

Mathématiques 30331-C

Bloc 3

Régularité et algèbre (+- 36 cours)

3 - Exploiter les relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Analyser diverses propriétés de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

- ◇ Modèles mathématiques
- ◇ Rôle des paramètres
- ◇ Mode de représentations
 - Situation, table des valeurs, graphique, équation
- ◇ Propriété d'une fonction
 - Domaine, image, valeur initiale et zéro(s), extrema relatifs et extremum absolu, équation de l'axe de symétrie, variation (croissance, décroissance), coordonnées du sommet, ordonnée et abscisse(s) à l'origine, signe (positif et négatif)
- ◇ Asymptote

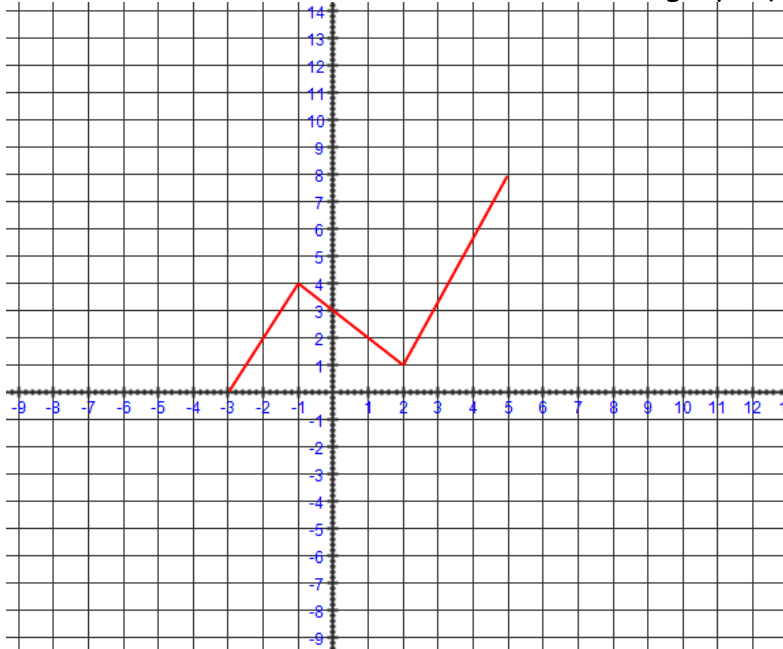
Rappels :

Rôles des paramètres : $g(x) = \pm af(\pm b(x - c)) + d$

Transformations	Effet sur le graphe	Le point (x, y) devient
Réflexion verticale $y = -f(x)$	Réflexion par rapport à l'axe des x	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$
Allongement ou rétrécissement vertical $y = af(x)$	si $ a > 1$, allongement vertical de $ a $ si $0 < a < 1$, rétrécissement vertical de $ a $	$(x, y) \rightarrow (x, ay)$
Réflexion horizontale $y = f(-x)$	Réflexion par rapport à l'axe des y	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
Allongement ou rétrécissement horizontal $y = f(bx)$	si $ b > 1$, rétrécissement horizontal de $\frac{1}{ b }$ si $0 < b < 1$, allongement horizontal de $\frac{1}{ b }$	$(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{b}x, y\right)$
Translation horizontale $y = f(x - c)$	si $c > 0$, translation horizontale vers la droite si $c < 0$, translation horizontale vers la gauche	$(x, y) \rightarrow (x + c, y)$
Translation verticale $y = f(x) + d$	si $d > 0$, translation verticale vers le haut si $d < 0$, translation verticale vers le bas	$(x, y) \rightarrow (x, y + d)$

Mathématiques 30331-C

Ex : Quelles sont les transformations sur le graphique de $f(x)$ pour obtenir $g(x)$?



a) $g(x) = 2 f(3x + 9)$

b) $g(x) = f(-2x + 8) + 5$

Exercices :

1. Donne la valeur de $f(3)$ si $f(x) = 3(x - 1)^2 + 3$.

2. Décris comment les transformations appliquées à $f(x)$, donne aussi ce que la coordonnée $(2, 4)$ devient pour chaque cas.

- | | | | |
|--|------------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $y = 2f(x) + 3$ | b) $y = \frac{1}{2}f(x) - 2$ | c) $y = f(x + 4) + 1$ | d) $y = 3f(x - 5)$ |
| e) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right) - 6$ | f) $y = f(-2x - 4)$ | g) $y = 4f(x - 6) + 2$ | h) $y = -2f(x) - 3$ |
| i) $y = f(-x + 1) - 1$ | j) $y = -f(x - 3) + 1$ | k) $y = 3f(2x) - 6$ | l) $y = f(3(x + 4)) + 5$ |
| m) $y = \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}x\right) - 4$ | n) $y = -2f(4x - 8)$ | o) $y = f(4 - x) + 5$ | p) $y = f(3x - 6) + 8$ |

3. Du sommet d'une falaise de 15 m de hauteur, un plongeur saute 1,2 m dans les airs, fait une rotation, tombe et touche l'eau 2,1 secondes après avoir sauté. Quel est le domaine de cette relation si t représente le temps en secondes et h , la hauteur, en mètres ?

- | | | |
|--------------|-----------------|----------------|
| a) $[0, 15]$ | b) $[0; 16, 2]$ | c) $[0; 2, 1]$ |
|--------------|-----------------|----------------|

4. Quel est l'image de la relation du no. 2 ?

- | | | |
|--------------|-----------------|----------------|
| a) $[0, 15]$ | b) $[0; 16, 2]$ | c) $[0; 2, 1]$ |
|--------------|-----------------|----------------|

Mathématiques 30331-C

5. Quatre coins carrés, avec des côtés mesurant x , sont coupés dans les coins d'une feuille de carton rectangulaire qui mesure 40 cm par 60 cm. Les côtés du rectangle sont pliés pour faire une boîte. Quel est le domaine de cette relation ?
- a) $[0, 20]$ b) $]0, 20[$ c) $]0, 30[$
6. Si le graphe de $f(x) = x^2$ est allongé verticalement de facteur 3 avec une réflexion par rapport à l'axe des x . Quelle équation représente cette transformation ?
- a) $f(x) = x^2 + 3$ b) $f(x) = 3x^2$ c) $f(x) = -3x^2$
7. La coordonnée (2, -4) est sur le graphe de $y = f(x)$. Quelle est la valeur du y sur la coordonnée du graphe $y = -2f(x)$ si le x est 2 ?
- a) $y = 8$ b) $y = -4$ c) $y = -8$
8. Sur Terre, la distance verticale d'un objet en chute libre est représentée par $d(t) = 4,9t^2$, où d les la distance verticale en mètres, et t est le temps en secondes. Si Shawn laisse tomber une balle de la fenêtre de son appartement, d'une hauteur de 25 m au-dessus du sol, combien de temps prendra la balle à toucher le sol ?
- a) 2,2 s b) 4,9 s c) 5,1 s
9. Le point (3, 8) est sur le graphe de la fonction $f(x) = a(x + 1)^2$. Trouve la valeur de a et dis si on a appliqué un allongement ou un rétrécissement vertical à la fonction $f(x) = x^2$.
- a) $a = \frac{1}{2}$, rétrécissement vertical
b) $a = 2$, allongement vertical
c) $a = \frac{1}{27}$, rétrécissement vertical
10. Utilise les lois des exposants pour réécrire l'expression $\frac{(-2)^3 (-2)^8}{(-2)(-2)^3}$ avec un seul exposant.
- a) -2^7 b) $(-2)^6$ c) $(-2)^{13}$
11. Utilise les lois des exposants pour simplifier l'expression $\frac{(6x^2y^3)^2}{2xy^2}$.
- a) $9x^2y^2$ b) $6x^3y^4$ c) $18x^3y^4$

Mathématiques 30331-C

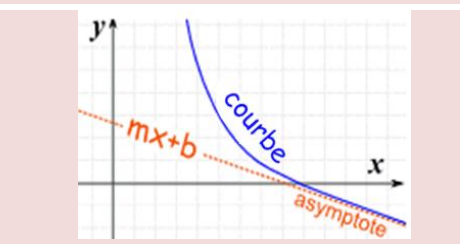
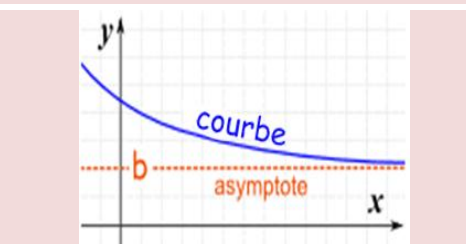
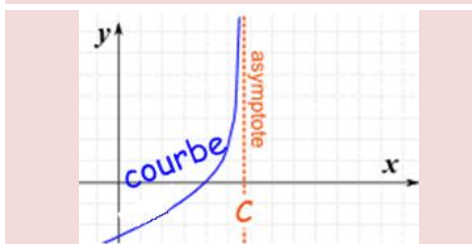
Propriétés	Axe des x	Axe des y
Domaine	Intervalle en fonction des x	
Image	Intervalle en fonction des y	
Zéros de la fonction	Valeurs où le graphique touche l'axe des x (lorsque $y = 0$)	
Croissance	Intervalle de x où la valeur de y augmente de gauche à droite	
Décroissance	Intervalle de x où la valeur de y diminue de gauche à droite	
Fonction positive	Intervalle où le graphique touche ou est au-dessus de l'axe des x	
Fonction négative	Intervalle où le graphique touche ou est au-dessous de l'axe des x	
Fonction nulle	Valeurs de x	
Valeur initiale	Valeur où le graphique touche l'axe des y (lorsque $x = 0$)	
Maximum	Valeurs de y supérieure à toutes les autres	
Minimum	Valeurs de y inférieures à toutes les autres	

Asymptotes : il existe 3 sortes d'asymptotes, horizontale, verticale et oblique.

