

# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

12 B – enlève no. 10 à 17, 23, 29 et 30

1. Simplifie les expressions rationnelles suivantes. Indique les restrictions.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \frac{2x^3 + 3x^2 - 17x + 12}{8x^3 - 27} \div \frac{4x^2 + 12x - 16}{8x^2 + 12x + 18} \\
 & \begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 3 & -17 & 12 \\ & & -2 & -5 & 12 \\ \hline & 2 & 5 & -12 & \end{array} & \begin{array}{r|rrrr} -\frac{3}{2} & 8 & 0 & 0 & -27 \\ & & -12 & -18 & -27 \\ \hline & 8 & 12 & 18 & \\ & \div 2 & 4 & 6 & 9 & \end{array} \\
 & = \frac{(x-1)(2x^2+5x-12)}{(2x-3)(4x^2+6x+9)} \times \frac{2(4x^2+6x+9)}{4(x^2+3x-4)} \\
 & = \frac{\cancel{(x-1)}(2x+8)\cancel{(2x-3)}/2}{\cancel{(2x-3)}\cancel{(4x^2+6x+9)}} \times \frac{\cancel{2}(4x^2+6x+9)}{4(x+4)\cancel{(x-1)}} \\
 & = \frac{2(x+4)}{4(x+4)} = \frac{1}{2}; x \neq \frac{3}{2}, -4, 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \frac{b}{a^2 - ab} - \frac{2}{b - a} - \frac{b^2}{a^2b - 2ab^2 + b^3} \\
 & = \frac{b}{a(a-b)} - \frac{2}{-(a-b)} - \frac{b^2}{b(a^2 - 2ab + b^2)} \\
 & = \frac{b}{a(a-b)} - \frac{2}{-(a-b)} - \frac{b^2}{b(a-b)(a-b)} \\
 & = \frac{b(a-b) + 2a(a-b) - ba}{a(a-b)(a-b)} = \frac{ab - b^2 + 2a^2 - 2ab - ab}{a(a-b)(a-b)} \\
 & = \frac{2a^2 - 2ab - b^2}{a(a-b)^2}; a \text{ et } b \neq 0 \text{ et } a \neq b
 \end{aligned}$$

Mathématiques 30411B/C  
Formatif Bloc 1

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \frac{3}{a^2 - 3a} - \frac{2}{3 - a} - \frac{9}{3a^2 - 18a + 27} \\
 &= \frac{3}{a(a-3)} - \frac{2}{-(a-3)} - \frac{9}{3(a^2 - 6a + 9)} \\
 &= \frac{3}{a(a-3)} - \frac{2}{-(a-3)} - \frac{9}{3(a-3)(a-3)} \\
 &= \frac{3 \times 3(a-3) + 2 \times 3a(a-3) - 9a}{3a(a-3)(a-3)} \\
 &= \frac{9a - 27 + 6a^2 - 18a - 9a}{3a(a-3)(a-3)} = \frac{6a^2 - 18a - 9}{3a(a-3)^2} \\
 &= \frac{3(2a^2 - 3a - 3)}{3a(a-3)^2}; x \neq 0, 3
 \end{aligned}$$

2. La règle  $E = 10e^{\frac{v}{4095}} - 10$  donne la quantité E d'énergie en (Mj) dégagée sous forme de chaleur lorsqu'une plaquette de frein est appuyée sur un disque qui tourne à une vitesse v (en tours/min).

a) Quelle est la quantité d'énergie dégagée lorsque la plaquette de frein est appuyée sur un disque qui tourne à une vitesse de 5400 tours/min ?

$$\begin{aligned}
 E &= 10e^{\frac{v}{4095}} - 10 \\
 E &= 10e^{\frac{5400}{4095}} - 10 = 27,28 \text{Mj}
 \end{aligned}$$

b) Établissez la règle qui permet d'exprimer la vitesse de rotation du disque en fonction de la quantité d'énergie dégagée.

