# Mathématiques 30321-B

BLOC 1

Régularité et algèbre (+- 22 cours)

3 - Exploiter les relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Analyser diverses propriétés de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

- ◊ *Modèles mathématiques*
- ◊ *Rôle des paramètres*
- ◊ *Mode de représentations*
  - *Situation, table des valeurs, graphique, équation*
- ◊ *Propriété d'une fonction*
  - *Domaine, image, valeur initiale et zéro(s), extrema relatifs et extremum absolu, équation de l'axe de symétrie, variation (croissance, décroissance), coordonnées du sommet, ordonnée et abscisse(s) à l'origine, signe (positif et négatif)*
- ◊ Asymptote

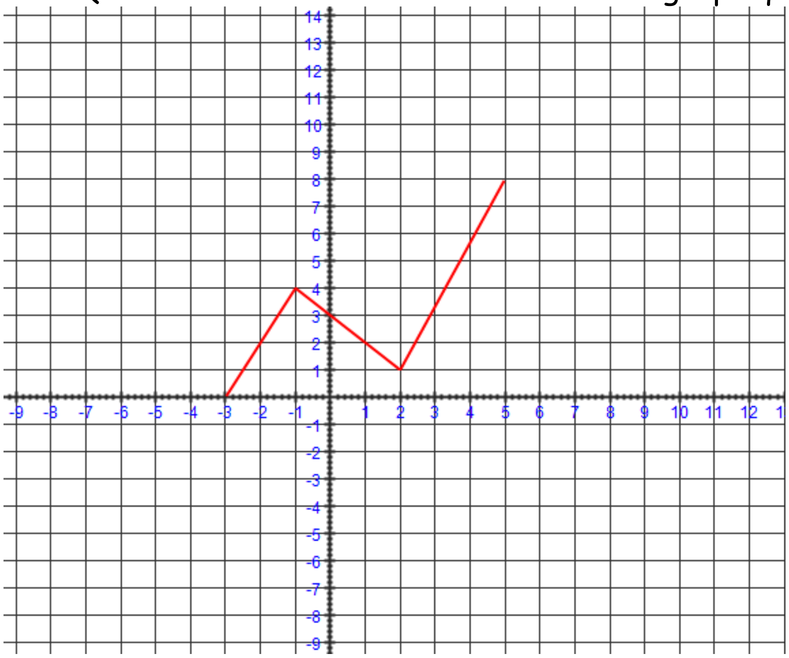
**Rappels :**

**Rôles des paramètres :** $g(x) = \pm af\left(\pm b\left(x - c\right)\right) + d$

| Transformations | Effet sur le graphe | Le point $(x, y)$ devient |
|---|---|---|
| Réflexion verticale $y = -f(x)$ | Réflexion par rapport à l'axe des $x$ | $(x, y) \rightarrow (x, -y)$ |
| Allongement ou rétrécissement vertical $y = af(x)$ | si $\lvert a\rvert > 1$, allongement vertical de $\lvert a\rvert$<br>si $0 < \lvert a\rvert < 1$, rétrécissement vertical de $\lvert a\rvert$ | $(x, y) \rightarrow (x, ay)$ |
| Réflexion horizontale $y = f(-x)$ | Réflexion par rapport à l'axe des $y$ | $(x, y) \rightarrow (-x, y)$ |
| Allongement ou rétrécissement horizontal $y = f(bx)$ | si $\lvert b\rvert > 1$, rétrécissement horizontal de $\frac{1}{\lvert b\rvert}$<br>si $0 < \lvert b\rvert < 1$, allongement horizontal de $\frac{1}{\lvert b\rvert}$ | $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{b}x, y\right)$ |
| Translation horizontale $y = f(x - c)$ | si $c > 0$, translation horizontale vers la droite<br>si $c < 0$, translation horizontale vers la gauche | $(x, y) \rightarrow (x + c, y)$ |
| Translation verticale $y = f(x) + d$ | si $d > 0$, translation verticale vers le haut<br>si $d < 0$, translation verticale vers le bas | $(x, y) \rightarrow (x, y + d)$ |

# Mathématiques 30321-B

Ex : Quelles sont les transformations sur le graphique de f(x) pour obtenir g(x) ?



a) $g(x) = 2\,f(3x + 9)$

b) $g(x) = f(-2x + 8) + 5$

Exercices :

1. Donne la valeur de f(3) si $f(x) = 3(x - 1)^2 + 3$.
2. Décris comment les transformations appliquées à f(x), donne aussi ce que la coordonnée (2, 4) devient pour chaque cas.

a) $y = 2f(x) + 3$ b) $y = \frac{1}{2}f(x) - 2$ c) $y = f(x + 4) + 1$ d) $y = 3f(x - 5)$

e) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right) - 6$ f) $y = f(-2x - 4)$ g) $y = 4f(x - 6) + 2$ h) $y = -2f(x) - 3$

i) $y = f(-x + 1) - 1$ j) $y = -f(x - 3) + 1$ k) $y = 3f(2x) - 6$ l) $y = f(3(x + 4)) + 5$

m) $y = \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}x\right) - 4$ n) $y = -2f(4x - 8)$ o) $y = f(4 - x) + 5$ p) $y = f(3x - 6) + 8$

3. Du sommet d'une falaise de 15 m de hauteur, un plongeur saute 1,2 m dans les aires, fait une rotation, tombe et touche l'eau 2,1 secondes après avoir sauté. Quel est le domaine de cette relation si t représente le temps en secondes et h, la hauteur, en mètres ?

   a) $[0, 15]$ b) $[0; 16,2]$ c) $[0; 2,1]$

4. Quel est l'image de la relation du no. 2 ?

   a) $[0, 15]$ b) $[0; 16,2]$ c) $[0; 2,1]$

5. Quatre coins carrés, avec des côtés mesurant x, sont coupés dans les coins d'une feuille de carton rectangulaire qui mesure 40 cm par 60 cm. Les côtés du rectangle sont pliés pour faire une boite. Quel est le domaine de cette relation ?

   a) $[0, 20]$  b) $]0, 20[$  c) $]0, 30[$

6. Si le graphe de $f(x) = x^2$ est allongé verticalement de facteur 3 avec une réflexion par rapport à l'axe des x. Quelle équation représente cette transformation ?

   a) $f(x) = x^2 + 3$  b) $f(x) = 3x^2$  c) $f(x) = -3x^2$

7. La coordonnée (2, -4) est sur le graphe de y = f(x). Quelle est la valeur du y sur la coordonnée du graphe y = -2f(x) si le x est 2 ?

