

# Mathématiques 30231BC

## Bloc 4

### Sens des nombres et des opérations

- 1 – Démontrer une compréhension du concept du nombre et l'utiliser pour décrire des quantités du monde réel.
- 2 – Effectuer des opérations avec différentes représentations numériques afin de résoudre des problèmes du monde réel.

#### RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

##### 2.1 Démontrer les lois des exposants et les appliquer pour résoudre des problèmes.

- Les lois des exposants ( $a$  et  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $x$  et  $y \in \mathbb{Q}$ ) (rappel)

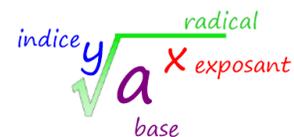
➤ Produit de puissances :  $a^x \times a^y = a^{x+y}$

➤ Quotient de puissances :  $a^x \div a^y = a^{x-y}$

➤ Puissance d'une puissance :  $(a^x)^y = a^{xy}$

➤ Puissance d'un produit :  $(ab)^x = a^x b^x$

➤ Puissance d'un quotient :  $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ ,  $b \neq 0$



Passage d'un radical entier à une représentation exponentielle fractionnaire et vice-versa.

Si un nombre a un exposant fractionnaire, on peut le transformer en radical en plaçant le dénominateur comme indice et le numérateur comme exposant.

$$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} = \left(\sqrt[y]{a}\right)^x$$

Exemple : Transforme sous la forme radicale.

a)  $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8}$

b)  $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2}$

Exemple : Transforme sous la forme exponentielle.

a)  $\sqrt[4]{8^3} = 8^{\frac{3}{4}}$

b)  $(\sqrt[3]{7})^5 = 7^{\frac{5}{3}}$

Exemple : Simplifie

a)  $(-8)^{\frac{4}{3}} = (\sqrt[3]{-8})^4 = (-2)^4 = 16$     b)  $9^{-2,5} (\sqrt{9})^{-5} = (3)^{-5} = \frac{1}{243}$

c)  $\left(\frac{25}{4}\right)^{\frac{-1}{2}} \left(\sqrt{\frac{25}{4}}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5}$

# Mathématiques 30231BC

\*\*\* Omnimath 10 p. 37 no. 1 à 83 (impair) \*\*\* Omnimath 10 p. 46 no. 1 à 10, 63 à 112 (impair)

Récris ces expressions en notation de radicaux.

$$1. 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[3]{2}$$

$$5. 6^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[3]{6^4}$$

$$9. x^{\frac{-3}{7}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[7]{x^3}}$$

$$3. x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{x}$$

$$7. 7^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$11. (3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{3x}$$

Récris ces expressions à l'aide d'exposants.

$$13. \sqrt{7}$$

$$7^{\frac{1}{2}}$$

$$17. \sqrt[3]{6^4}$$

$$6^{\frac{4}{3}}$$

$$21. \frac{1}{(\sqrt[5]{x})^4}$$

$$x^{\frac{-4}{5}}$$

$$15. \sqrt[3]{-11}$$

$$(-11)^{\frac{1}{3}}$$

$$19. \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x^{\frac{-1}{2}}$$

$$23. \sqrt{3x^5}$$

$$(3x^5)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}$$

Résous.

$$25. 4^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$29. 25^{0,5}$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$27. 16^{\frac{-1}{4}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{16}} = \frac{1}{2}$$

$$31. (64)^{\frac{-1}{6}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[6]{64}} = \frac{1}{2}$$

# Mathématiques 30231BC

33.  $81^{0,25}$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

37.  $8^{\frac{2}{3}}$

$$\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 2^2 = 4$$

41.  $16^{\frac{-3}{4}}$

$$\frac{1}{\left(\sqrt[4]{16}\right)^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

45.  $1^{\frac{5}{3}}$

$$1^{\frac{5}{3}} = 1$$

35.  $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

39.  $9^{2,5}$

$$\left(\sqrt{9}\right)^5 = 3^5 = 243$$

43.  $\left(-8\right)^{\frac{-5}{3}}$

$$\frac{1}{\left(\sqrt[3]{-8}\right)^5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-32}$$

47.  $\left(\frac{100}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$

$$\frac{\left(\sqrt{100}\right)^3}{\left(\sqrt{9}\right)^3} = \frac{10^3}{3^3} = \frac{1000}{27}$$

Résous lorsque c'est possible.

49.  $\left(-9\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\sqrt{-9}$$

aucune  
solution réelle

51.  $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

53.  $-9^{\frac{1}{2}}$

$$-\sqrt{9} = -3$$

55.  $-8^{\frac{5}{3}}$

$$-\left(\sqrt[3]{8}\right)^5 = -(2)^5 = -32$$

# Mathématiques 30231BC

$$57. (-1)^{\frac{3}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{-1}}\right)^3$$

impossible

$$61. (-0,0016)^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{-16}{10000}}$$

impossible

$$65. \left[ (\sqrt{125})^4 \right]^{\frac{1}{6}}$$

$$(125)^{\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{6}} = 125^{\frac{2}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{125} = 5$$

$$59. \left( \frac{36}{121} \right)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}} = \frac{11}{6}$$

$$63. (625^{-1})^{\frac{-1}{4}}$$

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

$$67. \sqrt{\sqrt[3]{729}}$$

$$\sqrt{9} = 3$$

Pour chaque expression, écris une expression équivalente comportant des exposants.