$$\begin{aligned}
 \frac{E + 10}{10} &= e^{\frac{v}{4095}} \\
 \ln\left(\frac{E + 10}{10}\right) &= \frac{v}{4095} \\
 4095 \ln\left(\frac{E + 10}{10}\right) &= v
 \end{aligned}$$

# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

3. Simplifie l'expression rationnelle suivante. Indique les restrictions.

$$\frac{10 - 5m}{m^2 - 4} - \frac{2m - 6}{m^2 - 7m + 12} \div \frac{m^2 + 3m + 2}{m^3 - 5m^2 + 2m + 8}$$

$$\frac{-5 \cancel{(m-2)}}{\cancel{(m-2)}(m+2)} - \frac{2 \cancel{(m-3)}}{(m-4)\cancel{(m-3)}} \times \frac{\cancel{(m+1)}(m^2 - 6m + 8)}{(m+2)\cancel{(m+1)}}$$

$$= \frac{-5}{(m+2)} - \frac{2}{\cancel{(m-4)}} \times \frac{\cancel{(m-4)}(m-2)}{(m+2)}$$

$$= \frac{-5 - 2(m-2)}{(m+2)} = \frac{-5 - 2m + 4}{(m+2)} = \frac{-2m - 1}{m+2}; m \neq 2, -2, 4, 3, -1$$

4. Trace le graphique de la fonction  $y = -2 \log_2 \left( -\frac{x+1}{3} \right) - 4$

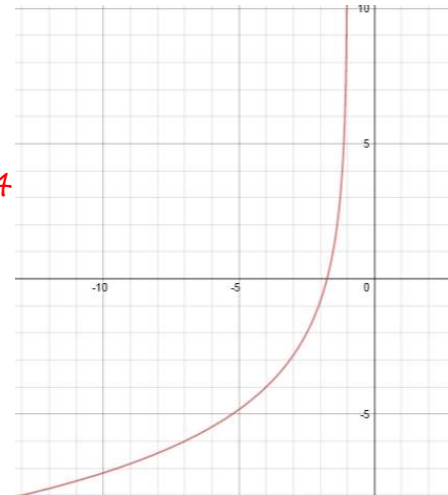
$$0 = -2 \log_2 \left( \frac{-1}{3} (x+1) \right) - 4$$

$$-2 = \log_2 \left( \frac{-1}{3} (x+1) \right) \quad y = -2 \log_2 \left( \frac{-1}{3} (-2+1) \right) - 4$$

$$2^{-2} = \frac{-1}{3} (x+1) \quad y = -2 \log_2 \left( \frac{1}{3} \right) - 4$$

$$\frac{1}{4} \times -3 = x+1 \quad y = -0,83; (-2; -0,83)$$

$$x = \frac{-7}{4}; \left( \frac{-7}{4}, 0 \right)$$



5. Soient  $\log_a b = 0,25$  et  $\log_a c = -1,37$

a) Évalue  $\log_a bc^2 - 2 \log_a \frac{a}{b}$

$$= \log_a b + 2 \log_a c - 2 \log_a a + 2 \log_a b$$

$$= 0,25 + 2(-1,37) - 2(1) + 2(0,25)$$

$$= -3,99$$

b) Si  $a > 1$ , quel nombre parmi  $b$  ou  $c$  est plus grand? Explique.