   a) $y = 8$  b) $y = -4$  c) $y = -8$

8. Sur Terre, la distance verticale d'un objet en chute libre est représentée par $d(t) = 4{,}9t^2$, où d les la distance verticale en mètres, et t est le temps en secondes. Si Shawn laisse tomber une balle de la fenêtre de son appartement, d'une hauteur de 25 m au-dessus du sol, combien de temps prendra la balle à toucher le sol ?

   a) 2,2 s  b) 4,9 s  c) 5,1 s

9. Le point (3, 8) est sur le graphe de la fonction $f(x) = a(x + 1)^2$. Trouve la valeur de a et dis si on a appliqué un allongement ou un rétrécissement vertical à la fonction $f(x) = x^2$.

   a) $a = \frac{1}{2}$, rétrécissement vertical

   b) a = 2, allongement vertical

   c) $a = {}^{1}/_{27}$, rétrécissement vertical

10. Utilise les lois des exposants pour réécrire l'expression $\frac{(-2)^3(-2)^8}{(-2)(-2)^3}$ avec un seul exposant.

    a) $-2^7$  b) $(-2)^6$  c) $(-2)^{13}$

11. Utilise les lois des exposants pour simplifier l'expression $\frac{(6x^2y^3)^2}{2xy^2}$.

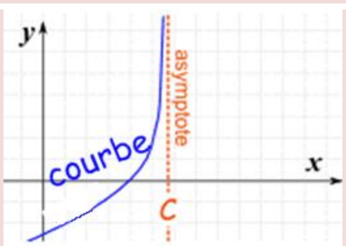
    a) $9x^2y^2$  b) $6x^3y^4$  c) $18x^3y^4$

# Mathématiques 30321-B

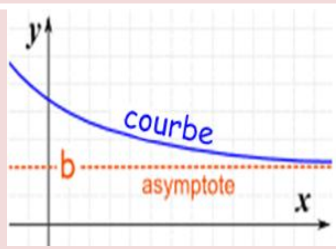
| Propriétés | Axe des x | Axe des y |
|---|---|---|
| **Domaine** | Intervalle en fonction des x | |
| **Image** | | Intervalle en fonction des y |
| **Zéros de la fonction** | Valeurs où le graphique touche l'axe des x (lorsque y = 0) | |
| **Croissance** | Intervalle de x où la valeur de y augmente de gauche à droite | |
| **Décroissance** | Intervalle de x où la valeur de y diminue de gauche à droite | |
| **Fonction positive** | Intervalle où le graphique touche ou est au-dessus de l'axe des x | |
| **Fonction négative** | Intervalle où le graphique touche ou est au-dessous de l'axe des x | |
| **Fonction nulle** | Valeurs de x | |
| **Valeur initiale** | | Valeur où le graphique touche l'axe des y (lorsque x = 0) |
| **Maximum** | | Valeurs de y supérieure à toutes les autres |
| **Minimum** | | Valeurs de y inférieures à toutes les autres |

Asymptotes : il existe 3 sortes d'asymptotes, horizontale, verticale et oblique.

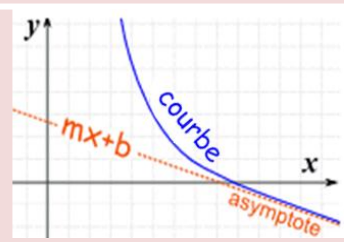
Lorsqu'il y a des fonctions qui ne peuvent contenir certaines valeurs de l'abscisse, on peut tracer une asymptote verticale à ces endroits.




Même chose, s'il y a des valeurs que l'ordonnée ne peut pas prendre, il y aura des asymptotes horizontales à ces endroits.




Il existe aussi des asymptotes obliques qui sont des droites définies par y = mx + b.

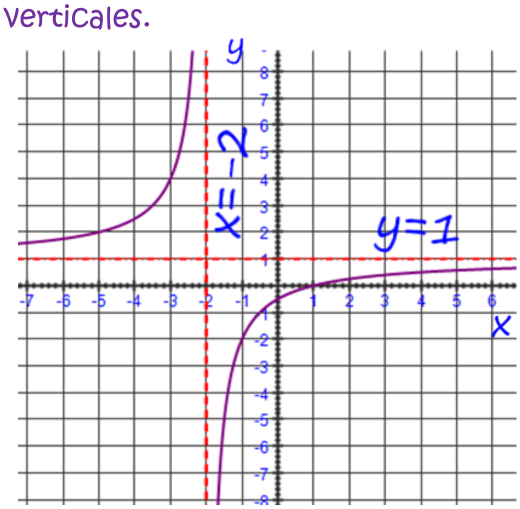



Exemple : une fonction rationnelle, c'est une fonction qui contient une variable au dénominateur. Sachant qu'on ne peut avoir une valeur de 0 au dénominateur, les valeurs de x qui donneraient un 0 au dénominateur sont des asymptotes verticales.

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

x = -2 est une asymptote verticale car cette valeur donnerait 0 au dénominateur.

y = 1 est une asymptote horizontale, car cette valeur donnerait un zéro au dénominateur de la fonction réciproque (inverse) de cette fonction.

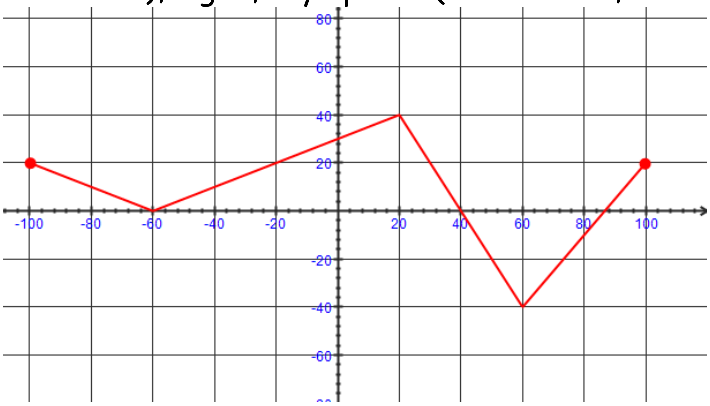



Une asymptote veut dire que les valeurs très très près de ce nombre, à gauche ou à droite, longe cette ligne en s'approchant toujours sans jamais la toucher.