Lorsqu'il y a des fonctions qui ne peuvent contenir certaines valeurs de l'abscisse, on peut tracer une asymptote verticale à ces endroits.

Même chose, s'il y a des valeurs que l'ordonnée ne peut pas prendre, il y aura des asymptotes horizontales à ces endroits.

Il existe aussi des asymptotes obliques qui sont des droites définies par $y = mx + b$.

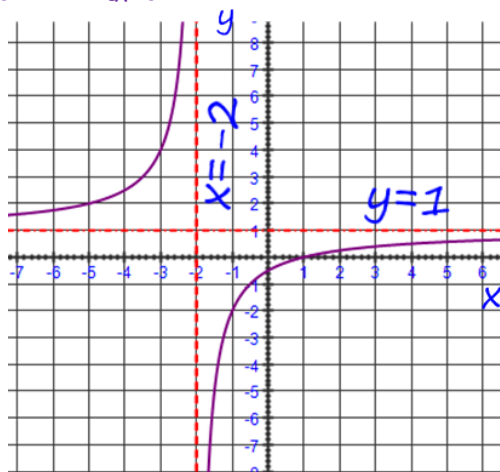


Exemple : une fonction rationnelle, c'est une fonction qui contient une variable au dénominateur. Sachant qu'on ne peut avoir une valeur de 0 au dénominateur, les valeurs de x qui donneraient un 0 au dénominateur sont des asymptotes verticales.

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

$x = -2$ est une asymptote verticale car cette valeur donnerait 0 au dénominateur.

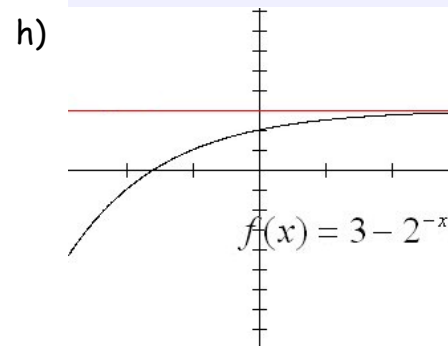
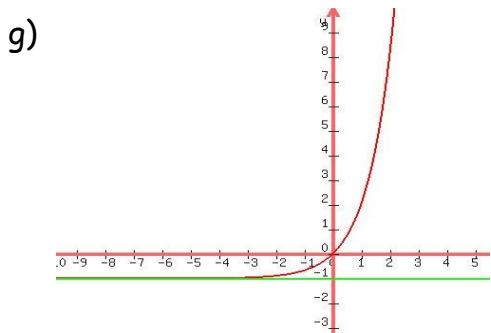
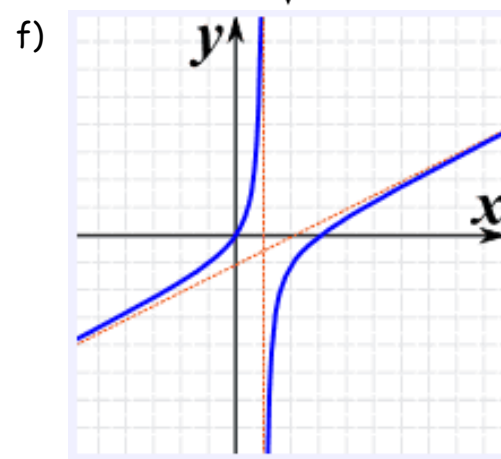
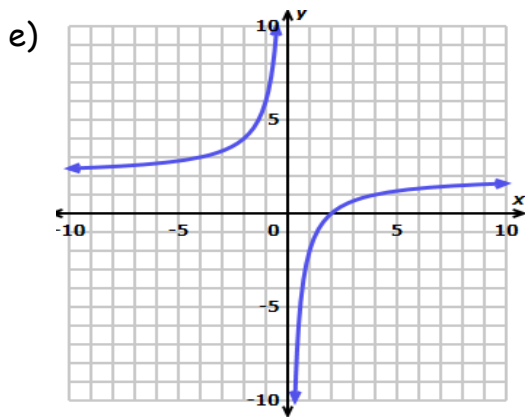
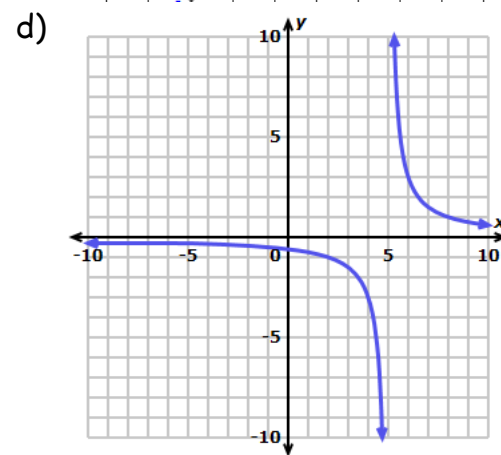
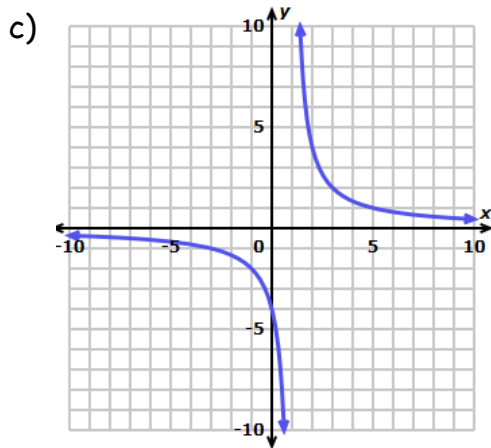
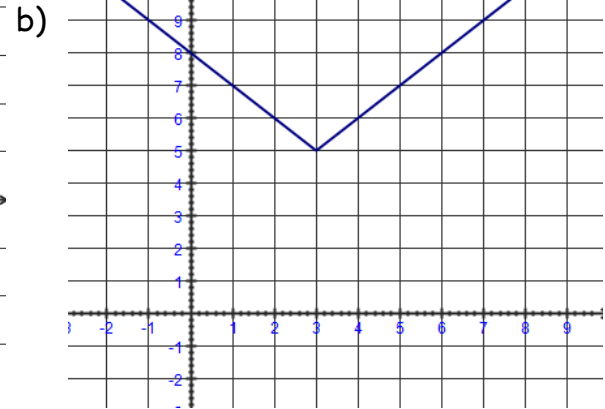
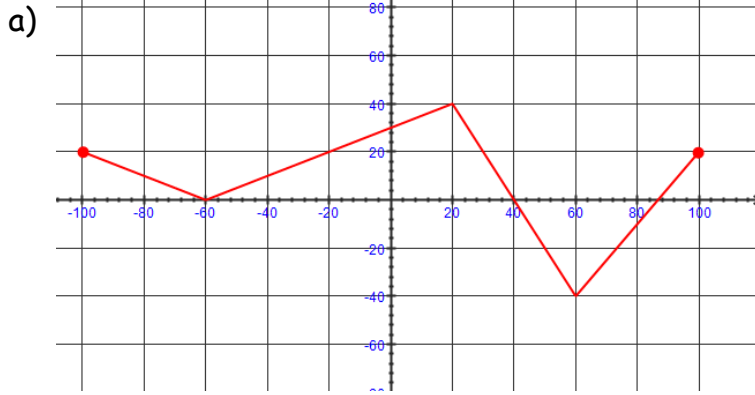
$y = 1$ est une asymptote horizontale, car cette valeur donnerait un zéro au dénominateur de la fonction réciproque (inverse) de cette fonction.



Une asymptote veut dire que les valeurs très très près de ce nombre, à gauche ou à droite, longe cette ligne en s'approchant toujours sans jamais la toucher.

Mathématiques 30331-C

Exercice : Donne les propriétés de chaque fonction : domaine, image, zéros, variation (croissance, décroissance), signe, asymptote (horizontale, verticale ou oblique ainsi que l'équation de celle-ci).