$$\log_2 b = 0,25 \quad \log_2 c = -1,37$$

$$2^{0,25} = b \quad 2^{-1,37} = c$$

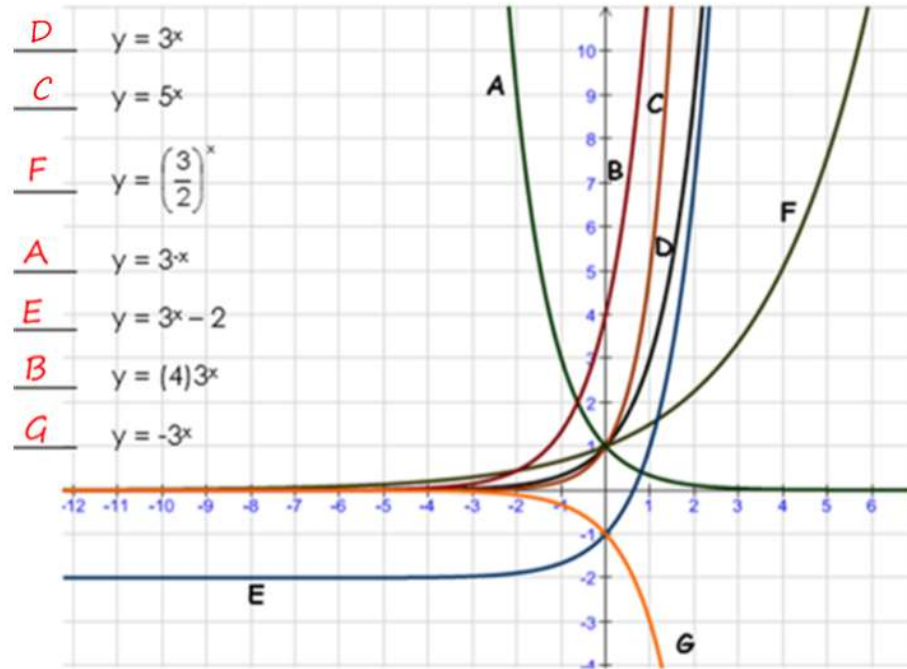
$$b = 1,19 \quad c = 0,39$$

$b$  est donc plus grand que  $c$ .

# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

6. Identifie les courbes suivantes avec la lettre correspondante.



7. Trace la courbe de  $g(x) = -2 \log_3(x + 2) - 1$ . Identifie le domaine, l'image, le point min ou max, la(racine(s), l'ordonnée à l'origine, les signes, la variation.

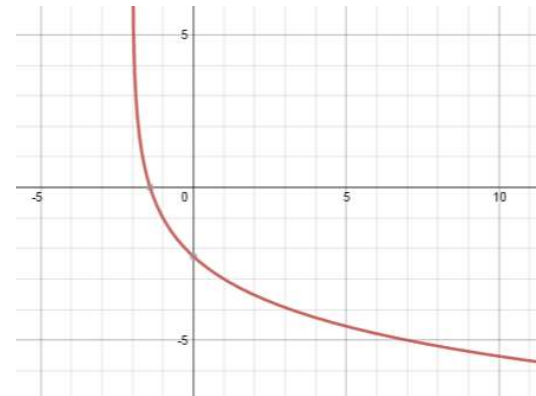
A.V.  $\rightarrow x = -2$

$0 = -2 \log_3(x + 2) - 1$        $g(0) = -2 \log_3(0 + 2) - 1$

$\frac{-1}{2} = \log_3(x + 2)$        $g(0) = -2,26$

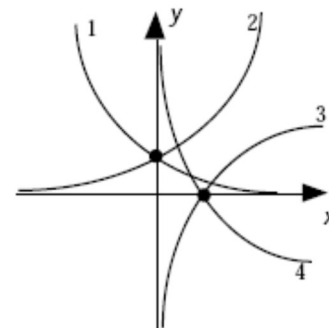
$3^{\frac{-1}{2}} = x + 2$        $(0; -2,26)$

$x = -1,42; (-1,42; 0)$



8. Identifie le graphique qui représente le mieux chacune des fonctions.

- a)  $y = 3^x$       **2**
- b)  $y = \log_2 x$       **3**
- c)  $y = \log_{1/3} x$       **4**
- d)  $y = (0,1)^x$       **1**