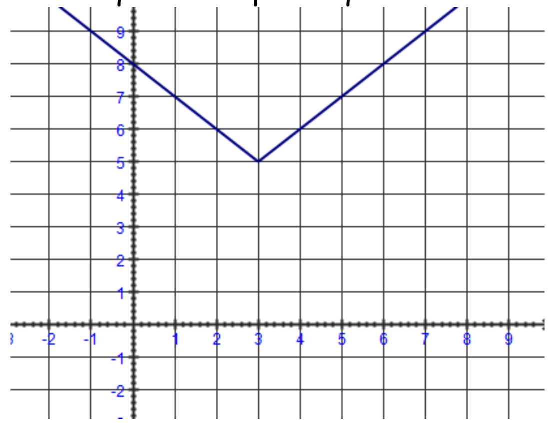
# Mathématiques 30321-B

Exercice : Donne les propriétés de chaque fonction : domaine, image, zéros, variation (croissance, décroissance), signe, asymptote (horizontale, verticale ou oblique ainsi que l'équation de celle-ci).

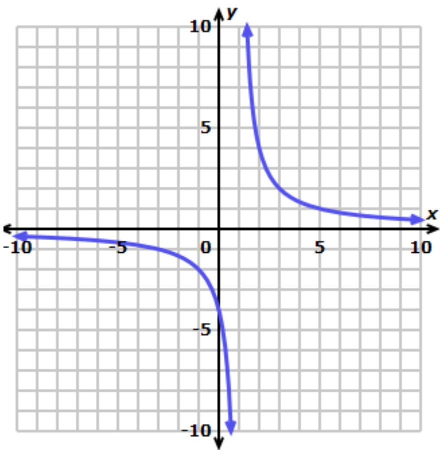
a)



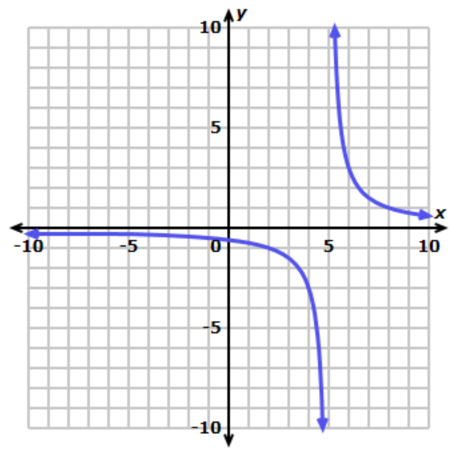
b)



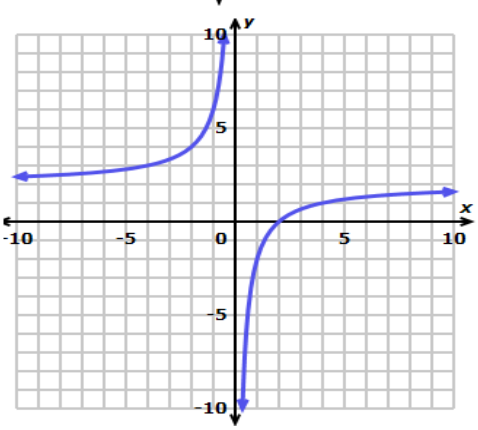
c)



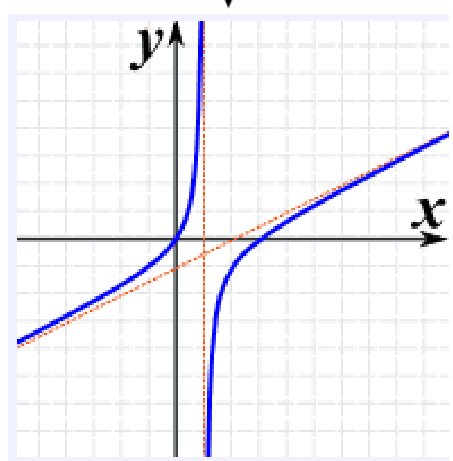
d)



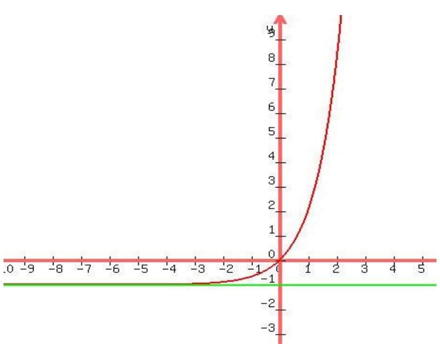
e)



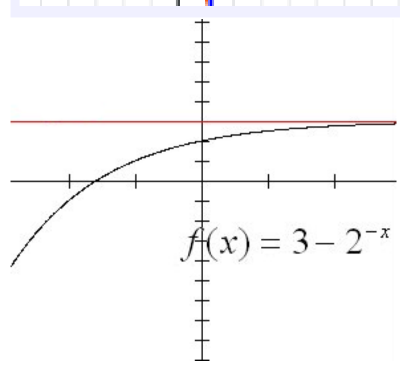
f)



g)



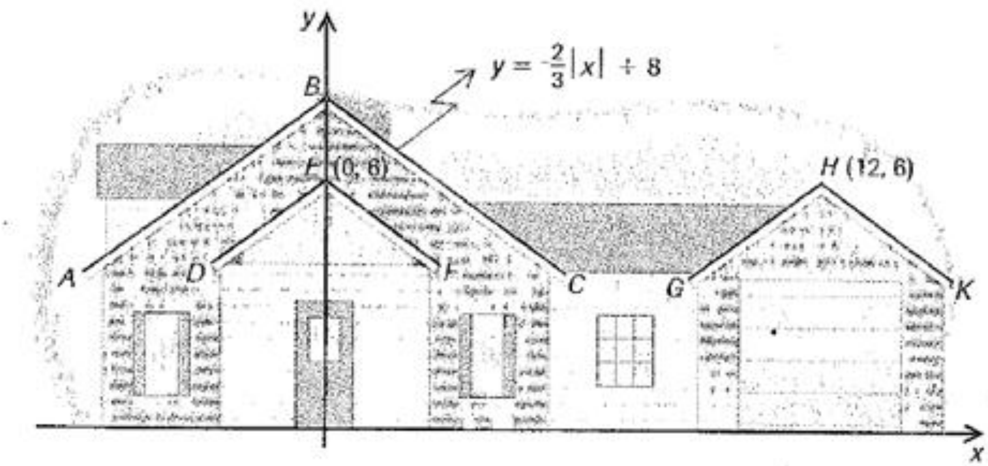
h)



3.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie
- ◊ *valeur absolue : $y = a|(x)| + k$*
- ◊ rôle des paramètres des fonctions à l'étude
- ◊ graphique de la courbe représentative de chaque fonction à l'étude

3.8 modéliser des situations se traduisant par des équations ou des inéquations afin de résoudre des problèmes
- ◊ *résolution d'équations et d'inéquations avec valeurs absolues*

1. On a représenté, dans un plan cartésien dont les axes sont gradués en mètres, la vue de face d'une maison sont supportés par les demi-droites représentant la courbe de la fonction dont la règle est $y = -\frac{2}{3}|x| + 8$. Les versants AB, DE et GH sont parallèles entre eux de même que les versants BC, EF et HK.




a) Quelle est la règle de la fonction associée au toit GHK du garage ?

b) Quelle est la règle de la fonction associée au toit DEF de l'entrée ?

c) Quelle distance horizontale du centre de la porte, le toit est-il à une hauteur de 7,2 mètres?

