
$$m = -1, b = 4$$

$$y = -x + 4$$

$$x + y - 4 = 0$$

48. La température moyenne à la surface de la Terre est de 15°C. Lorsqu'on descend sous la surface de la Terre, la température augmente de 3,5°C à chaque kilomètre de profondeur.

a) Représente graphiquement cette relation.   b)Formule une équation de la droite.



$$m = 3,5, b = 15$$

$$y = 3,5x + 15$$

$$7x + 2y - 30 = 0$$

49. L'équation d'une droite est kx – 5y + 6 = 0. Si la droite passe par le point (2, 4), quelle est la valeur de k?

$$2k - 5(4) + 6 = 0$$
$$2k = 14$$
$$k = 7$$

❖ *Représentation graphique d'une droite*

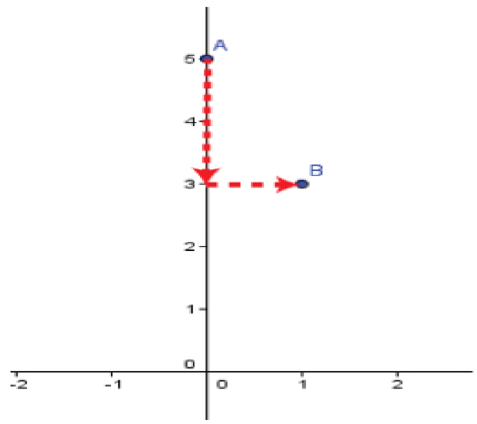
Pente et ordonnée à l'origine :

Lorsque l'équation de la droite est sous sa forme canonique (fonctionnelle) y = mx + b, il suffit de placer l'ordonnée à l'origine dans le plan cartésien. À partir de l'ordonnée à l'origine, on monte ou on descend de la valeur du numérateur de la pente et on bouge à gauche ou à droite de la valeur du dénominateur de la pente.

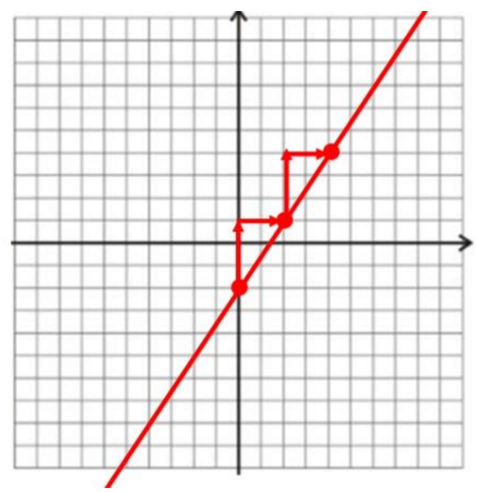
Exemple : Trace le graphique de $y = -2x + 5$

$b = 5,\ m = \frac{-2}{1}$

Je place la coordonnée (0, 5), à partir de ce point tu descends de 2 et tu bouges de 1 vers la droite.



Exemple : Trace le graphique de $y = \frac{3}{2}x - 2$, par la méthode pente et ordonnée à l'origine.



Point pente : On peut faire la même chose en connaissant la pente et une coordonnée.

Exemple : Trace le graphique de la droite de pente 3 et qui passe par la coordonnée (-1, 2).

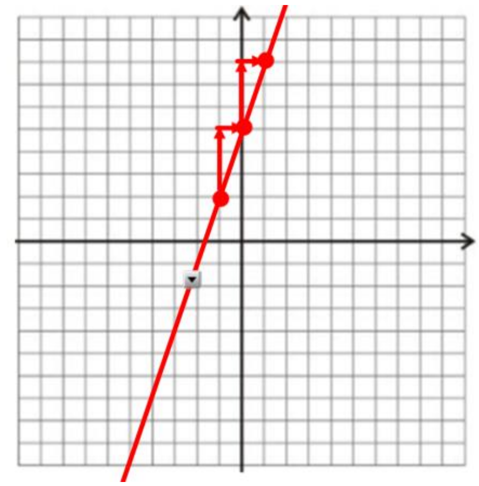
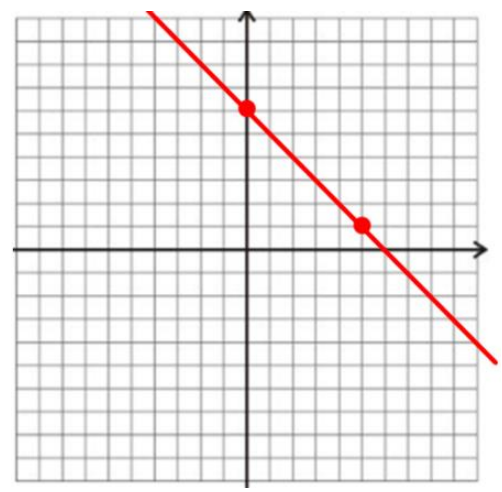


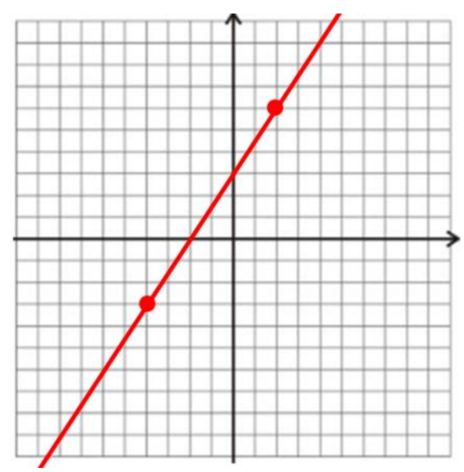
Tableau de valeurs : On peut aussi tracer la droite à partir de deux coordonnées qui peuvent être les coordonnées à l'origine ou non.

Exemple : Trace le graphique de la droite $y = -x + 6$ à l'aide d'un tableau de valeurs.

x	y
0	6
5	1



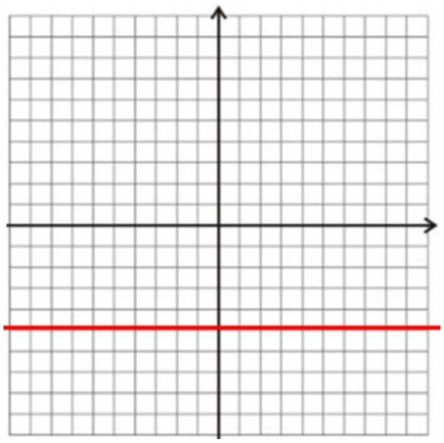
Exemple : Trace le graphique de la droite qui passe par les points (2, 6) et (-4, -3).

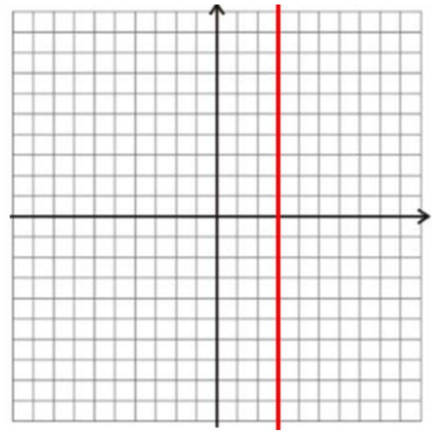


Cas particuliers : droites horizontales et droites verticales

$y = -5$

$x = 3$





***Omnimath 10 p. 298 # 7,8,12,14,20,22,23,26,28,29,30,33,37a,b,38a

Utilise l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine pour tracer chaque droite.