$$69. \sqrt{\sqrt{x^4}}$$

$$= \sqrt{x^{\frac{4}{2}}} = \sqrt{x^2} = x^{\frac{2}{2}} = x$$

$$71. \sqrt{\sqrt{3x^6}}$$

$$= \sqrt{(3x^6)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{3^{\frac{1}{2}} x^3} = \left(3^{\frac{1}{2}} x^3\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{4}} x^{\frac{3}{4}}$$

$$73. \sqrt{\sqrt{81x^8}}$$

$$= \sqrt{81^{\frac{1}{2}} x^4} = (9x^4)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} x^2 = 3x^2$$

$$75. \left(a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{4}}\right)^{12}$$

$$= a^{\frac{12}{3}} b^{\frac{12}{4}} = a^4 b^3$$

$$77. (81a^8b^4)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 81^{\frac{1}{4}} a^{\frac{8}{4}} b^{\frac{4}{4}} = 3a^2b$$

$$79. (\sqrt{x^3})(\sqrt[3]{x})$$

$$= x^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{11}{6}}$$

$$81. (\sqrt[5]{x^3})(\sqrt[3]{x^2})$$

$$= x^{\frac{3}{5}} x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{3}{5} + \frac{2}{3}} = x^{\frac{19}{15}}$$

$$83. \left(\sqrt[4]{a^3b^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{8}} b^{\frac{5}{8}}$$

# Mathématiques 30231BC

\*\*\* Omnimath 10 p. 46 no. 1 à 10, 63 à 111 (impair)

Indique à quels ensembles de nombre chaque nombre appartient.

1.  $\sqrt{25} = 5$

Naturel non nul  
Naturel  
Entier  
Rationnel  
Réel

2.  $\sqrt{0,09} = 0,3$

Rationnel  
Réel

3.  $-\sqrt{7} = 2,6457513\dots$

Irrationnel  
Réel

4.  $\sqrt{\frac{4}{9}} = 0,666666\dots$

Rationnel  
Réel

Résous.

5.  $|-7|$   
  
 $= 7$

6.  $\left|\frac{4}{5} - \frac{9}{10}\right|$   
  
 $= \left|\frac{-1}{10}\right| = \frac{1}{10}$

7.  $|1,5 - 2,5|$   
  
 $= |-1| = 1$

Sachant que  $x$  est un nombre réel, représente chacune de ces expressions sur une droite numérique.

8.  $x \geq 2$

9.  $-4 < x \leq 3$

10.  $|-1| \leq x < |6|$

Simplifie

63.  $m^2 \times m^5$   
  
 $= m^7$

65.  $t^7 \div t^4$   
  
 $= t^3$

67.  $(x^2 y^3)^4$   
  
 $= x^8 y^{12}$

69.  $(x^{-2} y^3)^{-2}$   
  
 $= x^4 y^{-6} = \frac{x^4}{y^6}$

71.  $\left(\frac{x^{-3}}{y^{-2}}\right)^{-2}$   
  
 $= \frac{x^6}{y^4}$

73.  $(-18a^3 b^2) \div (-2a^2 b)$   
  
 $= 9ab$

75.  $10x^{-2} \div (-2x^{-3})$   
  
 $= -5x$

77.  $(-3m^{-3} n^{-1})^{-3}$   
  
 $= \frac{-m^9 n^3}{27}$

79.  $\left(\frac{-2x^{-3}}{3y^{-4}}\right)^{-2}$   
  
 $= \frac{(-2)^{-2} x^6}{3^{-2} y^8} = \frac{9x^6}{4y^8}$

81.  $\frac{3ab^4}{2a^3b^2} \times \frac{12a^5b}{15a^4b}$   
  
 $= \frac{36a^6b^5}{30a^7b^3} = \frac{6a^{-1}b^2}{5} = \frac{6b^2}{5a}$

83.  $\left(\frac{6a^{-2}b^{-3}}{2a^2b^{-1}}\right)^{-2}$   
  
 $= \frac{6^{-2}a^4b^6}{2^{-2}a^{-4}b^3} = \frac{4a^8b^4}{36} = \frac{a^8b^4}{9}$

## Mathématiques 30231BC

Exprime sous la forme d'un radical.

$$85. 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$87. 10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4}$$

Exprime ces expressions à l'aide d'exposants uniquement.

$$89. \left(\sqrt[3]{m}\right)^5 = m^{\frac{5}{3}}$$

$$91. \sqrt[5]{4a^4} = \sqrt{4^{\frac{1}{5}} a^{\frac{4}{5}}} = \left(4^{\frac{1}{5}} a^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{10}} a^{\frac{4}{10}} = 4^{\frac{1}{10}} a^{\frac{2}{5}}$$

Résous.

$$93. \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$95. 1^{\frac{-1}{4}} = 1$$

$$97. (-8)^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{-8}} = \frac{1}{-2}$$

$$99. 27^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$101. \left(\frac{81}{16}\right)^{\frac{5}{4}} = \frac{\left(\sqrt[4]{81}\right)^5}{\left(\sqrt[4]{16}\right)^5} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$$

$$103. \left(\frac{27}{125}\right)^{\frac{-2}{3}} = \frac{\left(\sqrt[3]{27}\right)^{-2}}{\left(\sqrt[3]{125}\right)^{-2}} = \frac{3^{-2}}{5^{-2}} = \frac{25}{9}$$

$$105. \left(-8^{-1}\right)^{\frac{-1}{3}} = (-1)^{\frac{-1}{3}} (8)^{\frac{1}{3}} = -2$$

Simplifie, puis exprime la réponse à l'aide d'exposants si nécessaire.

$$107. \sqrt[3]{y^4}$$

$$= \left(y^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{4}{9}}$$

$$109. \sqrt[3]{-8x}$$

$$= (-8)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} = -2x^{\frac{1}{3}}$$

$$111. \left(\sqrt[3]{-64}\right)x$$

$$= (-64)^{\frac{1}{3}} x = -4x$$