2. Chez la compagnie Graphique Plus, le salaire moyen pour un graphisme débutant est de 37600$, mais le salaire actuel pourrait varier d'au plus 2590$.

a) Donne l'inéquation représentant le salaire d'un graphisme débutant.

b) Résous cet inégalité pour déterminer l'intervalle du salaire d'un débutant.

3. Un menuisier utilise une tour pour façonner la patte d'une table artisanale. Afin que la patte soit solide, elle doit être de 150 millimètres de large, ce qui permet une marge d'erreur de 2,5 millimètres. Écrivez une inéquation qui modélise cette relation et puis trouvez l'intervalle de largeur de la patte de cette table.

4. Les tiges d'acier produites dans une usine doivent être de 10 pouces de longueur avec une tolérance de 0,2 pouces. Les tiges d'acier qui ne sont pas dans la marge de longueurs doivent être jetées. Donne l'inéquation qui nous permettrait de calculer les bonnes longueurs de tiges.

5. Pour qu'une fille puisse être sélectionnée par une équipe de danse, elle doit être 165cm de hauteur avec une tolérance de 5cm. Donne l'inéquation qui représente cette situation, ainsi que les grandeurs acceptables.

6. La rue construite dans la ville doit être de 25 pieds de largeur avec une tolérance de 0,5 pieds. Les rues qui satisfont pas à cette condition être réparées. Détermine l'inéquation de cette condition.

7. Une réunion d'affaires aura lieu à 15:00, et les portes seront ouvertes de 14:50 à 15:10. Détermine l'inéquation qui détermine les heures où les portes seront ouvertes.

8. Dans notre équipe de basket, les joueurs partants font en moyenne entre 8 et 22 points par partie. Détermine une inéquation qui donne les points des joueurs, en moyenne.

9. Un sac de 16 oz de farine ne pèse probablement pas  exactement 16 onces. Supposons que le poids réel peut être entre 15,6 onces et 16,4 oz, inclusivement. Ecrire une inégalité de valeur absolue qui décrit les poids acceptables pour un sac de farine de « 16 once ».

Réviser les notes sur les valeurs absolues p. 26-28 du manuel

***Pages 29 à 36 : 2aef, 3ace, 6acegi, 8ef, 10 acegi, 11 et 19cd***

# Mathématiques 30321-B

3.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

- ◊ exponentielle : $y = aB^x$, $B>0$ (ajouter 1.1 en même temps)
- ◊ rôle des paramètres des fonctions à l'étude
- ◊ graphique de la courbe représentative de chaque fonction à l'étude

3.8 modéliser des situations se traduisant par des équations ou des inéquations afin de résoudre des problèmes

- ◊ résolution d'équations

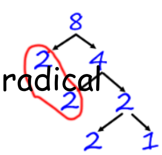
Rappelons que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $\qquad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Exemples :

1) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$ 2) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ 3) $\frac{4\sqrt{34}}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{2}\frac{\sqrt{34}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{34}{2}} = 2\sqrt{17}$

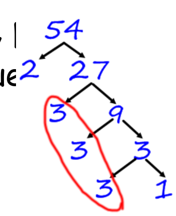
## Simplification des radicaux

Considérons le nombre $\sqrt{8}$. Le nombre 8 peut être décomposé en un produit de 2 nombres naturels dont un de ces nombres est un carré parfait : 4 x 2.



$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, on dit que l'on a simplifié le radical ou écrit comme radical mixte.

L'indice d'un radical peut être un autre nombre que 2, exemple $\sqrt[3]{54}$, le simplifier, on doit trouver un facteur de 54 qui a une racine cubique. Une façon facile de le faire est de trouver les facteurs premiers du nombre, ensuite de grouper les facteurs semblables.



$\boxed{\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}}$

Exercices : Simplifie les radicaux

a) $2^{\frac{1}{2}}$ b) $8^{\frac{3}{2}}$ c) $\frac{15^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

f) $\frac{4\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}$ g) $\frac{34\sqrt{21}}{2\sqrt{3}}$ h) $\sqrt{32}$ i) $\sqrt{125}$ j) $\sqrt{98}$

k) $\sqrt{48}$ l) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ m) $\sqrt{50} + \sqrt{72}$ n) $\sqrt{50} \times \sqrt{72}$ o) $\sqrt{3} + \sqrt{27}$

p) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{8}$ q) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{12}$ r) $2\sqrt{75} \times 3\sqrt{3}$ s) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}} \times \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{63}} \times \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{27}}$

# Mathématiques 30321-B

Rappels – lois des exposants

| | | |
|---|---|---|
| Produit de puissances; $a \neq 0$ | $a^m \times a^n = a^{m+n}$ | $3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19683$ |
| Quotient de puissances; $a \neq 0$ | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $\frac{5^8}{5^6} = 5^{8-6} = 5^2 = 25$ |
| Puissance d'un produit; $a \neq 0$; $b \neq 0$ | $(a \times b)^n = a^n b^n$ | $(3 \times 8)^2 = 3^2 \times 8^2 = 9 \times 64 = 576$ |
| Puissance d'une puissance; $a \neq 0$; $b \neq 0$ | $(a^m)^n = a^{m \times n}$ | $(2^3)^5 = 2^{15} = 32768$ |
| Puissance d'un quotient; $a \neq 0$; $b \neq 0$ | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | $\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{6^2}{5^2} = \frac{36}{25} = 1,44$ |

******Pages 335 à 339 : 1ace, 2adefg, 3acdgh, 4bcdf, 6abc, 7bce, 8bcef, 9ace, 10ace, 11, 12, 13ace, 14ace, 16***

***Réactivation 1 p. 332***

Le plasma sanguin est le constituant liquide du sang qui sert à transporter les cellules sanguines et les hormones à travers le corps. Lorsqu'un médicament est administré à un patient ou une patiente, ce médicament est acheminé par le plasma sanguin.

La table de valeurs ci-contre fournit des renseignements sur la concentration d'un médicament dans le plasma sanguin d'un patient.