7. $x - y - 3 = 0$

si $x = 0$

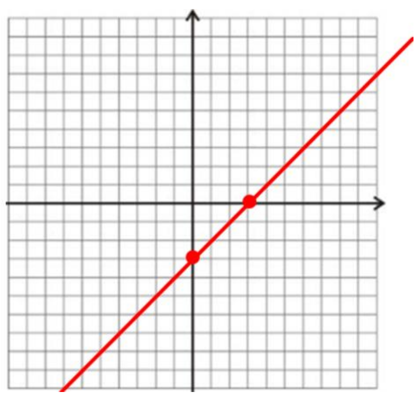
$0 - y - 3 = 0$

$y = -3$

si $y = 0$

$x - 0 - 3 = 0$

$x = 3$



8. $x - 3y + 6 = 0$

si $x = 0$

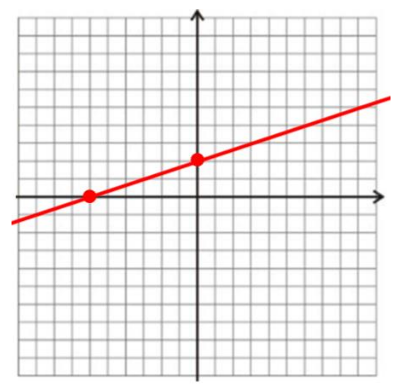
$0 - 3y = -6$

$y = 2$

si $y = 0$

$x - 0 = -6$

$x = -6$

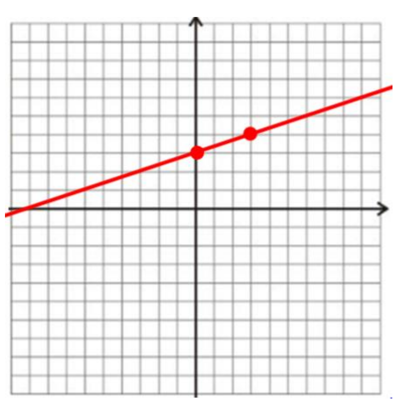


Représente graphiquement chaque équation à l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

12. $y + 3 = \frac{1}{3}x$

$y = \frac{1}{3}x - 3$

$b = 3$ et $m = \frac{1}{3}$

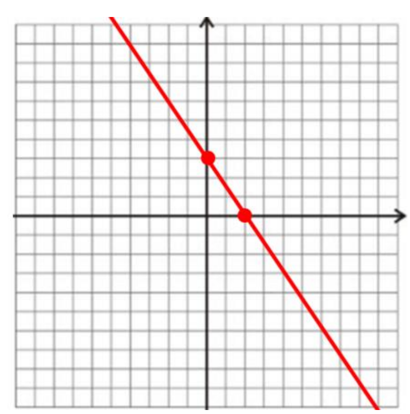


14. $3x + 2y - 6 = 0$

$2y = -3x + 6$

$y = \frac{-3}{2}x + 3$

$b = 3$ et $m = \frac{-3}{2}$



Représente graphiquement chaque équation à l'aide de la méthode de ton choix. Trouve l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, la pente et l'image de chaque droite. Le domaine est $\mathbb{R}$

20, $y + 2 = -(x + 1)$

$y = -x - 1 - 2$

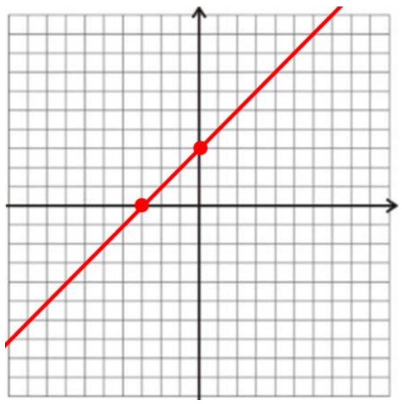
$y = -x - 3$

$b = -3 \quad m = -1$

si $x = 0; y = -3$

si $y = 0; x = -3$

image $= \mathbb{R}$



22. $3x - 4y = -24$

$-4y = -3x - 24$

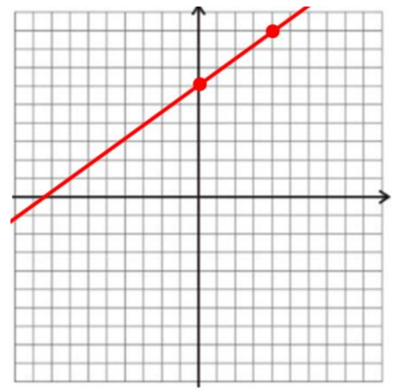
$y = \frac{3}{4}x + 6$

$b = 6$ et $m = \frac{3}{4}$

si $x = 0; y = 6$

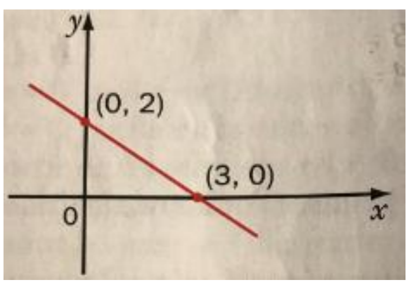
si $y = 0; x = -8$

image $= \mathbb{R}$



Formule une équation de chaque droite.

23.



$m = \frac{0-2}{3-0} = \frac{-2}{3}$

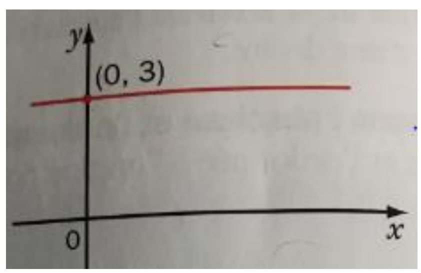
$b = 2$

$y = \frac{-2}{3}x + 2$

$\frac{2}{3}x + y - 2 = 0$

$2x + 3y - 6 = 0$

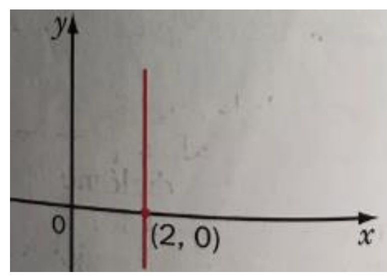
26.



$y = 3$

$y - 3 = 0$

28.



$x = 2$

$x - 2 = 0$

29. Formule une équation linéaire qui n'a pas d'abscisse à l'origine.

$y = 3$

$y - 3 = 0$

30. Formule une équation linéaire qui n'a pas d'ordonnée à l'origine.

$x = 2$

$x - 2 = 0$

33. Calcule la distance entre l'abscisse à l'origine de la droite $3x - 2y + 10 = 0$ et l'ordonnée à l'origine de la droite $3x + 7y + 21 = 0$.

$3x - 0 = -10$

$x = \frac{-10}{3}$

$\left(\frac{-10}{3}, 0\right)$

$0 + 7y = -21$

$y = -3$

$(0, -3)$

$d = \sqrt{\left(\frac{-10}{3} - 0\right)^2 + (0+3)^2}$

$d = \sqrt{20,11} = 4,5$

37. Décris chaque droite en fonction de sa pente, de l'abscisse et de l'ordonnée à l'origine, de son domaine et de son image.

a) $y = 7$

$m = 0$
aucun abscisse à l'origine
ordonnée à l'origine $= 7$
domaine $\mathbb{R}$
image 7

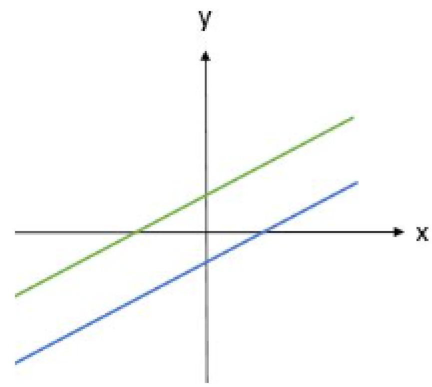
b) $x = -2$

m est non définie
abscisse à l'origine $= 2$
ordonnée à l'origine aucun
domaine 2
image $\mathbb{R}$

38. a) $x = a$

m est non définie
abscisse à l'origine $= a$
ordonnée à l'origine aucun
domaine a
image $\mathbb{R}$

❖ *Droites parallèles et perpendiculaires*



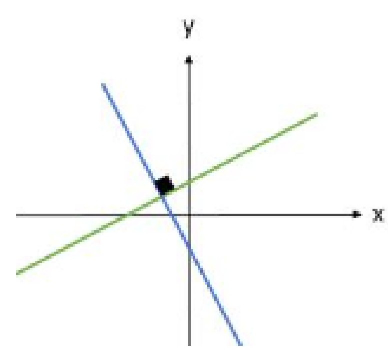
Si deux droites ont des pentes égales, elles ne se coupent jamais dans le plan puisqu'elles sont parallèles.