Mathématiques 30331-C

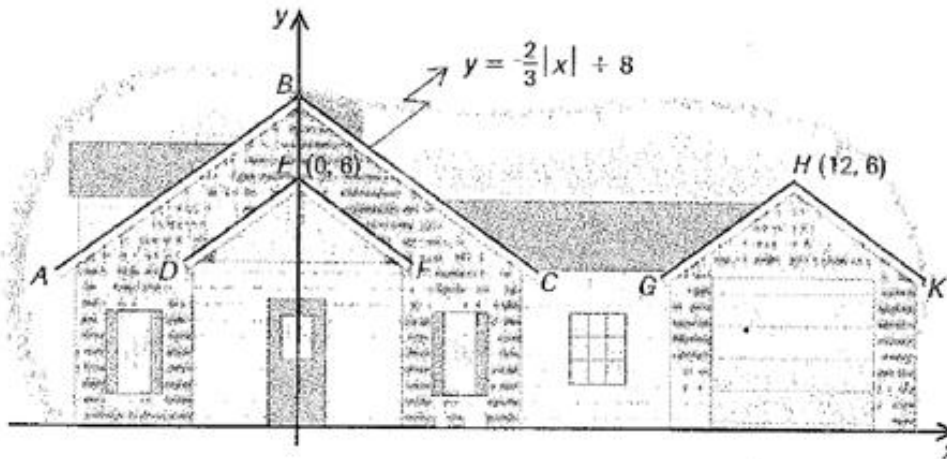
3.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

- ◇ valeur absolue : $y = a|x - h| + k$
- ◇ rôle des paramètres des fonctions à l'étude
- ◇ graphique de la courbe représentative de chaque fonction à l'étude

3.8 modéliser des situations se traduisant par des équations ou des inéquations afin de résoudre des problèmes

- ◇ résolution d'équations et d'inéquations avec valeurs absolues

1. On a représenté, dans un plan cartésien dont les axes sont gradués en mètres, la vue de face d'une maison dont les versants du toit sont supportés par les demi-droites représentant la courbe de la fonction dont la règle est $y = -\frac{2}{3}|x| + 8$. Les versants AB, DE et GH sont parallèles entre eux de même que les versants BC, EF et HK.



a) Quelle est la règle de la fonction associée au toit GHK du garage ?

b) Quelle est la règle de la fonction associée au toit DEF de l'entrée ?

c) Quelle distance horizontale du centre de la porte, le toit est-il à une hauteur de 7,2 mètres?

Mathématiques 30331-C

2. Chez la compagnie Graphique Plus, le salaire moyen pour un graphisme débutant est de 37600\$, mais le salaire actuel pourrait varier d'au plus 2590\$.

a) Donne l'inéquation représentant le salaire d'un graphisme débutant.

b) Résous cet inégalité pour déterminer l'intervalle du salaire d'un débutant.

3. Un menuisier utilise une tour pour façonner la patte d'une table artisanale. Afin que la patte soit solide, elle doit être de 150 millimètres de large, ce qui permet une marge d'erreur de 2,5 millimètres. Écrivez une inéquation qui modélise cette relation et puis trouvez l'intervalle de largeur de la patte de cette table.

4. Les tiges d'acier produites dans une usine doivent être de 10 pouces de longueur avec une tolérance de 0,2 pouces. Les tiges d'acier qui ne sont pas dans la marge de longueurs doivent être jetées. Donne l'inéquation qui nous permettrait de calculer les bonnes longueurs de tiges.

5. Pour qu'une fille puisse être sélectionnée par une équipe de danse, elle doit être 165cm de hauteur avec une tolérance de 5cm. Donne l'inéquation qui représente cette situation, ainsi que les grandeurs acceptables.

6. La rue construite dans la ville doit être de 25 pieds de largeur avec une tolérance de 0,5 pieds. Les rues qui satisfont pas à cette condition être réparées. Détermine l'inéquation de cette condition.

7. Une réunion d'affaires aura lieu à 15:00, et les portes seront ouvertes de 14:50 à 15:10. Détermine l'inéquation qui détermine les heures où les portes seront ouvertes.

8. Dans notre équipe de basket, les joueurs partants font en moyenne entre 8 et 22 points par partie. Détermine une inéquation qui donne les points des joueurs, en moyenne.

9. Un sac de 16 oz de farine ne pèse probablement pas exactement 16 onces. Supposons que le poids réel peut être entre 15,6 onces et 16,4 oz, inclusivement. Ecrire une inégalité de valeur absolue qui décrit les poids acceptables pour un sac de farine de « 16 once ».

Réviser les notes sur les valeurs absolues p. 26-28 du manuel

***Pages 29 à 36 : 2aef, 3ace, 6acegi, 8ef, 10 acegi, 11 et 19cd

Mathématiques 30331-C

3.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

◇ par partie

Une fonction par parties est une fonction dont la règle est composée de plusieurs fonctions qui varient sur des intervalles du domaine.

Exemple : Trois disciplines, trois taux

Vincent habite la Campagne. Il s'entraîne pour le triathlon, une épreuve qui combine trois disciplines : la natation, le cyclisme et la course à pied. Trois fois par semaine, il prend son vélo pour se rendre à la piscine, située à 60 km de sa maison. Il roule à une vitesse constante de 30 km/h. Arrivé à la piscine, il nage une heure, puis son père le ramène à la maison en voiture en empruntant la même route, à une vitesse constante de 90 km/h.

Dans cette situation, on s'intéresse à la distance qui sépare Vincent de sa maison en fonction du temps écoulé depuis son départ de la maison.

A- Reproduis et complète la table de valeurs ci-dessous.

S'il roule à 30 km/h, en ½ heure, il a fait 15 km; en 1 heure, 30 km et en 2 heures, 60 km.

Il reste à la piscine, il reste 1 heure, donc à 60 km de chez lui.

En revenant, son père conduit 90 km/h, donc en ½ heure, il fait 45 km, il prend

0,17h pour faire le 15 km qui reste. $\frac{90\text{km}}{1\text{h}} = \frac{15\text{km}}{x}$
 $x = 0,17\text{h}$

Temps (h)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	3,67
Distance (km)	0	15	30	45	60	60	60	15	0

B- À l'aide de la table de valeurs complétée en A, représente graphiquement la fonction qui modélise cette situation.

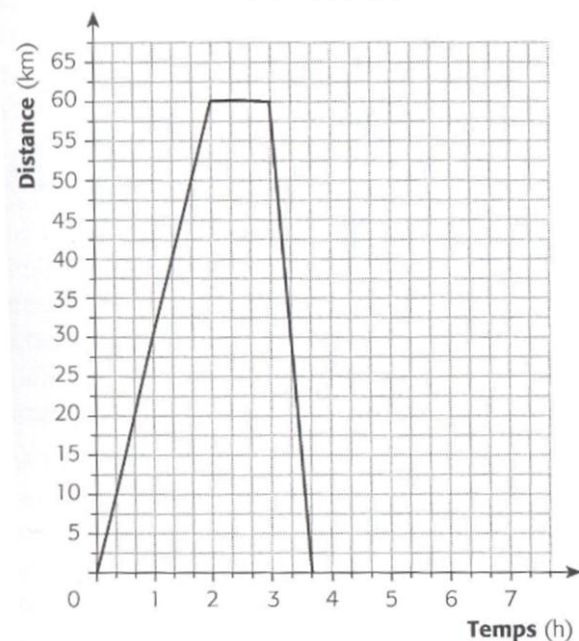
C- De combien de parties est formé le graphique de la fonction affine par parties que tu as tracé en B?

Trois parties.

D- À quoi correspondent les valeurs du domaine qui délimitent les parties de cette fonction?

Ces valeurs correspondent au moment où Vincent part de sa maison, où il arrive à la piscine, où il part de la piscine et où il arrive à la maison.

La distance qui sépare Vincent de sa maison



Mathématiques 30331-C

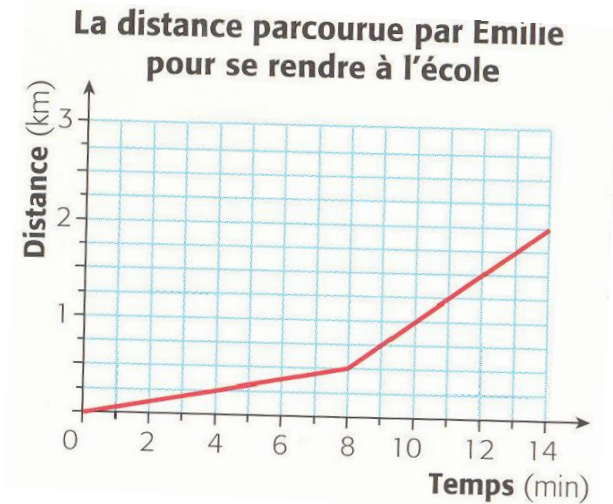
Exercice : fonction par partie.