**Concentration d'un médicament dans le plasma sanguin d'un patient selon le temps**

| Temps (h) | Concentration (ppm) |
|---|---|
| 0 | 5088 |
| 1 | 2544 |
| 2 | 1272 |
| 3 | 636 |
| 4 | 318 |

a) Quelle est la concentration initiale de ce médicament?

b) Quelle est la concentration de ce médicament :
   1) 5 heures après son administration?
   2) 10 heures après son administration?
   3) 1 jour après son administration?

c) Déterminez le temps requis pour que la concentration de ce médicament soit de 79,5 ppm.

d) On considère que ce médicament n'a plus effet lorsque sa concentration est 128 fois moins élevée que sa concentration initiale.
   1) À quel moment ce médicament n'a-t-il plus d'effet?
   2) Quelle est alors sa concentration?

# Mathématiques 30321-B

***Fonction exponentielle***

Une fonction définie par une règle dans laquelle la variable indépendante apparaît en exposant est appelée fonction exponentielle.

$f(x) = 5\left(3\right)^{2(x+1)} + 7$
$f(x) = 5\left(3^2\right)^{x+1} + 7$
$f(x) = 5\left(9\right)^{x+1} + 7$
$f(x) = 5\left(9\right)^{x}\left(9\right)^{1} + 7$
$f(x) = 45\left(9\right)^{x} + 7$

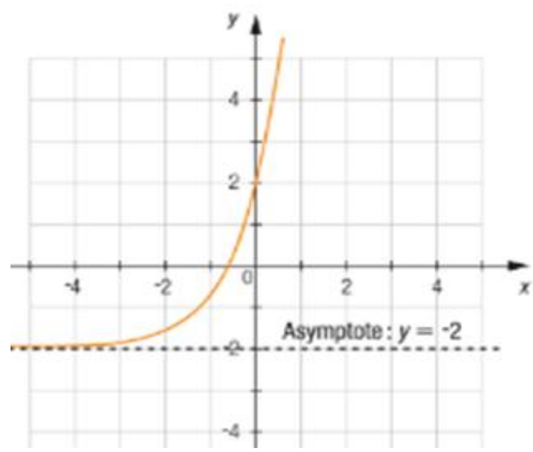
Sa règle : $f(x) = ac^{b(x-h)} + k; où\ a\ et\ b \neq 0, c > 0\ mais\ c \neq 1$; d'après les lois des exposants, elle peut se simplifier à $\boxed{f(x) = ac^x + k}$.

| Propriétés | $f(x) = ac^x + k; où\ c \neq 1$ | $f(x) = ac^{b(x-h)} + k;$ $où\ a\ et\ b \neq 0, c > 0\ mais\ c \neq 1$ |
|---|---|---|
| Domaine | R ou selon le contexte | |
| Image | - Si a > 0, $]k, \infty[$<br>- Si a < 0, $]-\infty, k[$ | |
| Zéro de la fonction | Existe si a et k sont de signes contraires.<br>C'est la valeur de x lorsque f(x) = 0 | |
| Croissance | - Si c > 1 et que a est positif<br>- Si 0 < c < 1 et que a est négatif | - Si c > 1 et que a et b sont de même signe.<br>- Si 0 < c < 1 et que a et b sont de signes contraires |
| Décroissance | - Si 0 < c < 1 et que a est positif<br>- Si c > 1 et que a est négatif | - Si 0 < c < 1 et que a et b sont de même signe.<br>- Si c > 1 et que a et b sont de signes contraires. |

Dans une fonction exponentielle, la coordonnée au point x = 0 sera (0, a + k) et une de ses extrémités se rapproche de l'asymptote y = k.

$f(x) = 4(3)^x - 2$

| x | y |
|---|---|
| -3 | $-\frac{50}{27}$ |
| -2 | $-\frac{14}{9}$ |
| -1 | $-\frac{2}{3}$ |
| 0 | 2 |
| 1 | 10 |
| 2 | 34 |




Exemple : Dans un dessin animé, un personnage nommé Plouc fabrique une boule de neige de 50 g. Du sommet de la montagne, il fait rouler la boule vers le bas. Après avoir roulé 20 m, la masse de la boule est de 100 g. La masse de la boule varie en fonction de la distance parcourue en mètres selon un modèle exponentiel. Quelle est la masse de la boule après 100 m?

La masse de la boule de neige double chaque fois qu'elle parcourt 20 m.

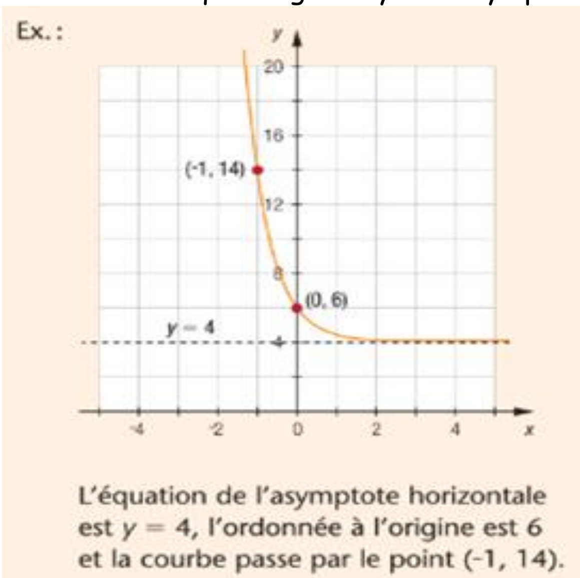
Comme l'augmentation est exponentielle, on aura une équation de la forme : $f(x) = 50 \times \left(2\right)^{\frac{x}{20}}$

Donc, $f(100) = 50 \times \left(2\right)^{\frac{100}{20}} = 1600g$

# Mathématiques 30321-B

***Recherche de la règle*** $f(x) = ac^x + k$. Allo prof

Trouver l'équation de l'asymptote horizontale, l'ordonnée à l'origine de la courbe et les coordonnées d'un autre point. Sachant que k égal au y de l'asymptote et que l'ordonnée à l'origine est a + k.