Lorsqu'on place leurs équations sur la forme y = mx + b, on peut voir que les pentes sont égales mais que leurs ordonnées à l'origine sont différentes.

Soit les équations suivantes: $3y - 2x = 13 \quad et \quad y = \frac{2}{3}x + 1$, on doit transformer la première équation sous forme fonctionnelle afin de pouvoir les comparer. On constate que les pentes sont identiques mais que leurs ordonnées à l'origine sont différentes

$$3y = 2x + 13 \qquad et \qquad y = \frac{2}{3}x + 1$$

$$y = \frac{2}{3}x + 13$$



Si deux droites se rencontrent à un angle de 90°, on les nomme des droites perpendiculaires. On peut les reconnaître algébriquement car leurs pentes sont l'inverse et de signe contraire.

Les équations suivantes $2y - x = 5 \quad et \quad y = -2x + 3$ sont perpendiculaires car les pentes sont l'inverses et de signes contraires.

$$2y = x + 5 \qquad et \qquad y = -2x + 3$$

$$y = \frac{x}{2} + 5$$

Exemple : Écris l'équation d'une droite qui est parallèle à $5x - 8y + 12 = 0$ et qui passe par le point $(-2, 3)$.

$$-8y = -5x - 12$$
$$y = \frac{5}{8}x + \frac{12}{8}$$
$$y = \frac{5}{8}x + \frac{3}{2}$$

$$m = \frac{5}{8} \text{ et } (-2, 3)$$
$$y = mx + b$$
$$3 = \frac{5}{8}(-2) + b$$
$$b = \frac{17}{4}$$

$$y = \frac{5}{8}x + \frac{17}{4}$$

Exemple : Deux droites perpendiculaires se coupent sur l'axe des y. L'équation d'une de ces droites est $y = 2x + 4$. Formule l'équation pour l'autre droite.

$$m \perp = \frac{-1}{2} ; b = 4$$
$$y = \frac{-1}{2}x + 4$$

***Omnimath 10 p. 294 # 1, 3, 9, 11, 16, 25, 26, 29, 31, 35, 37, 40, 42, 44, 45, 46, 50, 61, 62, 63, 64a

À partir des pentes de deux droites, détermine si les droites sont parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre.

1. $m_1 = \frac{2}{3}, m_2 = \frac{3}{2}$

   Ni l'un ni l'autre

3. $m_1 = -3, m_2 = \frac{1}{3}$

   perpendiculaires

9. $m_1 = -0,5, m_2 = 2$

   perpendiculaires

Trouve la pente d'une droite perpendiculaire à une droite dont la pente est

11. 3 $\quad m \perp = \frac{-1}{3}$

16. Non définie $\quad m \perp = 0$

Indique la pente d'une droite a) parallèle à chaque droite; b) perpendiculaire à chaque droite.

25. $2x + 3y - 1 = 0$

26. $3x - 5y + 2 = 0$

$$3y = -2x + 1$$
$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$
$$m\parallel = \frac{-2}{3} \quad m\perp = \frac{3}{2}$$

$$-5y = -3x - 2$$
$$y = \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$$
$$m\parallel = \frac{3}{5} \quad m\perp = \frac{-5}{3}$$

Voici les pentes de droites parallèles. Trouve la valeur de la variable.

29. $-3, \frac{w}{4}$

$$-3 = \frac{w}{4}$$
$$w = -12$$

31. $\frac{z}{3}, \frac{1}{2}$

$$\frac{z}{3} = \frac{1}{2}$$
$$2z = 3$$
$$z = \frac{3}{2}$$

Voici les pentes de droites perpendiculaires. Trouve la valeur de la variable.

35. $2, \frac{2}{q}$

$$\frac{-1}{2} = \frac{2}{q}$$
$$-q = 4$$
$$q = -4$$

37. $\frac{2}{3}, \frac{x}{4}$

$$\frac{-3}{2} = \frac{x}{4}$$
$$2x = -12$$
$$x = -6$$

Indique si les droites de chaque paire sont parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre.

40. x – y + 1 = 0 et 4x + 4y + 1 = 0

$$-y = -x - 1 \qquad 4y = -4x - 1$$
$$y = x + 1 \qquad y = -x - \frac{1}{4}$$

Perpendiculaires

42. 2x + 5y + 12 = 0 et 2x – 5y + 23 = 0

$$5y = -2x - 12 \qquad -5y = -2x - 23$$
$$y = \frac{-2}{5}x - \frac{12}{5} \qquad y = \frac{2}{5}x + \frac{23}{5}$$

ni l'une ni l'autre

Formule une équation pour chacune des droites suivantes.

44. droite parallèle à 2x – 3y + 1 = 0 et qui passe par le point (1, 2).

$$-3y = -2x - 1$$
$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$m = \frac{2}{3} \text{ et } (1, 2)$$
$$y = mx + b$$
$$2 = \frac{2}{3}(1) + b$$
$$b = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$
$$-2x + 3y - 4 = 0$$

45. droite perpendiculaire à x – 5y + 2 = 0 et qui passe par le point (-2, 5).

$$-5y = -x - 2$$
$$y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$

$$m = -5 \text{ et } (-2, 5)$$
$$y = mx + b$$
$$5 = -5(-2) + b$$
$$b = -5$$

$$y = -5x - 5$$
$$5x + y + 5 = 0$$

46. droite parallèle à x + 3 = 0 et qui passe par le point (-6, -7).

pente non définie

$$x = -6$$
$$x + 6 = 0$$

50. Deux droites perpendiculaires se coupent sur l'axe des x. Une équation d'un de ces droites est y = 3x + 1. Formule une équation pour l'autre droite.

$$0 = 3x + 1$$
$$-3x = 1$$
$$x = \frac{-1}{3}$$

$$m \perp = \frac{-1}{3}, \left(\frac{-1}{3}, 0\right)$$
$$0 = \frac{-1}{3}\left(\frac{-1}{3}\right) + b$$
$$b = \frac{-1}{9}$$

$$y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{9}$$
$$3x + 9y + 1 = 0$$

61. Trouve la valeur de k si les droites 3x – 2y – 5 = 0 et kx - 6y + 1 = 0 sont

a) parallèles

b) perpendiculaires.

$$-2y = -3x + 5$$
$$y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$-6y = -kx - 1$$
$$y = \frac{k}{6}x + \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{k}{6}$$
$$2k = 18$$
$$k = 9$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{k}{6}$$
$$3k = -12$$
$$k = -4$$

62. a) Trouve les valeurs de k pour lesquelles les droites kx – 2y -1 = 0 et 8x – ky + 3 = 0 sont parallèles.

$$-2y = -kx + 1$$
$$y = \frac{k}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$-ky = -8x - 3$$
$$y = \frac{8}{k}x + \frac{3}{k}$$

$$\frac{k}{2} = \frac{8}{k}$$
$$k^2 = 16$$
$$k = \pm 4$$

b) Y a-t-il des valeurs de k pour lesquelles les deux droites sont perpendiculaires? Explique

$$\frac{-2}{k} = \frac{8}{k}$$

non

63. Soit les deux équations suivantes ; 2y = 3x + 4 et 8y = 12x + 16.

a) Quelles sont les pentes?