1. Trace la fonction définie par :

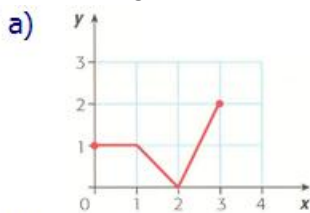
$$a) \quad f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x < 10 \\ 30 & 10 \leq x < 25 \\ -2x + 80 & 25 \leq x < 30 \\ -4x + 140 & 30 \leq x < 35 \end{cases}$$

$$b) \quad g(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{pour } [-4, 1[\\ 2x & \text{pour }]1, 3[\\ 5x - 4 & \text{pour } [3, \infty[\end{cases}$$

2. Tous les jours, Émilie se rend à l'école à pied. Le graphique ci-contre représente la distance parcourue par Émilie en fonction du temps écoulé depuis son départ de la maison hier matin. Quelles sont les deux vitesses auxquelles Émilie s'est déplacée pour se rendre à l'école. Détermine l'équation de cette fonction.

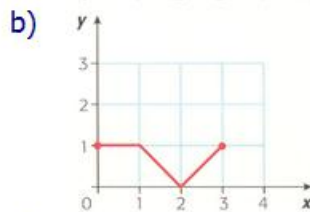


3. Associe le graphique à la règle.



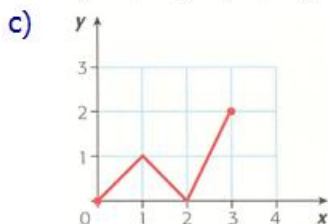
①

$$f_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{pour } 1 \leq x \leq 2 \\ x - 2 & \text{pour } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



②

$$f_2(x) = \begin{cases} x & \text{pour } 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{pour } 1 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & \text{pour } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

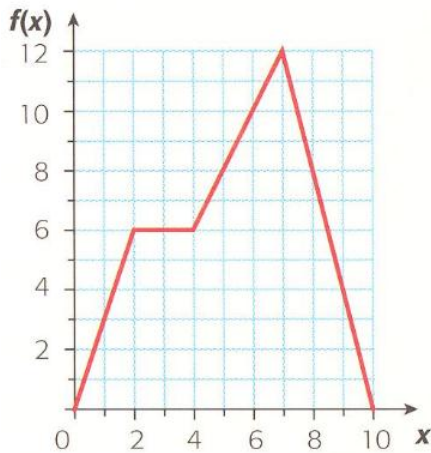


③

$$f_3(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{pour } 1 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & \text{pour } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Mathématiques 30331-C

4. Voici le graphique d'une fonction affine par parties et la règle correspondante. Détermine ce qui se trouve sous la tâche d'encre.



$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{pour } 0 \leq x \leq 2 \\ 6 & \text{pour } 2 < x \leq 4 \\ 2x & \text{pour } 4 < x \leq 7 \\ -4x & \text{pour } 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

5. Charles vient d'obtenir un emploi comme vendeur dans un magasin d'ameublement. Voici l'information sur son salaire qui figure à

La vendeuse ou le vendeur qui occupe un poste à temps plein recevra la somme des rémunérations suivantes :

- 300\$ par semaine ;
- 2% du montant total de ses ventes ;
- 1% du montant de ses ventes qui excèdent 5000\$;
- 2% du montant de ses ventes qui excèdent 15000\$.

- a) Représente graphiquement le salaire de Charles pour une semaine en fonction du montant total de ses ventes.
- b) Écris la règle de la fonction représentée en a.
- c) A sa première semaine, Charles a totalisé des ventes de 16400\$. Quel salaire a-t-il reçu ?
6. Bianca décide de lancer sa propre entreprise spécialisée en peinture intérieure. Elle veut faire photocopier des dépliants publicitaires. Le centre de photocopies affiche les tarifs ci-dessous.

Nombre de photocopies couleur	Coût par photocopie (\$)
Moins de 200	0,75
De 200 à 1999	0,65
2000 ou plus	0,55

- a) Trace le graphique qui représente le coût total en fonction du nombre de photocopies.
- b) Détermine le coût associé à l'impression de 2600 dépliants publicitaires.

Mathématiques 30331-C

3.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions et les utiliser afin de résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

◇ Partie entière (escalier) : $a[b(x - h)] + k$

◇ rôle des paramètres des fonctions à l'étude

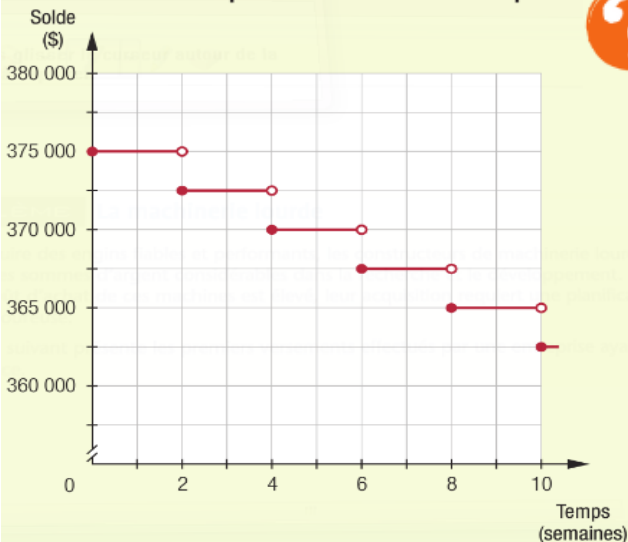
◇ graphique de la courbe représentative de chaque fonction à l'étude

PROBLÈME La machinerie lourde

Afin de produire des engins fiables et performants, les constructeurs de machinerie lourde dépensent des sommes d'argent considérables dans la recherche et le développement. Puisque le coût d'achat de ces machines est élevé, leur acquisition requiert une planification financière rigoureuse.

Le graphique suivant présente les premiers versements effectués par une entreprise ayant acheté une excavatrice.

Solde d'un prêt en fonction du temps



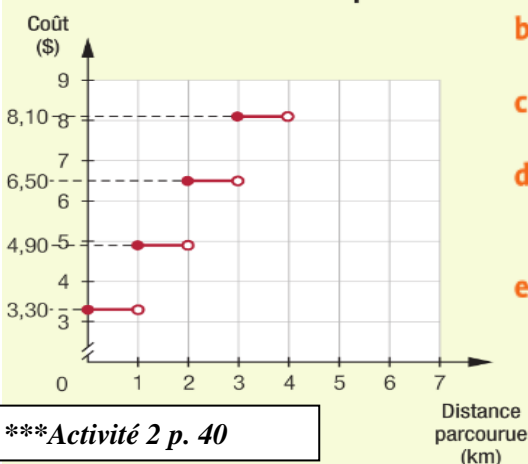
À quel moment le prêt sera-t-il entièrement remboursé?

ACTIVITÉ 1 Le taximètre

La Commission des transports du Québec est l'organisme mandaté pour régler et pour encadrer le transport par taxi au Québec. Par exemple, la Commission est l'organisme qui délivre l'autocollant tarifaire apposé à l'intérieur d'un taxi et qui assure la vérification des taximètres afin que la lecture soit conforme à la tarification en vigueur.

Le graphique ci-dessous montre la tarification d'un taximètre.

Coût d'un transport par taxi en fonction de la distance parcourue



a. Quel est le tarif initial d'un transport par taxi?

b. Quel est le tarif par kilomètre en vigueur?

c. Décrivez la variation du coût d'un transport par taxi.

d. Quelle somme une personne débourse-t-elle si la distance parcourue est de:
 1) 1,5 km? 2) 3 km? 3) 11 km?

e. Déterminez la distance parcourue si la somme déboursée par une personne est de:
 1) 6,50 \$ 2) 14,50 \$ 3) 24,10 \$

Mathématiques 30331-C

Partie entière

La fonction partie entière sert à représenter certaines situations dans lesquelles la variable dépendante ne varie pas alors que la variable indépendante varie.

Prenons comme exemple ton âge.

Variable indépendante	Variable dépendante
À ton dernier anniversaire	Tu as eu 15 ans.
À 15 ans et 1 mois	Tu as encore 15 ans.
À 15 ans et 6 mois	Tu as encore 15 ans.
À 15 ans et 10 mois	Tu as encore 15 ans.
À 15 ans et 12 mois	Tu as 16 ans.

Durant toute l'année, on ne retient que la partie entière de ton âge, soit 15 ans.

La partie entière d'un nombre correspond au plus grand entier inférieur ou égal à ce nombre. La partie entière d'un nombre x est notée $[x]$.

Exemple :

a) $[5,9] =$

b) $[\pi] =$

c) $[-9,8]$

Fonction partie entière

La fonction partie entière est une fonction en escalier. Sa règle, sous forme canonique, est $f(x) = a[b(x - h)] + k$, où $a \neq 0$ et $b \neq 0$.

Dans la représentation graphique :

- la distance verticale entre deux segments consécutifs est déterminée par $|a|$;
- la longueur de chacun des segments est déterminée par $\frac{1}{|b|}$;
- les coordonnées du point plein situé à l'extrémité d'un segment sont (h, k) .