L'asymptote :

L'ordonnée à l'origine :

k =

a + k =

$y = ac^x + k$ et (-1, 14) donc

******Pages 347 à 352 : 1bcd, 2, 3, 4a-d, 5bcd, 7a, 9, 10, 12, 13, 14 et 15***

***Rappels : équivalences logarithmiques***

| | | |
|---|---|---|
| Changer de la forme exponentielle à la forme logarithmique | $m^n = p \rightarrow \log_m p = n$ | $2^x = 5 \rightarrow \log_2 5 = x$ |
| Changement de base | $\log_c m = \dfrac{\log_a m}{\log_a c}$ | $\log_4 8 = \dfrac{\log_2 8}{\log_2 4} = \dfrac{3}{2} = 1,5$ |

***Résolution d'une équation exponentielle à une variable***

| Ramener à la même base | | À l'aide du logarithme |
|---|---|---|
| $2^{3x} = 64$<br>$2^{3x} = 2^6$<br>$3x = 6$<br>$x = 2$ | | $3(2)^x - 1 = 14$<br>$3(2)^x = 15$<br>$(2)^x = 5$<br>$\log_2 5 = x$<br>$x = \dfrac{\log 5}{\log 2} = 2,32$ |

******Pages 373 à 377 : 5acf, 7ace, 10, 12, 14, 15, 17, 21, 22***

3.4 modéliser des situations à l'aide de la géométrie analytique et les utiliser pour résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

◊ distance entre un point et une droite et point de partage d'un segment

La distance entre un point A et un point B correspond à la longueur de segment reliant ces deux points. Cette longueur s'exprime par un nombre positif.

Rappels : pour deux coordonnées $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$

La pente de $P_1P_2$ est $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Le point milieu de $P_1P_2$, M, est $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_2 + y_1}{2}\right)$

La distance de $P_1$ à $P_2$ est $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- L'abscisse à l'origine est la valeur de x quand y = 0.
- L'ordonnée à l'origine est la valeur de y quand x =0.
- Les pentes des droites parallèles sont égales et les pentes des droites perpendiculaires sont les inverses et de signes contraires.

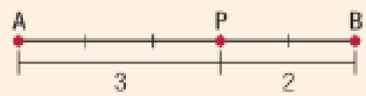
******  Activité 1, p. 190***
****** Activité 2, p. 191***

POINT DE PARTAGE

On peut déterminer l'emplacement d'un point de partage d'un segment à l'aide d'une fraction ou d'un rapport.

Ex. :

Dans la représentation graphique ci-contre :

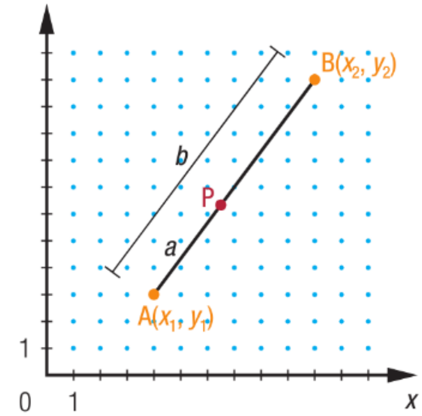



- le point P est situé aux $\frac{3}{5}$ de la longueur du segment AB;
- le point P partage le segment AB dans le rapport 3 : 2;
- le point P est situé aux $\frac{2}{5}$ de la longueur du segment BA;
- le point P partage le segment BA dans le rapport 2 : 3.

# Mathématiques 30321-B

Un point P partage un segment AB dont les extrémités sont $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$. Si le point P est situé à une fraction $\frac{a}{b}$ de la distance entre les points A et B, ses coordonnées sont :

$$\left(x_1 + \frac{a}{b} \times \Delta x,\ y_1 + \frac{a}{b} \times \Delta y\right)$$



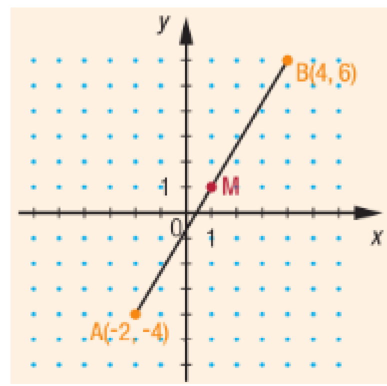

Exemple :

1. On détermine les coordonnées du point milieu M du segment AB dont les extrémités sont A(-2, -4) et B(4, 6) en effectuant les calculs suivants.

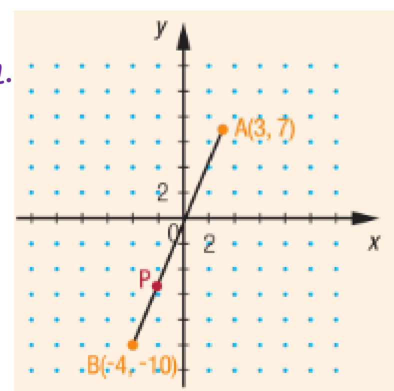
$$\left(x_1 + \frac{a}{b} \times \Delta x,\ y_1 + \frac{a}{b} \times \Delta y\right)$$

$$\left(-2 + \frac{1}{2} \times \left(4 - (-2)\right),\ -4 + \frac{1}{2} \times \left(6 - (-4)\right)\right)$$

$$(1, 1)$$

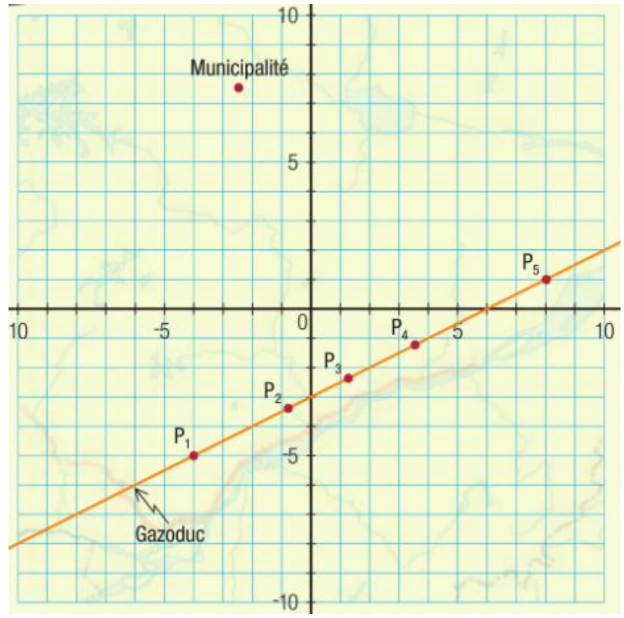



2. Détermine les coordonnées du point P qui partage le segment AB dont les extrémités sont A(3, 7) et B(-4, -10) dans un rapport de 3 :1.




******Pages 196 à 201 : 3bcd, 5abd, 6bc, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 16 et 19***

- Relation entre un point et une droite
  - ◊ Distance entre un point et une droite




Un gazoduc est une canalisation qui sert au transport de matières gazeuses sur des très longues distances. Les gazoducs assurent le lien entre les gisements, les centres de distribution et des zones industrielles ou urbaines.

Une municipalité désire se raccorder à un gazoduc pour s'approvisionner en gaz naturel. Afin d'évaluer la longueur minimale et le coût le plus bas possible du raccordement, l'ingénieure municipale superpose un plan cartésien à une carte de la région. Les graduations sont en kilomètres.