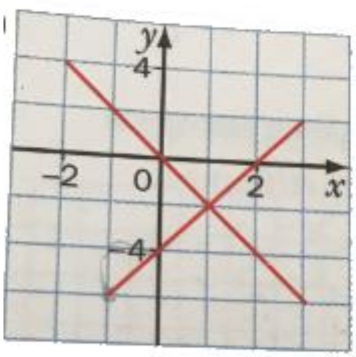
$2y = 3x + 4$ $\qquad$ $8y = 12x + 16$

$y = \frac{3}{2}x + 2$ $\qquad$ $y = \frac{3}{2}x + 2$ $\qquad$ $m = \frac{3}{2}$

b) les droites sont-elles parallèles? Explique. Non, ces équations représentent la même droite.

64. Indique si les deux droites de chaque plan cartésien sont perpendiculaires. Explique.

a)



$m = -1$ et $m = 1$

perpendiculaires

❖ *Propriétés géométriques de triangles et quadrilatères*

- Caractéristiques d'un triangle ou d'un rectangle dont les sommets sont donnés

Les triangles

L'origine du mot triangle provient du mot latin «triangulus» composé du préfixe «tri» et du mot «angulus» signifiant respectivement «trois» et «angles». Par ailleurs, les triangles ont certaines particularités qui nous permettent de les classer dépendamment de leurs côtés ou de leurs angles.

Dans n'importe quel triangle, **le côté le plus long** est opposé à **l'angle le plus grand angle.**

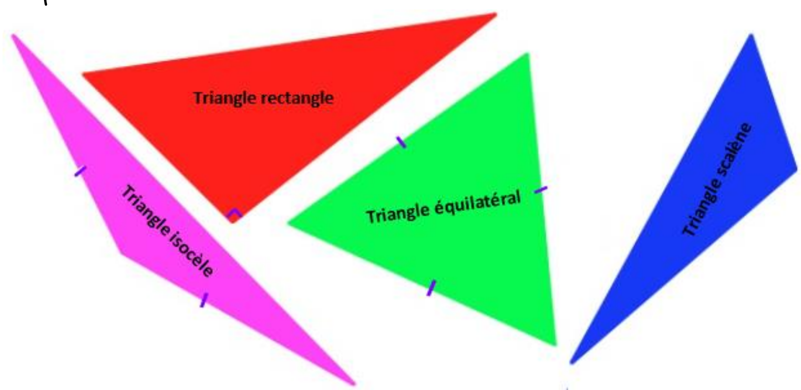
La **somme des angles intérieurs** d'un triangle est toujours égale à 180°.

Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les **trois côtés** sont **de même mesure**.

Un **triangle isocèle** est un triangle dont **deux** des trois côtés sont **de même mesure**.

Un **triangle scalène** ne possède aucune caractéristique commune.

Un **triangle rectangle** est un triangle ayant un **angle droit** (90º) généralement représenté par un petit **carré noir**.



Les quadrilatères.

Les **quadrilatères** sont des polygones formés de **quatre côtés**.

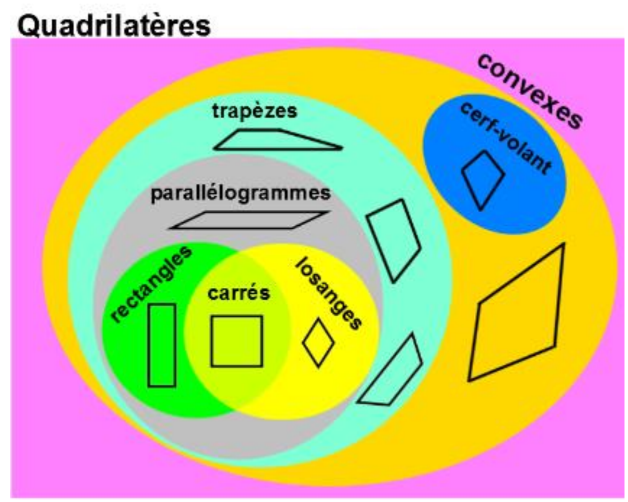
Le **carré** est un quadrilatère dont les quatre angles mesurent 90º et que les quatre côtés sont de même mesure.

Le **rectangle** est un quadrilatère dont les quatre angles mesurent 90º et que les côtés opposés sont de même mesure.

Le **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles et de même mesure.

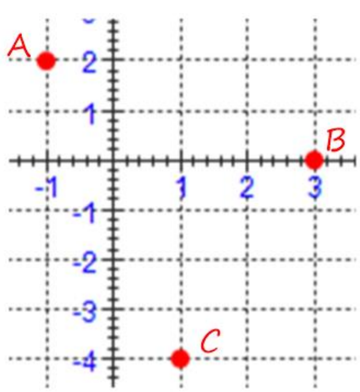
Le **losange** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles et que les quatre côtés sont de même mesure.

Le **trapèze** est un quadrilatère dont une paire de côtés sont parallèles.



Exemple : Les sommets du triangle ABC sont A(−1, 2), B(3, 0) et C(1, −4).

a) Vérifie si ce sont les sommets d'un triangle rectangle.



A et B

$$m = \frac{0-2}{3+1} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

B et C

$$m = \frac{-4-0}{1-3} = \frac{-4}{-2} = 2$$

Oui, il est rectangle.

b) Vérifie si c'est un triangle isocèle.

A et B

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-0)^2}$$
$$d = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

A et C

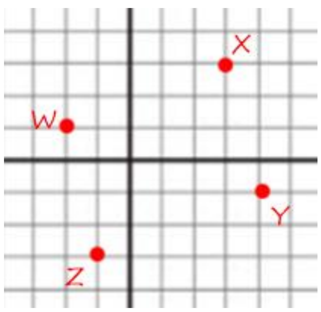
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+4)^2}$$
$$d = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

B et C

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(3-1)^2 + (0+4)^2}$$
$$d = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

oui, il est isocèle

Exemple : Vérifie si les diagonales de ce parallélogramme, dont les sommet sont W(-2, 1), X(3, 3), Y(4, -1) et Z(-1, -3), se coupent en leur milieu.