Ex. :	Règle	Table de valeurs	Représentation graphique										
	$f(x) = -3[0,5(x - 1)] - 1$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$[-3, -1[$</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$[-1, 1[$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$[1, 3[$</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>$[3, 5[$</td> <td>-4</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	$[-3, -1[$	5	$[-1, 1[$	2	$[1, 3[$	-1	$[3, 5[$	-4	
x	y												
$[-3, -1[$	5												
$[-1, 1[$	2												
$[1, 3[$	-1												
$[3, 5[$	-4												

Mathématiques 30331-C

Les paramètres h et k, font une translation h(horizontale) et k(verticale) de tout le graphique h(vers la gauche ou vers la droite) et k(vers le haut ou vers le bas), comme on a vu précédemment pour les autres types de fonctions.

Recherche de la règle d'une fonction partie entière

Il est possible de déterminer la règle d'une fonction partie entière de la façon suivante.

Vidéo : [Allo prof](#)

Étape 1: Trouver la valeur de b : $|b| = \frac{1}{\text{longueur horizontale d'une ligne}}$

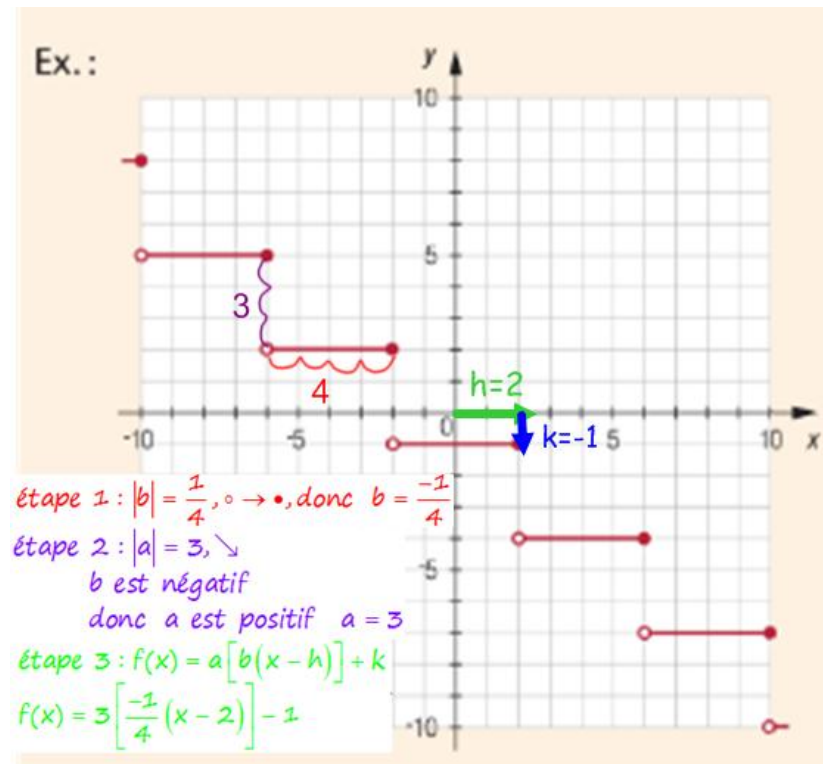
Une des lignes du graphique de $f(x) = [x]$ serait $\bullet\text{---}\circ$, alors

Si $\bullet\text{---}\circ$, $b > 0$ (positif), si $\circ\text{---}\bullet$, $b < 0$.

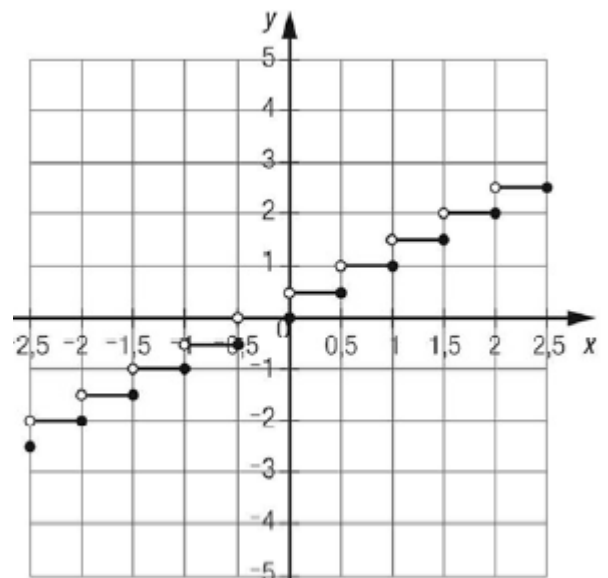
Étape 2 : Trouver la valeur de a : $|a| = \text{distance entre les lignes}$,

Si la fonction est décroissante, a et b sont de signe contraire, si la fonction est croissante, a et b ont le même signe.

Étape 3 : La valeur de h et de k correspond à n'importe quelle coordonnée de point plein, ce qui veut dire qu'il peut y avoir une multitude d'équations pour représenter cette fonction.



Exemple : Détermine la règle :



Mathématiques 30331-C

Tracer une fonction partie entière.

Allo Prof

Exemple : $f(x) = 1 + 2[-0,25x + 0,75]$

Ramener l'équation sous la forme canonique.

$$f(x) = 2 \left[-0,25(x - 3) \right] + 1$$

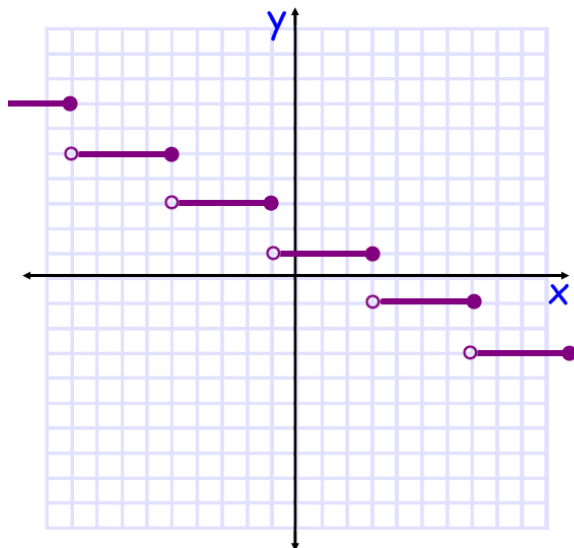
a b h k

$|a| =$ hauteur des marches $= 2$

$\frac{1}{|b|} =$ longueur des marches $= \frac{1}{|-0,25|} = 4$

$b < 0$ donc 

a et b sont de signes opposés donc la fonction est décroissante.



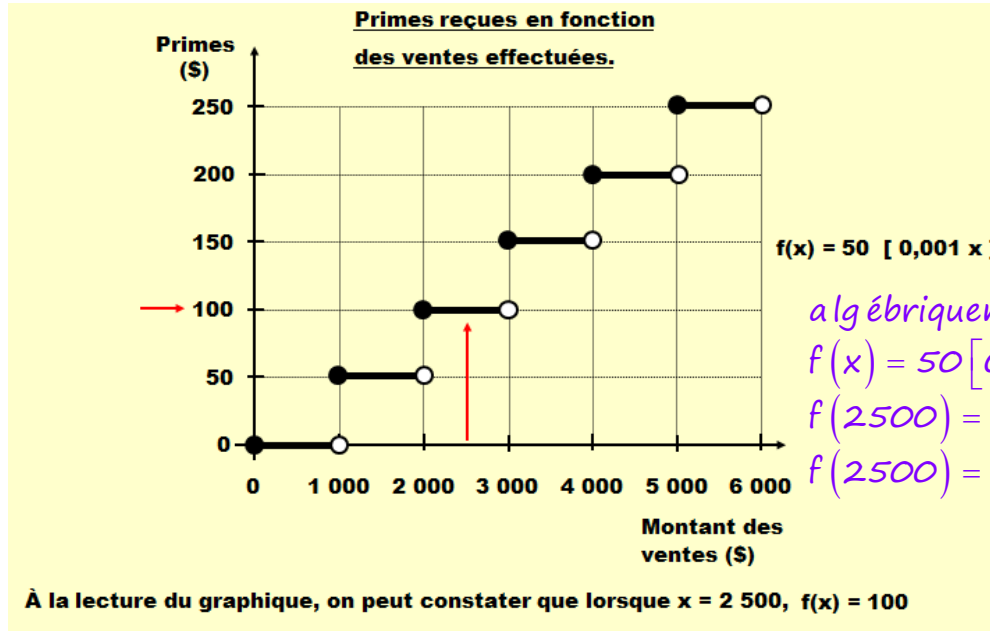
***Mise en pratique p. 43 #1 - 4, 6 - 17, 19, 20

Mathématiques 30331-C

3.8 modéliser des situations se traduisant par des équations ou des inéquations afin de résoudre des problèmes

◇ résolution d'équations

Exemple : Dans le graphique ci-dessous, que vaut $f(x)$ quand x vaut 2 500 ?



algébriquement :