Parmi les points $P_1$ à $P_5$ :

a) Lequel est le plus éloigné de la municipalité ?

b) Lequel est le plus près de la municipalité ?

c) Entre quelle paire de points la municipalité devrait-elle se raccorder ?

d) Tracez sur le plan un trait représentant la distance la plus courte entre la municipalité et le gazoduc.

e) Décrivez les caractéristiques de ce trait :

f) Déterminer la pente d'une droite perpendiculaire au gazoduc.

g) Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire au gazoduc passant par la municipalité.

h) Obtenir les coordonnées du point d'intersection entre le gazoduc et le raccrochement.

i) Déterminer le coût minimal du raccrochement s'il en coûte 31 000 $/km à la municipalité pour se raccrocher au gazoduc.

DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

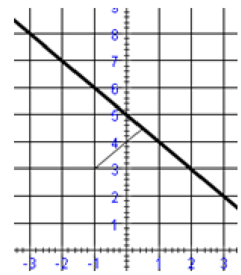
La distance d'un point à une droite correspond à la plus courte distance qui les sépare,
Voici une façon de déterminer la distance entre un point P et une droite $d_1$ :

- Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à la droite $d_1$ passant par le point P.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites perpendiculaires.
- Calculer la distance entre le point d'intersection et le point P.

Ex : Détermine la distance entre le point P(-1, 3) et la droite définie par l'équation x + y - 5 = 0, au dixième près.

Y = -x + 5, la pente de la perpendiculaire est 1.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$1 = \frac{y - 3}{x - (-1)}$$
$$x + 1 = y - 3$$
$$y = x + 4$$



on veut savoir où les deux droites se coupent

| | |
|---|---|
| x + 4 = -x + 5 | Y = -x + 5 |
| 2x = 1 | Y = -0,5 + 5 |
| $x = \frac{1}{2} = 0,5$ | Y = 4,5 |

(0,5, 4,5)

pour trouver la distance de (-1, 3) à (0,5, 4,5)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(0,5 + 1)^2 + (4,5 - 3)^2}$$
$$d = \sqrt{2,25 + 2,25} = \sqrt{4,5} = 2,1$$

donc la distance la plus courte entre P(-1, 3) et la droite x + y - 5 = 0 est de 2,1

Exemple : Trouve la distance entre la droite y = 0,25x – 6 et la coordonnée P (-7,5).

****Mise au point 4.2 p. 210 #3*
*Exercices page suivante*

*Exercices*

1. Trouve la distance la plus courte entre le point et la droite, indiquées.

   a) $(2{,}2)$ et $y = x + 1$ b) $(3{,}-1)$ et $2x - y + 3 = 0$

2. Détermine la distance entre le point (-2, -2) et la droite qui relie les points (5, 2) et (-1, 4), au centième près.

3. Le pipeline de pétrole brut le plus long du monde relie Edmonton, en Alberta, et Buffalo, dans l'État de New York, sur une distance de 2858 km. Dans une région, la trajectoire du pipeline est définie par l'équation $y = 2{,}7x + 20$ où chaque unité représente 1 km. Le centre d'une ville de cette région se trouve au point (50, 15) et possède un rayon de 5 km. Si un règlement exige que le pipeline passe à au moins 50 km d'une zone urbaine, faudra-t-il faire dévier cette section du pipeline?

4. Au billard, un coup « à la bande » consiste à frapper la boule pour qu'elle rebondisse sur une bande (un des côtés de la table). Le rayon de la boule est 5 cm et la table mesure 120 cm sur 240 cm. Le centre de la boule no 1 se trouve au point (120, 50) et le centre de la boule no 8 se trouve au point (200, 100).

   a) Écris l'équation de la trajectoire directe de la boule no 1 vers le boule au coin au point (240, 120).

   b) Montre que si on frappe la boule no 1 le longe de la trajectoire directe vers la blouse de coin, elle frappera la boule no 8.

5. Dans un plan cartésien gradué en mètres, un sentier est présenté par la droite définie ainsi : $y = \frac{1}{2}x + 34$. Une tour d'observation est représentée par le point (26,36). Quelle est, arrondie au dixième, la distance entre le sentier et la tour d'observation?

3.7 modéliser des situations pouvant se traduire par des régularités afin de résoudre des problèmes

◊ *suites et séries arithmétiques*

Les régularités permettent de résoudre de nombreux problèmes.

Une suite est une liste ordonnée d'objets. Ses éléments, appelés « termes », respectent une régularité ou une règle qui permet de trouver le terme suivant.

Une suite arithmétique est une liste ordonnée de termes dans laquelle la différence entre deux termes consécutifs est constante. Cette différence se nomme la raison arithmétique.

Exemple : Soit la suite 10, 16, 22, 28 …

| Terme | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ |
|---|---|---|---|---|
| Valeur du terme | 10 | 16 | 22 | 28 |
| Valeur en fonction du permier terme et de la raison arithmétique | 10 | 10 + 6 | 10 + 6 + 6 | 10 + 6 + 6+ 6 |
| Notation gérnérale | $t_1$ | $t_1 + d$ | $t_1 + d + d$<br>$t_1 + 2d$ | $t_1 + d + d + d$<br>$t_1 + 3d$ |

Le terme général d'une suite arithmétique correspond à $t_n = t_1 + (n-1)d$, où

$t_1$ est le premier terme, n est le nombre de termes, d est la raison arithmétique

Exemple 1: La croissance d'un enfant dépend de nombreux facteurs. Les médecins recommandent aux parents de noter la croissance de leur enfant. On estime qu'entre l'âge de 3 et 10 ans, la taille d'un enfant augmente de 5 cm par année en moyenne. Suppose qu'un enfant de 3 ans mesure 70 cm.

a) Définis le terme général qui permet d'estimer la taille de cet enfant à tout âge entre 3 et 10 ans.

b) Quelle devrait être la taille de l'enfant à 10 ans ?

Exemple 2: le bœuf musqué et le caribou du nord du Canada sont des mammifères ongulés ayant survécu à l'ère du pléistocène, qui a pris fin il y a 10 000 ans. En 1955, la population de bœufs musqués de l'Ile Banks était d'environ 9250 individus. Suppose que sa progression depuis 1955 s'apparente à une suite arithmétique, avec une augmentation de 1650 individus par année. Au bout de combien d'années y aura-t-il 100 000 bœufs musqués?