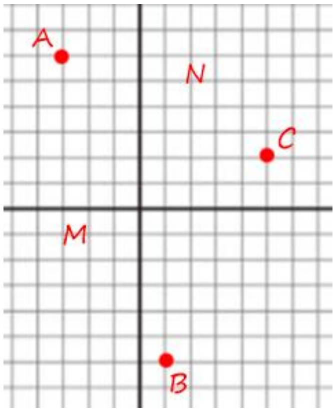
$$PM_{WY} = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1-1}{2}\right)$$
$$= (1,0)$$

$$PM_{XZ} = \left(\frac{3-1}{2}, \frac{3-3}{2}\right)$$
$$= (1,0)$$

Oui

Exercice :

1. Les sommets d'un triangle sont A(-3, 6), B(1, -6) et C(5,2). Si M est le point milieu de AB et que N est le point milieu de AC, vérifie si MN est parallèle à BC et si MN est égale à la moitié de la longueur de BC.



$$M = \left(\frac{-3+1}{2}, \frac{6-6}{2}\right)$$
$$M = (-1, 0)$$

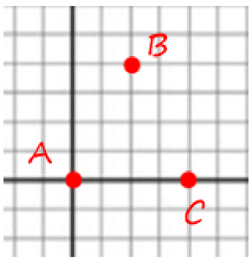
$$N = \left(\frac{-3+5}{2}, \frac{6+2}{2}\right)$$
$$N = (1, 4)$$

$$m_{MN} = \frac{4-0}{1+1} = 2$$

$$m_{BC} = \frac{2+6}{5-1} = 2$$

Oui, elles sont parallèles

2. Les sommets d'un triangle sont A(0, 0), B(2, 4) et C(4, 0). Démontre que le triangle ABC est isocèle.



A et B

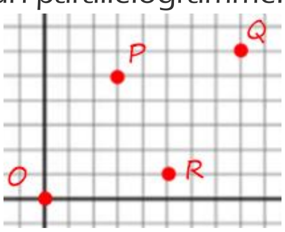
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(2+0)^2 + (4+0)^2}$$
$$d = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

B et C

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(4-2)^2 + (0-4)^2}$$
$$d = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Oui, c'est un triangle isocèle.

3. Les sommets d'un quadrilatère sont O(0, 0), P(3, 5), Q(8, 6) et R(5, 1). Démontre que OPQR est un parallélogramme.



$$m_{OP} = \frac{5-0}{3-0} = \frac{5}{3}$$

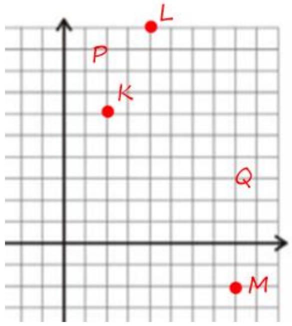
$$m_{PQ} = \frac{6-5}{8-3} = \frac{1}{5}$$

$$m_{RQ} = \frac{1-6}{5-8} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$m_{OR} = \frac{1-0}{5-0} = \frac{1}{5}$$

Oui, c'est un parallélogramme.

4. Les sommets d'un triangle sont K(2, 6), L(4, 10) et M(8, -2). Suppose que P est le point milieu de KL et que Q est le point milieu de LM. Démontre que PQ est parallèle à KM.



$$P = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{6+10}{2}\right) = (3, 8)$$

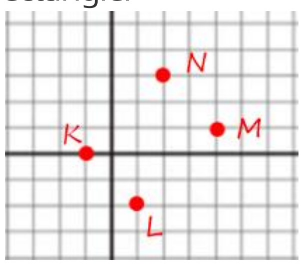
$$m_{PQ} = \frac{4-8}{6-3} = \frac{-4}{3}$$

$$Q = \left(\frac{8+4}{2}, \frac{-2+10}{2}\right) = (6, 4)$$

$$m_{KM} = \frac{-2-6}{8-2} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$$

Elles sont parallèles.

5. Les sommets d'un quadrilatère sont K(-1, 0), L(1, -2), M(4, 1) et N(2, 3). Vérifie si KLMN est un rectangle.



$$m_{KN} = \frac{3-0}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$$

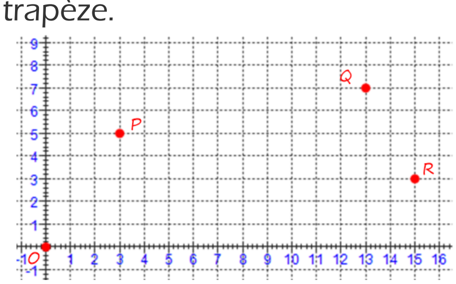
$$m_{KL} = \frac{-2-0}{1+1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$m_{LM} = \frac{1+2}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{MN} = \frac{3-1}{2-4} = \frac{2}{-2} = -1$$

Oui, c'est un rectangle.

6. Démontre que le quadrilatère dont les sommets sont O(0, 0), P(3, 5), Q(13, 7) et R(15, 3) est trapèze.

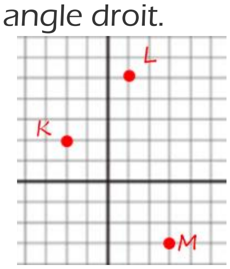


$$m_{PQ} = \frac{7-5}{13-3} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$m_{OR} = \frac{3-0}{15-0} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Oui, c'est un trapèze.

7. Les sommets d'un triangle sont K(-2, 2), L(1, 5) et M(3, -3). Vérifie si ce triangle possède un angle droit.



$$m_{KL} = \frac{5-2}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{KM} = \frac{-3-2}{3+2} = \frac{-5}{5} = -1$$

Oui, c'est un triangle rectangle.

3.6 Factoriser des polynômes dans le but de résoudre des problèmes.

- Produits spéciaux
  - Multiplication d'un binôme par son conjugué $(a + b)(a - b)$
  - Binôme au carré de la forme $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$

Produit de monômes (1 terme)
On doit se servir des règles des entiers et des exposants.

Exemple : $(-4ab)(3a^3b) = -12a^4b^2$

Produit de binômes (2 termes)
Il faut faire la distributivité des termes du premier binôme avec les termes du deuxième.

Exemple. $(3x - 2)(2x - 5) = 6x^2 - 15x - 4x + 10 = 6x^2 - 19x + 10$

Produit d'un binôme par son conjugué
Le conjugué veut dire que les deux termes restent les mêmes mais que le signe entre les deux change.

Exemple. $(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 + 6x - 6x - 4 = 9x^2 - 4$

Conjugués	produit simplifié
$(x + 3)(x - 3)$	$x^2 - 9$
$(3x - 4)(3x + 4)$	$9x^2 - 16$
$(a - b)(a + b)$	$a^2 - b^2$

Y a-t-il une régularité?

Produit d'un binôme carré
Ce qui veut dire de multiplier un binôme par lui-même.

Exemple. $(3x - 2)(3x - 2) =$

Binôme au carré	**Trinôme simplifié**
$(x + 3)^2$	$x^2 + 6x + 9$
$(x - 4)^2$	$x^2 - 8x + 16$
$(5x + 3y)^2$	$25x^2 + 30xy + 9y^2$
$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$

Y a-t-il une régularité?

*** Omnimath 10 p. 107 # 1 à 15 impair, 45 à 57 impair, 85, 86, 87, 88

1. $2x(3x-4)$ 3. $-4t(5s-t)$ 5. $2y^2(3y-1)$ 7. $(3x-1)2$ 9. $(1-6y)(-3)$

$6x^2-8x$ $-20st+4t^2$ $6y^3-2y^2$ $6x-2$ $-3+18y$

Développe et simplifie.

11. $2(x-4)+5(x+3)$

$2x-8+5x+15$

$7x+7$

13. $4(2x-7)-5(4x+9)$

$8x-28-20x-45$

$-12x-73$

15. $4x+3(2x-5)+6(1-5x)$

$4x+6x-15+6-30x$

$-20x-9$

Développe et simplifie.

45. $(x+3)(3x+1)$

$3x^2+x+9x+3$

$3x^2+10x+3$

47. $(y-3)(4y+5)$

$4y^2+5y-12y-15$

$4y^2-7y-15$

49. $(3x-4)(3x-4)$

$9x^2-12x-12x+16$

$9x^2-24x+16$

51. $(3a-5)(3a+5)$

$9a^2-15a+15a-25$

$9a^2-25$

53. $(4a-b)(2a-5b)$

$8a^2-20a-2a+5b^2$

$8a^2-22a+5b^2$

55. $(4s-3t)(5s-6t)$

$20s^2-24st-15st+18t^2$

$20s^2-39st+18t^2$

57. $(2x^2-xy)(x^2-3xy)$

$2x^4-6x^3y-x^3y+3x^2y^2$

$2x^4-7x^3y+3x^2y^2$

85. La plongeuse canadienne Annie Pelletier a gagné une médaille de bronze dans la compétition de tremplin des Jeux olympiques d'été d'Atlanta. Elle a plongé d'un tremplin dont les dimensions correspondent aux binômes 7x – 2 et x – 10.

a) Multiplie ces binômes.