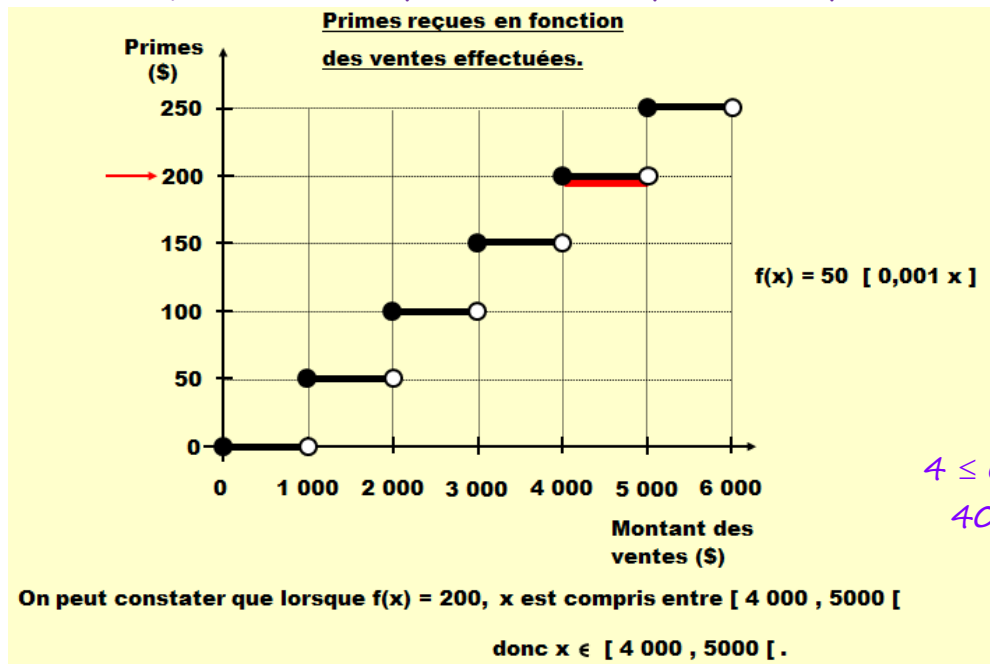
$$f(x) = 50 [0,001x]$$

$$f(2500) = 50 [0,001(2500)]$$

$$f(2500) = 50 [2,5] = 50 \times 2 = 100$$

Trouver la valeur de x quand on connaît $f(x)$.

Exemple : Dans le graphique ci-dessous, que vaut x quand $f(x)$ vaut 200 ?



algébriquement :

$$f(x) = 50 [0,001x]$$

$$200 = 50 [0,001x]$$

$$4 = [0,001x]$$

$$4 \leq [0,001x] < 5$$

$$4 \leq 0,001x \text{ ou } 0,001x < 5$$

$$4000 \leq x \quad x < 5000$$

$$\text{donc } [4000, 5000 [$$

Mathématiques 30331-C

Exercice :

1. Résous

a) $425 = -25[x] + 500$

b) $-3 = -2[x] + 1$

c) $3 = 3[2(x - 2)]$

d) $-5 = 2[-0,5(x + 1)] - 1$

e) $4,5 = [2(x + 2)] + 0,5$

f) $2 = 2\left[\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right] - 2$

g) $150 = -50\left[\frac{1}{10}x\right]$

h) $900 = 50[0,001x] + 500$

2. Calcule l'ordonnée à l'origine de $f(x) = 2[-0,5(x + 1)] - 1$

3. Détermine les zéros de la fonction $f(x) = 2[-0,5(x + 1)] + 4$

4. Dans un centre de vacances, le nombre d'animateurs est déterminé par la fonction N définie par

$$N(x) = 2 + \left[\frac{x}{18}\right] \text{ où } x \text{ représente le nombre d'enfants inscrits.}$$

a) Si 76 enfants sont inscrits au centre, combien d'animateurs doit-on engager?

b) Si 8 animateurs sont en poste, combien d'enfants peuvent fréquenter le centre ?

5. Pour stimuler ses vendeurs et vendeuses, le gérant d'une boutique leur accorde une prime supplémentaire de 50,00 \$ pour chaque tranche de 1 000,00 \$ de ventes effectuées. Détermine la règle, donne le tableau de valeurs et trace le graphique.

6. La mère de François lui a prêté 500,00 \$ pour qu'il puisse participer à un voyage d'études. Il est convenu qu'il remboursera 25,00 \$ tous les premiers du mois à compter du 1er janvier prochain. Détermine la règle, donne le tableau de valeurs et trace le graphique.

7. Maxime et Marc s'achètent des vêtements au magasin d'équipement sportif. Le magasin offre un rabais selon la règle suivante : $f(x) = 7\left[\frac{(x - 8)}{15}\right] - 7$ où x représente le montant de l'achat, et f(x) le

montant du rabais. Maxime et Marc comparent leurs factures et constatent qu'ensemble ils ont économisé 21\$. De plus, Maxime remarque qu'il a eu 7\$ de rabais de moins que le triple du rabais de Marc. Détermine le montant minimal et maximal que peuvent avoir dépensé ensemble les deux amis.

8. Laquelle des règles suivantes représente une fonction partie entière dont la contre-marche vaut 3 et dont la march a une largeur de 4 ?

a) $f(x) = 4\left[\frac{1}{3}(x + 3)\right] - 4$

b) $f(x) = 3[4(x - 3)] + 4$

c) $f(x) = -3[0,35(x - 4)] + 3$

Mathématiques 30331-C

3.4 modéliser des situations à l'aide de la géométrie analytique et les utiliser pour résoudre des problèmes avec et sans l'aide de la technologie

◇ distance entre un point et une droite et point de partage d'un segment

La distance entre un point A et un point B correspond à la longueur de segment reliant ces deux points. Cette longueur s'exprime par un nombre positif.

Rappels : pour deux coordonnées $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$

$$\begin{aligned} \text{La pente de } P_1P_2 \text{ est } m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \text{Le point milieu de } P_1P_2, M, \text{ est } &\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ \text{La distance de } P_1 \text{ à } P_2 \text{ est } d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$

- L'abscisse à l'origine est la valeur de x quand y = 0.
- L'ordonnée à l'origine est la valeur de y quand x = 0.
- Les pentes des droites parallèles sont égales et les pentes des droites perpendiculaires sont les inverses et de signes contraires.

*** *Activité 1, p. 190*

*** *Activité 2, p. 191*

POINT DE PARTAGE

Le point de partage d'un segment est un point qui sépare ce segment en deux selon un rapport donné.

Le point milieu est un point de partage qui sépare le segment initial en deux segments égaux.

On peut déterminer l'emplacement d'un point de partage d'un segment à l'aide d'une fraction ou d'un rapport.

Ex. :

Dans la représentation graphique ci-contre :

- le point P est situé aux $\frac{3}{5}$ de la longueur du segment AB ;
- le point P partage le segment AB dans le rapport 3 : 2 ;
- le point P est situé aux $\frac{2}{5}$ de la longueur du segment BA ;
- le point P partage le segment BA dans le rapport 2 : 3.



Mathématiques 30331-C

Un point P partage un segment AB dont les extrémités sont $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$. Si le point P est situé à une fraction $\frac{a}{b}$ de la distance entre les points A et B, ses coordonnées sont :

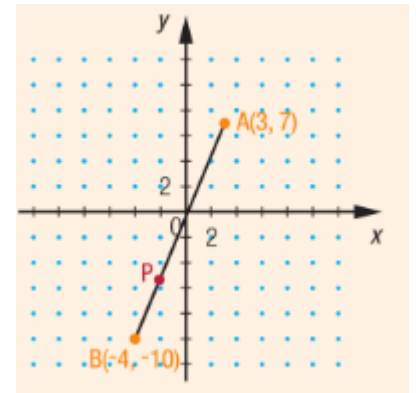
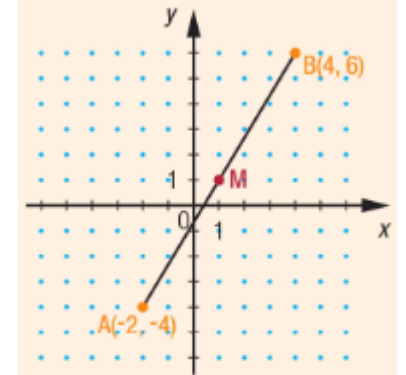
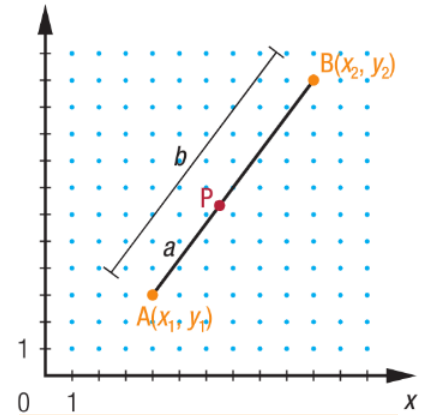
$$\left(x_1 + \frac{a}{b} \times \Delta x, y_1 + \frac{a}{b} \times \Delta y \right)$$

Exemple :

1. On détermine les coordonnées du point milieu M du segment AB dont les extrémités sont $A(-2, -4)$ et $B(4, 6)$ en effectuant les calculs suivants.

$$\left(x_1 + \frac{a}{b} \times \Delta x, y_1 + \frac{a}{b} \times \Delta y \right)$$
$$\left(-2 + \frac{1}{2} \times (4 - (-2)), -4 + \frac{1}{2} \times (6 - (-4)) \right)$$
$$(1, 1)$$

2. Détermine les coordonnées du point P qui partage le segment AB dont les extrémités sont $A(3, 7)$ et $B(-4, -10)$ dans un rapport de 3 : 1.