# Mathématiques 30321-B

Exercices

1. Indique les suites qui sont arithmétiques, pour chaque suite arithmétique, détermine la valeur de $t_1$, la valeur de d et les trois prochains termes.
   a) 16, 32, 48, 64, 80 … b) 2, 4, 8, 16, 32 … c) -4, -7, -10, -13 … d) 3, 0, -3, -6 …

2. Écris les quatre premiers termes de la suite arithmétique.
   a) $t_1 = 5$ et $d = 3$ b) $t_1 = 4$ et $d = ½$

3. Pour chaque suite arithmétique, détermine les valeurs de t1 et d, puis indique les termes manquants.
   a) ___, ___, ___, 19, 23 b) ___, ___, 3, $^3/_2$

4. Détermine le rang de chaque terme pour compléter l'énoncé.
   a) 170 est le ___e terme de -4, 2, 8, … b) -14 est le ___e terme de $2\frac{1}{5}, 2, 1\frac{1}{4}$…

5. Détermine le deuxième terme et le troisième terme d'une suite arithmétique dont le premier terme est 6 et le quatrième terme est 33.

6. Les fourmis charpentières sont de grosses fourmis, souvent noires, qui font leurs nids dans le bois. Ces fourmis sont nuisibles pour les maisons, mais elles jouent un rôle important dans les écosystèmes forestiers. Les fourmis charpentières forment d'abord une colonie mère. Une fois cette colonie bien établie, elles forment des colonies satellites constituées uniquement d'ouvrières. Une colonie bien établie peut compter jusqu'à 3000 fourmis. Suppose que la croissance d'une colonie présente une suite arithmétique et que le nombre de fourmis augmente d'environ 80 chaque mois. S'il y a 40 fourmis au départ, dans combien de mois la population atteindra-t-elle 3000 fourmis ?

7. Jonathan a un emploi à temps partiel à l'épicerie de son quartier. Il doit créer un étalage de boîtes de céréales d'une boîte de profondeur. Les nombre de boîtes dans chaque rangée forment une suite arithmétique. Il y a 16 boites dans la troisième rangée à partir du bas et 6 boites dans la huitième rangée à partir du bas. Combien de boîtes y a-t-il dans la rangée du bas ?

8. Un réparateur d'appareils de chauffage demande 65$ pour une visite à domicile et 42$ par heure ou fraction d'heure de travail. Quel est le coût d'une réparation qui exige 10h de travail ?

9. Suzanne s'est inscrite à un centre de conditionnement physique. Son programme d'exercices inclut des redressements assis selon une suite arithmétique. Le 6e jour de son programme, Suzanne a fait 11 redressements assis. Le 15e jour, elle en a fait 29. Si l'objectif de Suzanne est de faire 100 redressements assis dans sa journée, quel jour y arrivera-t-elle ?

# Mathématiques 30321-B

Une série arithmétique est la somme des termes d'une suite. $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$ ,

Exemple 1 : Trouve la somme des termes de la suite arithmétique : 2, 4, 6 … 32

$$a = 2 \quad d = 2 \quad n = ? \quad t_n = 32$$

$$t_n = a + (n-1)d$$
$$32 = 2 + (n-1)2$$
$$30 = 2(n-1)$$
$$15 = n-1$$
$$n = 16$$

$$a = 2 \quad d = 2 \quad n = 16$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$$
$$S_{16} = \frac{16}{2}\left[2(2) + (16-1)2\right]$$
$$S_{16} = 8\left[4 + 30\right] = 272$$

Exemple 2 : Dans un théâtre, il y a 24 rangées de sièges. La première rangée en avant comporte 5 sièges de chaque côté de l'allée centrale. Chacune des rangées suivantes comporte 1 siège de plus que la rangée précédente de chaque côté de l'allée centrale.

a) Combien de sièges la 17$^e$ rangée compte-t-elle ?

b) Combien de sièges y a-t-il en tout ?

Exemple 3 : Combien d'années bissectiles y a-t-il de l'an 1914 à 2014?

Exercice :

1. Détermine la somme de chaque série arithmétique.
   a) $5 + 8 + 11 + \ldots + 53$
   b) $8 + 3 + (-2) + \ldots + (-102)$

2. Détermine $t_{10}$ et $S_{10}$ pour chaque série.
   a) $5 + 10 + 15 + \ldots$
   b) $10 + 7 + 4 + \ldots$

3. Pour chaque série arithmétique, détermine la valeur de n.
   a) $t_1 = 8$ et $t_n = 68$ et $S_n = 608$
   b) $t_1 = -6$ et $t_n = 21$ et $S_n = 75$

4. Les lucioles mâles scintillent de différentes façons pour signaler leur position ou éloigner les prédateurs. Le scintillement de chaque espèce de lucioles a des caractéristiques particulières. Il se distingue entre autres par son intensité, sa fréquence et sa forme. Une certaine luciole mâle scintille deux fois pendant la première minute, quatre fois pendant la deuxième minute et six fois pendant la troisième minute.
   a) Si cette régularité se poursuit, combien de fois la luciole scintille-t-elle pendant la 30$^{e}$ minute ?
   b) Combien de fois scintille-t-elle au total en 30 min ?

5. La somme des deux premiers termes d'une série arithmétique est 13 et la somme de ses quatre premiers termes est 46. Détermine les six premiers termes de la série et leur somme.

6. Détermine la somme de tous les multiples de 4 compris entre 1 et 999.

7. L'entreprise It's About Time, de Langley, en Colombie-Britannique, est le plus important fabricant d'horloges sur commande du Canada. Un client veut une horloge à carillon. Son carillon doit marquer chaque heure en sonnant un nombre de fois égal à l'heure qu'il est selon la notation de 12 heures. Par exemple, à 10h, le carillon doit sonner 10 fois. A 14h, il doit sonner 2 fois. Combien de fois le carillon devra-t-il sonner en 24 heures ?

8. Un programme d'entrainement exige qu'une pilote effectue des vols autour d'un aérodrome. Chaque jour, la pilote fait trois tours de plus que le jour précédent. Le cinquième jour, elle fait 14 tours. Combien de tours la pilote a-t-elle faits :
   a) Le premier jour ?
   b) en tout à la fin du 5e jour ?

9. On embauche une apprentie au salaire de départ de 1000$ par mois. Ensuite, on augmente son salaire de 150$ chaque mois pendant 1 an.
   a) Quel est le salaire de l'apprentie le dernier mois de l'année ?
   b) Combien a-t-elle gagné en tout durant l'année ?

10. Dans un entrepôt, on empile des sacs d'engrais. La base mesure 20 sacs de long sur 4 sacs de large. Chaque couche subséquente compte un sac de moins sur la longueur que la couche précédente, mais la largeur reste la même. La couche du dessus compte 16 sacs. Combien de sacs y a-t-il en tout dans la pile ?