$(7x-2)(x-10)$

$7x^2-70x-2x+20$

$7x^2-72x+20$

b) si x représente 70 cm, quelle est l'aire du tremplin, en centimètres carrés? En mètres carrés?

$7(70)^2-72(70)+20=29280cm^2$

86. Au cours des décennies de 1870 et de 1880, avant que l'Alberta et la Saskatchewan ne deviennent des provinces du Canada, plusieurs forts furent construits dans les Prairies. La plupart de ces forts étaient rectangulaires et

entourés d'une haute clôture appelée palissade. Le tableau qui suit indique des expressions qui peuvent représenter les longueurs et les largeurs des palissades de deux forts.

Fort	Date de construction	Longueur	Largeur
Walsh	1875	x + 20	x - 10
Macleod	1883	2x + 8	x + 7

a) Écris un trinôme qui représente l'aire à l'intérieur de la palissade de chaque fort.

1875

$$\begin{aligned} A &= (x+20)(x-10) \\ &= x^2 - 10x + 20x - 200 \\ &= x^2 + 10x - 200 \end{aligned}$$

1883

$$\begin{aligned} A &= (2x+8)(x+7) \\ &= 2x^2 + 14x + 8x + 56 \\ &= 2x^2 + 22x + 56 \end{aligned}$$

b) Si x représente 70 m, quelle est l'aire de chaque fort, en mètres carrés?

1875

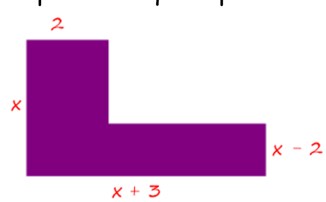
$$\begin{aligned} A &= 70^2 + 10(70) - 200 \\ &= 5400 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

1883

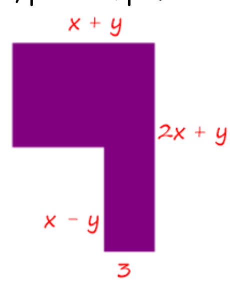
$$\begin{aligned} A &= 2(70)^2 + 22(70) + 56 \\ &= 11396 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

87. Écris une expression qui représente l'aire de chaque figure, puis simplifie-la.

a)



b)

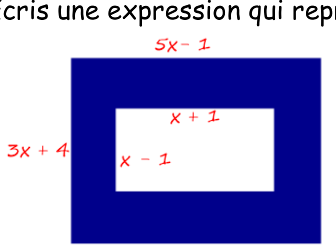


$$\begin{aligned} Aire &= (x)(2) + (x-2)(x+3-2) \\ &= 2x + (x-2)(x+1) \\ &= 2x + x^2 + x - 2x - 2 \\ &= x^2 + x - 2 \end{aligned}$$

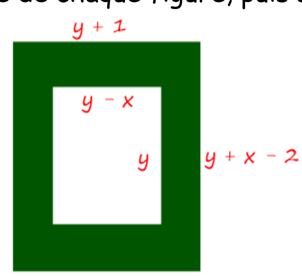
$$\begin{aligned} Aire &= 3(2x+y) + (2x+y-(x-y))(x+y-3) \\ &= 6x + 3y + (2x+y-x+y)(x+y-3) \\ &= 6x + 3y + (x+2y)(x+y-3) \\ &= 6x + 3y + x^2 + xy - 3x + 2xy + 2y^2 - 6y \\ &= x^2 + 2y^2 + 3x - 3y + 3xy \end{aligned}$$

88. Écris une expression qui représente l'aire de la partie ombrée de chaque figure, puis simplifie-la.

a)



b)



$$\begin{aligned} Aire &= (5x-1)(3x+4) - (x+1)(x-1) \\ &= 15x^2 + 20x - 3x - 4 - (x^2 - x + x - 1) \\ &= 15x^2 + 20x - 3x - 4 - x^2 + x - x + 1 \\ &= 14x^2 + 17x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Aire &= (y+1)(y+x-2) - (y-x)(y) \\ &= y^2 + xy - 2y + y + x - 2 - y^2 + xy \\ &= 2xy - y + x - 2 \end{aligned}$$

*** Omnimath 10 p. 112 # 26 à 42 pair, 49, 50, 51, 54 aceg

Développe et simplifie.

26. $(y+6)(y-6)+(y+7)^2$

$y^2-36+y^2+14x+49$

$2y^2+14x+13$

28. $2(a+3)(a-3)+3(a+2)^2$

$2(a^2-9)+3(a^2+4a+4)$

$2a^2-18+3a^2+12a+12$

$5a^2+12a-6$

30. $5(3t-1)^2-4(4t-5)(4t+5)$

$5(9t^2-6t+1)-4(16t^2-25)$

$45t^2-30t+5-64t^2+100$

$-19t^2-30t+105$

32. $(2x-3)^2-(3x-1)(4x+5)$

$(4x^2-12x+9)-(12x^2+15x-4x-5)$

$4x^2-12x+9-12x^2-15x+4x+5$

$-8x^2-23x+14$

34. $3t^2-(3-2t)^2+5(2t-1)(2t+1)$

$3t^2-(9-12t+4t^2)+5(4t^2-1)$

$3t^2-9+12t-4t^2+20t^2-5$

$19t^2+12t-14$

36. $2t(1-3t^2)-4(1-3t)(1+3t)$

$2t-6t^3-4(1-9t^2)$

$2t-6t^3-4+36t^2$

$-6t^3+36t^2+2t-4$

38. $2(3m-n)^2-3(2m-5)(m+3)$

$2(9m^2-6mn+n^2)-3(2m^2+6m-5m-15)$

$18m^2-12mn+2n^2-6m^2-18m+15m+45$

$12m^2-12mn-3m+2n^2+45$

40. $3(a-2b)^2-4(2a+b)^2$

$3(a^2-4ab+4b^2)-4(4a^2+4ab+b^2)$

$3a^2-12ab+12b^2-16a^2-16ab-4b^2$

$-13a^2-28ab+8b^2$

42. $(2m-1)(3m+4)^2$

$(2m-1)(9m^2+24m+16)$

$18m^3+48m^2+32m-9m^2-24m-16$

$18m^3+39m^2+8m-16$

44. $(y-1)^3$

$(y-1)(y^2-2y+1)$

$y^3-2y^2+y-y^2+2y-1$

y^3-3y^2+3y-1

46. $(3-2t)^3$

$(3-2t)(9-12t+4t^2)$

$27-36t+12t^2-18t+24t^2-8t^3$

$-8t^3+36t^2-54t+27$

48. $(3a+2b)^3$

$(3a+2b)(9a^2+12ab+4b^2)$

$27a^3+36a^2b+12ab^2+18a^2b+24ab^2+8b^3$

$27a^3+54a^2b+36ab^2+8b^3$

49. Les trois pyramides gérantes de Gizèh, en Égypte, font partie des sept merveilles du monde. Chaque pyramide possède une base carrée, dont on peut représenter la longueur d'un côté par l'expression suivante :

Pyramide	Longueur d'un côté de la base

Mykérinos	x – 1
Khéphren	2x - 4
Khéops	2x + 10

a) Écris une expression de l'aire de chaque base et développe-là.