***Pages 196 à 201 : 3bcd, 5abd, 6bc, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 16 et 19

Mathématiques 30331-C

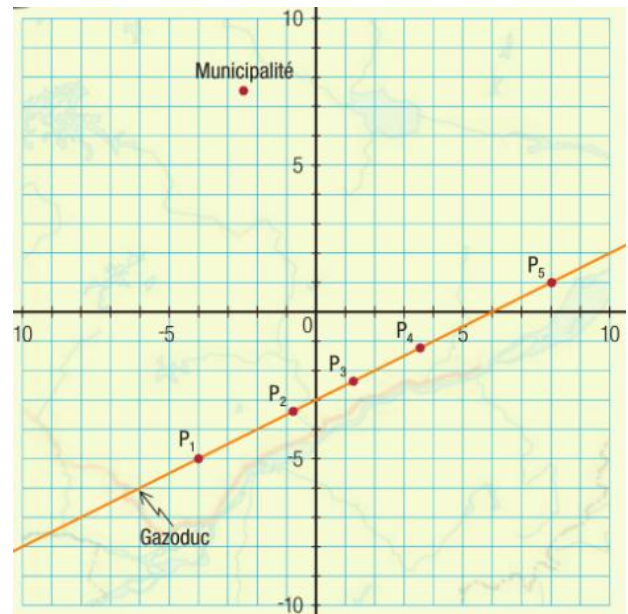
- Relation entre un point et une droite
 - ◇ Distance entre un point et une droite

Un gazoduc est une canalisation qui sert au transport de matières gazeuses sur des très longues distances. Les gazoducs assurent le lien entre les gisements, les centres de distribution et des zones industrielles ou urbaines.

Une municipalité désire se raccorder à un gazoduc pour s'approvisionner en gaz naturel. Afin d'évaluer la longueur minimale et le coût le plus bas possible du raccordement, l'ingénieure municipale superpose un plan cartésien à une carte de la région. Les graduations sont en kilomètres.

Parmi les points P_1 à P_5 :

- Lequel est le plus éloigné de la municipalité ?
- Lequel est le plus près de la municipalité ?
- Entre quelle paire de points la municipalité devrait-elle se raccorder ?
- Tracez sur le plan un trait représentant la distance la plus courte entre la municipalité et le gazoduc.
- Décrivez les caractéristiques de ce trait :
- Déterminer la pente d'une droite perpendiculaire au gazoduc.
- Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire au gazoduc passant par la municipalité.
- Obtenir les coordonnées du point d'intersection entre le gazoduc et le raccrochement.
- Déterminer le coût minimal du raccrochement s'il en coûte 31 000 \$/km à la municipalité pour se raccrocher au gazoduc.



Mathématiques 30331-C

DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

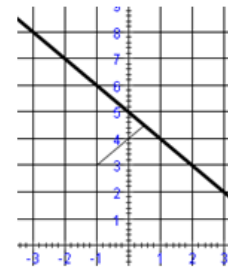
La distance d'un point à une droite correspond à la plus courte distance qui les sépare, Voici une façon de déterminer la distance entre un point P et une droite d_1 :

- Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à la droite d_1 passant par le point P.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites perpendiculaires.
- Calculer la distance entre le point d'intersection et le point P.

Ex : Détermine la distance entre le point $P(-1, 3)$ et la droite définie par l'équation $x + y - 5 = 0$, au dixième près.

$Y = -x + 5$, la pente de la perpendiculaire est 1.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$1 = \frac{y - 3}{x - (-1)}$$
$$x + 1 = y - 3$$
$$y = x + 4$$



on veut savoir où les deux droites se coupent

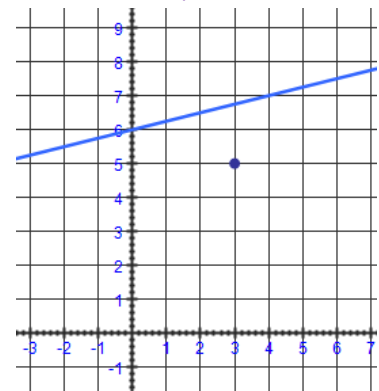
$$\begin{array}{rcl} x + 4 = -x + 5 & Y = -x + 5 \\ 2x = 1 & Y = -0,5 + 5 \\ x = \frac{1}{2} = 0,5 & Y = 4,5 \\ & (0,5, 4,5) \end{array}$$

pour trouver la distance de $(-1, 3)$ à $(0,5, 4,5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(0,5 + 1)^2 + (4,5 - 3)^2}$$
$$d = \sqrt{2,25 + 2,25} = \sqrt{4,5} = 2,1$$

donc la distance la plus courte entre $P(-1, 3)$ et la droite $x + y - 5 = 0$ est de 2,1

Exemple : Trouve la distance entre la droite $y = 0,25x - 6$ et la coordonnée $P(-7,5)$.



Mathématiques 30331-C

◇ Distance entre deux droites parallèles

La distance entre deux droites parallèles est donnée par la longueur du segment qui leur est perpendiculaire et les rejoint.

- Pour déterminer cette longueur, il faut les coordonnées d'un point d'une des droites, l'équation de l'autre droite et utiliser la formule de la distance entre un point et une droite.
- Si on ne connaît pas les coordonnées d'un point d'une des droites, on les détermine à partir de l'équation d'une droite, en posant une valeur de x et en trouvant la valeur de y correspondante.

Exemple : Calcule la distance entre les deux droites $y = 2x + 3$ et $y = 2x - 4$.

1) Je choisis une coordonnée de $y = 2x + 3 \rightarrow (0, 3)$ et je travaille avec $y = 2x - 4$

2) La pente de la perpendiculaire à $y = 2x - 4$ est $\rightarrow \frac{-1}{2}$

3) L'équation de la perpendiculaire est $y = \frac{-1}{2}x + b \rightarrow 3 = \frac{-1}{2}(0) + b \rightarrow b = 3 \rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 3$

4) La coordonnée où les deux droites se coupent est

$$\begin{array}{l} 2x - 4 = \frac{-1}{2}x + 3 \\ 2,5x = 7 \\ x = 2,8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 4 \\ = 2(2,8) - 4 \\ = 1,6 \\ (2,8; 1,6) \end{array}$$

5) La distance. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ou $d = \frac{|b_1 - b_2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|-4 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = 3,1$
 $d = \sqrt{9,8} = 3,1$

Exemple : Quelle est la distance entre les droites $y_1 = 3x - 4$ et $y_2 = 3x - 2$.

Mathématiques 30331-C

Exercices

1. Trouve la distance la plus courte entre le point et la droite, indiquées.
a) (2,2) et $y = x + 1$ b) (3, -1) et $2x - y + 3 = 0$
2. Détermine la distance entre le point (-2, -2) et la droite qui relie les points (5, 2) et (-1, 4), au centième près.
3. Pipeline. Le pipeline de pétrole brut le plus long du monde relie Edmonton, en Alberta, et Buffalo, dans l'État de New York, sur une distance de 2858 km. Dans une région, la trajectoire du pipeline est définie par l'équation $y = 2,7x + 20$ où chaque unité représente 1 km. Le centre d'une ville de cette région se trouve au point (50, 15) et possède un rayon de 5 km. Si un règlement exige que le pipeline passe à au moins 50 km d'une zone urbaine, faudra-t-il faire dévier cette section du pipeline?
4. Billards. Au billard, un coup « à la bande » consiste à frapper la boule pour qu'elle rebondisse sur une bande (un des côtés de la table). Le rayon de la boule est 5 cm et la table mesure 120 cm sur 240 cm. Le centre de la boule no 1 se trouve au point (120, 50) et le centre de la boule no 8 se trouve au point (200, 100).
a) Écris l'équation de la trajectoire directe de la boule no 1 vers la boule au coin au point (240, 120).
b) Montre que si on frappe la boule no 1 le long de la trajectoire directe vers la blouse de coin, elle frappera la boule no 8.
5. Dans un plan cartésien gradué en mètres, un sentier est présenté par la droite définie ainsi : $y = \frac{1}{2}x + 34$. Une tour d'observation est représentée par le point (26,36). Quelle est, arrondie au dixième, la distance entre le sentier et la tour d'observation?
6. Détermine la distance entre les deux droites : $y = 2x + 6$ et $y = 2x - 2$.
7. Détermine la distance entre les deux droites : $5x - y = -6$ et $y - 5x + 2$.
8. Dans un corridor dont les côtés sont délimités par les droites d'équations $f(x) = 3x - 1$ et $f(x) = 3x + 6$, est-ce que je peux passer avec une boîte dont la largeur est de 2,5 pieds ?