Mykérinos	Khéphren	Khéops
$(x-1)(x-1)$ x^2-2x+1	$(2x-4)(2x-4)$ $4x^2-16x+16$	$(2x+10)(2x+10)$ $4x^2+40x+100$

b) Si x vaut 110 m, quelle est l'aire de la base de chaque pyramide, en mètres carrés?

Mykérinos	Khéphren	Khéops
$(110)^2-2(110)+1$ $12100-220+1$ $11881\,m^2$	$4(110)^2-16(110)+16$ $48400-1760+16$ $46656\ m^2$	$4(110)^2+40(110)+100$ $48400+4400+100$ $52900\ m^2$

50. Sachant que $x = y - 2$, exprime chacun des termes suivants en fonction de y, puis développe et simplifie ton expression.

a) $x^2 - 2x + 3$

$(y-2)^2 - 2(y-2) + 3$

$y^2 - 4y + 4 - 2y + 4 + 3$

$y^2 - 6y + 11$

b) $3x^2 + 5x - 9$

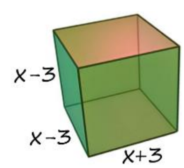
$3(y-2)^2 + 5(y-2) - 9$

$3(y^2 - 4y + 4) + 5y - 10 - 9$

$3y^2 - 12y + 12 + 5y - 10 - 9$

$3y^2 - 7y - 7$

51. a) écris, développe et simplifie une expression qui représente le volume de ce prisme à base rectangulaire.



$(x-3)(x-3)(x+3)$

$(x^2 - 6x + 9)(x+3)$

$x^3 + 3x^2 - 6x^2 - 18x + 9x + 27$

$x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

b) si x vaut 8 cm, quel est le volume, en centimètres cubes?

$(8)^3 - 3(8)^2 - 9(8) + 27$

$275\ m^3$

54. Développe et simplifie.

a) $(x^2+1)^2$

$x^4 + 2x^2 + 1$

c) $(x^2+y^2)^2$

$x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

e) $(2x^2+3)^2$

$4x^4 + 12x^2 + 9$

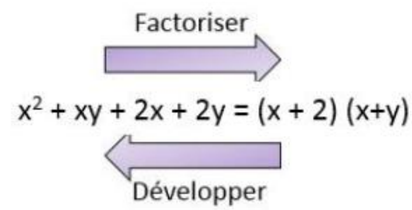
g) $(x^2-2y^2)^2$

$x^4 - 4x^2y^2 + 4y^4$

- Factorisation
  - Mise en évidence simple
  - Différence de carrés
  - Trinôme carré parfait

*Faire un lien avec la régularité, et les tuiles algébriques

La factorisation consiste à écrire une expression algébrique sous la forme d'un produit de facteurs.



Rappel : Mise en évidence simple

La **mise en évidence simple** permet de mettre en évidence un facteur qui est commun à tous les termes d'un polynôme.

Pour réaliser une mise en évidence simple, on doit :

1. Repérer le plus grand facteur commun (PGCD) à tous les termes d'un polynôme.
2. Mettre ce facteur en évidence en divisant chacun des termes du polynôme par le plus grand facteur commun.

Exemple :

a) $4xy + 6y$

$2y(2x+3)$

b) $11pqr - 15x + 23$

déjà au plus simple

c) $2ax^3 - 6a^2x^2 + 12a^3x^2$

$2ax^2(x - 3a + 6a^2)$

d) $x^2(x-1) + 3x(x-1) - 5(x-1)$

$(x-1)(x^2+3x-5)$

Différence de carrés

La différence de deux carrés est un procédé qui permet de factoriser un polynôme de la forme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Les facteurs d'une différence de carrés sont toujours **deux binômes conjugués**, c'est-à-dire que l'un est la somme de deux termes et l'autre, la différence des deux mêmes termes.

Exemple : Factorise les polynômes suivants.

a) $x^2 - 4$

$(x-2)(x+2)$

b) $9x^2 - 16$

$(3x-4)(3x+4)$

c) $36x^4y^2 - 9z^6$

$(6x^2y - 3z^3)(6x^2y + 3z^3)$

d) $9x^2 - 5$

$(3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5})$

Trinôme carré parfait

Pour reconnaître un trinôme carré parfait, le trinôme doit respecter les règles suivantes :

1. Le premier et le troisième terme doivent être des carrés.

2. Le terme du milieu doit être égal au double produit de la racine carrée du premier et du troisième terme.

Afin d'effectuer ce type de factorisation, on peut suivre les étapes suivantes:

1. Vérifier si le trinôme possède les caractéristiques d'un trinôme carré parfait.
2. Déterminer si les facteurs sont des sommes ou des différences selon le signe du coefficient du deuxième terme.
   - Si le deuxième terme est positif: $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
   - Si le deuxième terme est négatif : $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

Exemple : Soit le trinôme suivant : $4x^2 + 12xy + 9y^2$

On vérifie si le premier terme et le troisième terme sont des carrés, on vérifie si le deuxième terme est le double de la racine carré du premier et du troisième terme.

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x+3y)^2$$

Exemple : Factorisez.

a) $x^2 - 12x + 36$

1)les extrémités sont des carrés
2) le terme du milieu est 2x
le produit des racines des extrémités

$$(x-6)^2$$

b) $25x^2 + 20xy + 4y^2$

1)les extrémités sont des carrés
2) le terme du milieu est 2x
le produit des racines des extrémités

$$(5x+2y)^2$$

c) $4x^2 - 12x + 9$

1)les extrémités sont des carrés
2) le terme du milieu est 2x
le produit des racines des extrémités

$$(2x-3)^2$$

d) $3x^2 - 12x + 12$

1) les extrémités ne sont pas des carrés

*** Omnimath 10 p. 133 # 1 à 44, 46 à 53, 55, 56, 57

Décompose en facteurs lorsque c'est possible. Pour vérifier chaque décomposition, remplace x par 1 dans la forme développée et dans la décomposition.

1. $x^2 - 9$

$(x-3)(x+3)$

$1^2 - 9 = (1-3)(1+3)$

$-8 = -8$

2. $y^2 - 16$

$(y-4)(y+4)$

$1^2 - 16 = (1-4)(1+4)$

$-15 = -15$

3. $z^2 + 81$

4. $25a^2 - 36$

$(5a-6)(5a+6)$

$25(1)^2 - 36 = (5(1)-6)(5(1)+6)$

$-11 = -11$

5. $1 - 64t^2$

$(1-8t)(1+8t)$

$1 - 64(1)^2 = (1-8(1))(1+8(1))$

$-63 = -63$

6. $36 - 49a^2$

$(6-7a)(6+7a)$

$36 - 49(1)^2 = (6-7(1))(6+7(1))$

$-13 = -13$

7. $49 + x^2$

8. $25x^2 - 64y^2$

$(5x-8y)(5x+8y)$

$25(1) - 64(1)^2 = (5(1)-8(1))(5(1)+8(1))$

$-39 = -39$

9. $4t^2 - 9s^2$

$(2t-3s)(2t+3s)$

$4 - 9 = (2-3)(2+3)$

$-5 = -5$

10. $100p^2 - 121q^2$

$(10p-11q)(10p+11q)$

$100 - 121 = (10-11)(10+11)$

$-21 = -21$

11. $16^2 - 81y^2$

$(16-9y)(16+9y)$

$16 - 81 = (16-9)(16+9)$

$-65 = -65$

12. $225b^2 - a^2$

$(15b-a)(15b+a)$

$225 - 1 = (15-1)(15+1)$

$224 = 224$

Indique si chaque trinôme est un trinôme carré parfait ou non. Si oui, décompose-le en facteurs.

13. $x^2 + 6x + 9$

$1 \times 3 \times 2 = 6$

$(x+3)^2$

14. $y^2 - 10y + 25$

$1 \times 5 \times 2 = 10$

$(y-5)^2$

15. $x^2 - 8x + 4$

$1 \times 2 \times 2 = 4$

non

16. $4t^2 + 4t + 1$

17. $m^2 - 20m + 100$

18. $16t^2 + 24t + 9$

$2 \times 1 \times 2 = 4$ $\quad$ $(2t+1)^2$

$1 \times 10 \times 2 = 20$ $\quad$ $(m-10)^2$

$4 \times 3 \times 2 = 24$ $\quad$ $(4t+3)^2$

19. $49 + 14x + x^2$

$7 \times 1 \times 2 = 14$

$(7+x)^2$

20. $1 - 16t + 64t^2$

$1 \times 8 \times 2 = 16$

$(1-8t)^2$

21. $9x^2 - 24x + 16$

$3 \times 4 \times 2 = 24$

$(3x-4)^2$

22. $4 + 28r + 49r^2$

$2 \times 7 \times 2 = 28$

$(4+7r)^2$

23. $81x^2 - 72xy + 64y^2$

$9 \times 8 \times 2 = 144$

non

24. $36m^2 + 60mn + 25n^2$

$6 \times 5 \times 2 = 60$

$(6m+5n)^2$

25. $121m^2 - 22m + 1$

$11 \times 1 \times 2 = 22$

$(11m-1)^2$

26. $9a^2 + 12ab + 4b^2$

$3 \times 2 \times 2 = 12$

$(3a+2b)^2$

Décompose en facteurs jusqu'à sa plus simple expression lorsque c'est possible.

27. $y^2 - 144$

$(y-12)(y+12)$

28, $25x^2 + 5y + 1$

$5 \times 1 \times 2 = 10$

non

29. $9a^2 - 24a + 16$

$3 \times 4 \times 2 = 24$

$(3a-4)^2$

30. $2x^2 - 32$

$2(x^2-16)$

$2(x-4)(x+4)$

31. $y^2 + 36$

32. $3x^2 + 6x + 3$

$3(x^2+2x+1)$

$3(x+1)^2$

33. $m^2 - 14m + 49$

$1 \times 7 \times 2 = 14$

$(m-7)^2$

34. $4p^2 + 20pq + 25q^2$

$2 \times 5 \times 2 = 20$

$(2p+5q)^2$

35. $49x^2 - 121y^2$

$7 \times 11 \times 2 = 154$

$(7x-11y)(7x+11y)$

36. $80a^2 - 45b^2$

$5(16a^2-9b^2)$

$5(4a-3b)(4a+3b)$

37. $100x^2 + 10x + 1$

$10 \times 1 \times 2 = 20$

non

38. $y^3 - 36y$

$y(y^2-36)$

$y(y-6)(y+6)$

39. $y^3 - 18y^2 + 81y$

$y(y^2-18y+81)$

$1 \times 9 \times 2 = 18$

$y(y-9)^2$

40. $36x^2 + 100y^2$

$4(9x^2+10y^2)$

41. $3x^3 - 48x$

$3x(x^2-16)$

$3x(x-4)(x+4)$

42. $5m^3 - 40m^2 + 80m$

$5m\left(m^2 - 8m + 16\right)$

$1 \times 4 \times 2 = 8$

$5m\left(m - 4\right)^2$

43. $81x^2 - 144$

$\left(9x - 12\right)\left(9x + 12\right)$

44. $3b^2 - 300$

$3\left(b^2 - 100\right)$

$3\left(b - 10\right)\left(b + 10\right)$

Décompose en facteurs

46. $\left(x + 2\right)^2 - 9$

$\left(\left(x + 2\right) - 3\right)\left(\left(x + 2\right) + 3\right)$

$\left(x - 1\right)\left(x + 5\right)$

47. $16 - \left(y - 3\right)^2$

$\left(4 - \left(y - 3\right)\right)\left(4 + \left(y - 3\right)\right)$

$\left(4 - y + 3\right)\left(4 + y - 3\right)$

$\left(7 - y\right)\left(1 + y\right)$

48. $\left(m + 1\right)^2 - \left(m + 2\right)^2$

$\left(\left(m + 1\right) - \left(m + 2\right)\right)\left(\left(m + 1\right) + \left(m + 2\right)\right)$

$\left(m + 1 - m - 2\right)\left(m + 1 + m + 2\right)$

$\left(-2m - 3\right)$

49. $x^4 + 22x^2 + 121$

$1 \times 11 \times 2 = 22$

$\left(x^2 + 11\right)^2$

50. $t^6 - 18t^3 + 81$

$1 \times 9 \times 2 = 18$

$\left(t^3 - 9\right)^2$

51. $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{1}{9}$

$\left(\dfrac{x}{4} - \dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{3}\right)$

52. $25x^4 - 81$

$\left(5x^2 - 9\right)\left(5x^2 + 9\right)$

53. $\left(2x + y\right)^2 - \left(2x - y\right)^2$

$\left(\left(2x + y\right) + \left(2x - y\right)\right)\left(\left(2x + y\right) - \left(2x - y\right)\right)$

$\left(2x + y + 2x - y\right)\left(2x + y - 2x + y\right)$

$\left(4x\right)\left(2y\right) = 8xy$

55. Trouve la valeur de k qui fait de chaque expression un trinôme carré parfait.

a) $x^2 + kx + 16$

$1 \times 4 \times 2 = k$

$k = \pm 8$

b) $9x^2 + kx + 49$

$3 \times 7 \times 2 = k$

$k = \pm 42$

c) $x^2 + 4x + k$

$1 \times \sqrt{k} \times 2 = 4$

$\sqrt{k} = 2$

$k = 4$

d) $4x^2 - 12x + k$

$2 \times \sqrt{k} \times 2 = 12$

$\sqrt{k} = 3$

$k = 9$

e) $kx^2 + 40x + 16$

$\sqrt{k} \times 4 \times 2 = 40$

$\sqrt{k} = 5$

$k = 25$

f) $kx^2 - 24xy + 9y^2$

$\sqrt{k} \times 3 \times 2 = 24$

$\sqrt{k} = 4$

$k = 16$

56. On peut exprimer l'aire d'un court de volley-ball, sans la zone des services, par le trinôme $2x^2 - 4x + 2$.

a) Décompose en facteurs ce trinôme jusqu'à sa plus simple expression.

$2(x^2 - 2x + 1)$
$2(x-1)(x-1)$

b) Si la longueur du court est le double de sa largeur, utilise les facteurs trouvés en a) pour formuler des expressions qui représentent ces dimensions.

$longueur = 2(x-1)$
$largeur = (x-1)$

c) Si x vaut 10 m, quelles sont la longueur et la largeur du courte, en mètres?

$longueur = 2(10-1) = 18\,m$
$largeur = (10-1) = 9\ m$

57. Le volume d'un prisme à base rectangulaire correspond au polynôme $2x^3 - 24x^2 + 72x$.

a) Décompose en facteurs ce polynôme jusqu'à sa plus simple expression.

$2x(x^2 - 12x + 36)$
$2x(x-6)(x-6)$

b) Si l'expression qui représente chaque dimension du prisme comporte la variable x, quelles sont les expressions qui correspondent aux ensembles de dimensions possibles?

$x - 6$ par $x - 6$ par $2x$

c) Si x vaut 8 cm, quelles sont les dimensions possibles du prisme?

2 cm par 2 cm par 16 cm

d) La variable x peut-elle valoir 5 cm? Explique.

Non, car 5 – 6 donnerait une longueur négative.