Mathématiques 30331-C

3.7 modéliser des situations pouvant se traduire par des régularités afin de résoudre des problèmes

◇ suites et séries arithmétiques

Les régularités permettent de résoudre de nombreux problèmes.

Une suite est une liste ordonnée d'objets. Ses éléments, appelés « termes », respectent une régularité ou une règle qui permet de trouver le terme suivant.

Une suite arithmétique est une liste ordonnée de termes dans laquelle la différence entre deux termes consécutifs est constante. Cette différence se nomme la raison arithmétique.

Exemple : Soit la suite 10, 16, 22, 28 ...

Terme	t_1	t_2	t_3	t_4
Valeur du terme	10	16	22	28
Valeur en fonction du premier terme et de la raison arithmétique	10	$10 + 6$	$10 + 6 + 6$	$10 + 6 + 6 + 6$
Notation générale	t_1	$t_1 + d$	$t_1 + d + d$ $t_1 + 2d$	$t_1 + d + d + d$ $t_1 + 3d$

Le terme général d'une suite arithmétique correspond à $t_n = t_1 + (n - 1)d$, où t_1 est le premier terme, n est le nombre de termes, d est la raison arithmétique

Exemple 1: La croissance d'un enfant dépend de nombreux facteurs. Les médecins recommandent aux parents de noter la croissance de leur enfant. On estime qu'entre l'âge de 3 et 10 ans, la taille d'un enfant augmente de 5 cm par année en moyenne. Suppose qu'un enfant de 3 ans mesure 70 cm.

a) Définis le terme général qui permet d'estimer la taille de cet enfant à tout âge entre 3 et 10 ans.

b) Quelle devrait être la taille de l'enfant à 10 ans ?

Exemple 2: le bœuf musqué et le caribou du nord du Canada sont des mammifères ongulés ayant survécu à l'ère du pléistocène, qui a pris fin il y a 10 000 ans. En 1955, la population de bœufs musqués de l'île Banks était d'environ 9250 individus. Suppose que sa progression depuis 1955 s'apparente à une suite arithmétique, avec une augmentation de 1650 individus par année. Au bout de combien d'années y aura-t-il 100 000 bœufs musqués?

Mathématiques 30331-C

Exercices

- Indique les suites qui sont arithmétiques, pour chaque suite arithmétique, détermine la valeur de t_1 , la valeur de d et les trois prochains termes.
a) 16, 32, 48, 64, 80 ... b) 2, 4, 8, 16, 32 ... c) -4, -7, -10, -13 ... d) 3, 0, -3, -6 ...
- Écris les quatre premiers termes de la suite arithmétique.
a) $t_1 = 5$ et $d = 3$ b) $t_1 = 4$ et $d = \frac{1}{2}$
- Pour chaque suite arithmétique, détermine les valeurs de t_1 et d , puis indique les termes manquants.
a) ____, ____, ____, 19, 23 b) ____, ____, 3, $\frac{3}{2}$
- Détermine le rang de chaque terme pour compléter l'énoncé.
a) 170 est le ____e terme de -4, 2, 8, ... b) -14 est le ____e terme de $2\frac{1}{5}, 2, 1\frac{1}{4}, \dots$
- Détermine le deuxième terme et le troisième terme d'une suite arithmétique dont le premier terme est 6 et le quatrième terme est 33.
- Les fourmis charpentières sont de grosses fourmis, souvent noires, qui font leurs nids dans le bois. Ces fourmis sont nuisibles pour les maisons, mais elles jouent un rôle important dans les écosystèmes forestiers. Les fourmis charpentières forment d'abord une colonie mère. Une fois cette colonie bien établie, elles forment des colonies satellites constituées uniquement d'ouvrières. Une colonie bien établie peut compter jusqu'à 3000 fourmis. Suppose que la croissance d'une colonie présente une suite arithmétique et que le nombre de fourmis augmente d'environ 80 chaque mois. S'il y a 40 fourmis au départ, dans combien de mois la population atteindra-t-elle 3000 fourmis ?
- Jonathan a un emploi à temps partiel à l'épicerie de son quartier. Il doit créer un étalage de boîtes de céréales d'une boîte de profondeur. Les nombre de boîtes dans chaque rangée forment une suite arithmétique. Il y a 16 boîtes dans la troisième rangée à partir du bas et 6 boîtes dans la huitième rangée à partir du bas. Combien de boîtes y a-t-il dans la rangée du bas ?
- Un réparateur d'appareils de chauffage demande 65\$ pour une visite à domicile et 42\$ par heure ou fraction d'heure de travail. Quel est le coût d'une réparation qui exige 10h de travail ?
- Suzanne s'est inscrite à un centre de conditionnement physique. Son programme d'exercices inclut des redressements assis selon une suite arithmétique. Le 6e jour de son programme, Suzanne a fait 11 redressements assis. Le 15e jour, elle en a fait 29. Si l'objectif de Suzanne est de faire 100 redressements assis dans sa journée, quel jour y arrivera-t-elle ?

Mathématiques 30331-C

Une série arithmétique est la somme des termes d'une suite. $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$,

Exemple 1 : Trouve la somme des termes de la suite arithmétique : 2, 4, 6 ... 32

$a = 2$	$t_n = a + (n-1)d$	$a = 2$	$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$
$d = 2$	$32 = 2 + (n-1)2$	$d = 2$	$S_5 = \frac{16}{2} [2(2) + (16-1)2]$
$n = ?$	$30 = 2(n-1)$	$n = 16$	$S_5 = 8 [4 + 30] = 272$
$t_n = 32$	$15 = n-1$		
	$n = 16$		

Exemple 2 : Dans un théâtre, il y a 24 rangées de sièges. La première rangée en avant comporte 5 sièges de chaque côté de l'allée centrale. Chacune des rangées suivantes comporte 1 siège de plus que la rangée précédente de chaque côté de l'allée centrale.

a) Combien de sièges la 17^e rangée compte-t-elle ?

b) Combien de sièges y a-t-il en tout ?

Exemple 3 : Combien d'années bissextiles y a-t-il de l'an 1914 à 2014?

Mathématiques 30331-C

Exercice :

- Détermine la somme de chaque série arithmétique.
 - $5 + 8 + 11 + \dots + 53$
 - $8 + 3 + (-2) + \dots + (-102)$
- Détermine t_{10} et S_{10} pour chaque série.
 - $5 + 10 + 15 + \dots$
 - $10 + 7 + 4 + \dots$
- Pour chaque série arithmétique, détermine la valeur de n .
 - $t_1 = 8$ et $t_n = 68$ et $S_n = 608$
 - $t_1 = -6$ et $t_n = 21$ et $S_n = 75$
- Les lucioles mâles scintillent de différentes façons pour signaler leur position ou éloigner les prédateurs. Le scintillement de chaque espèce de lucioles a des caractéristiques particulières. Il se distingue entre autres par son intensité, sa fréquence et sa forme. Une certaine luciole mâle scintille deux fois pendant la première minute, quatre fois pendant la deuxième minute et six fois pendant la troisième minute.
 - Si cette régularité se poursuit, combien de fois la luciole scintille-t-elle pendant la 30^e minute ?
 - Combien de fois scintille-t-elle au total en 30 min ?
- La somme des deux premiers termes d'une série arithmétique est 13 et la somme de ses quatre premiers termes est 46. Détermine les six premiers termes de la série et leur somme.
- Détermine la somme de tous les multiples de 4 compris entre 1 et 999.
- L'entreprise It's About Time, de Langley, en Colombie-Britannique, est le plus important fabricant d'horloges sur commande du Canada. Un client veut une horloge à carillon. Son carillon doit marquer chaque heure en sonnant un nombre de fois égal à l'heure qu'il est selon la notation de 12 heures. Par exemple, à 10h, le carillon doit sonner 10 fois. A 14h, il doit sonner 2 fois. Combien de fois le carillon devra-t-il sonner en 24 heures ?
- Un programme d'entraînement exige qu'une pilote effectue des vols autour d'un aérodrome. Chaque jour, la pilote fait trois tours de plus que le jour précédent. Le cinquième jour, elle fait 14 tours. Combien de tours la pilote a-t-elle faits :
 - Le premier jour ?
 - en tout à la fin du 5^e jour ?
- On embauche une apprentie au salaire de départ de 1000\$ par mois. Ensuite, on augmente son salaire de 150\$ chaque mois pendant 1 an.
 - Quel est le salaire de l'apprentie le dernier mois de l'année ?
 - Combien a-t-elle gagné en tout durant l'année ?
- Dans un entrepôt, on empile des sacs d'engrais. La base mesure 20 sacs de long sur 4 sacs de large. Chaque couche subséquente compte un sac de moins sur la longueur que la couche précédente, mais la largeur reste la même. La couche du dessus compte 16 sacs. Combien de sacs y a-t-il en tout dans la pile ?