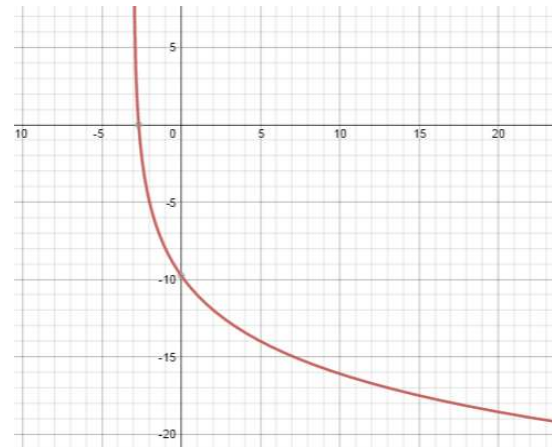


# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

9. Représente graphiquement la fonction  $f(x) = -3 \log_2(2x + 6) - 2$ . Indique le domaine et l'image ainsi que l'intervalle de croissance et décroissance.

$$\begin{aligned} \text{A.V.} &\rightarrow x = -3 \\ 0 &= -3 \log_2(2(x+3)) - 2 & f(0) &= -3 \log_2(2(0+3)) - 2 \\ \frac{-2}{-3} &= \log_2(2(x+3)) & f(0) &= -9,75 \\ 2^{\frac{-2}{-3}} &= 2x+6 & & (0; -9,75) \\ x &= -2,69; (-2,69; 0) \end{aligned}$$



10. Résous pour x.

a)  $\log_4 \sqrt[3]{2} = x$

$$\begin{aligned} \log_4 2^{\frac{1}{3}} &= x \\ \frac{1 \log 2}{3 \log 4} &= x \\ x &= 0,167 \end{aligned}$$

b)  $2^{x+2} = 5^x$

$$\begin{aligned} \log 2^{x+2} &= \log 5^x \\ (x+2) \log 2 &= x \log 5 \\ 0,3010x + 0,6020 &= 0,699x \\ 0,3980x &= 0,6020 \\ x &= 1,51 \end{aligned}$$

c)  $\frac{3^{x+1}}{9^{3x-4}} = 27^{x-5}$

$$\begin{aligned} \frac{3^{x+1}}{(3^2)^{3x-4}} &= (3^3)^{x-5} \\ 3^{x+1-6x+8} &= 3^{3x-15} \\ -5x + 9 &= 3x - 15 \\ -8x &= -24 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

11. Le césium 144 est l'un des produits d'une explosion nucléaire. S'il ne reste que  $\frac{1}{64}$  de la quantité initiale au bout de 846 jours, quelle est la demi-vie du césium 144 ?

$$\begin{aligned} M &= C \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{d}} \\ t = 846 \text{ j} & \quad \frac{1}{64} C = C \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{846}{d}} \\ M = \frac{1}{64} C & \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{846}{d}} \\ C = C & \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{846}{d}} \\ x = \frac{1}{2} & \quad 6 = \frac{846}{d} \\ & \quad d = 141 \text{ jours} \end{aligned}$$

La demi-vie du césium est de 141 jours.

# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

12. Soit un angle A tel que  $\sec A = \frac{7}{5}$  Détermine toutes les valeurs possibles de  $\tan A$ .

$$\frac{1}{\cos A} = \frac{7}{5}$$

$$\cos A = \frac{5}{7}$$

$$7^2 = 5^2 + y^2$$

$$49 - 25 = y^2$$

$$y^2 = 24$$

$$y = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$\tan A = \frac{\pm 2\sqrt{6}}{5}$$

13. Évalue les expressions suivantes.

a)  $\cos \frac{5\pi}{4} + \tan 420^\circ$

$$\cos \frac{5(180)^\circ}{4} + \tan 420^\circ$$

$$\cos 225^\circ + \tan 420^\circ$$

$$\frac{-\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$$

b)  $\cos 7\pi \div \sec^2 \frac{7\pi}{6}$

$$\cos 7\pi \times \cos^2 210^\circ$$

$$-1 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\frac{-4}{3}$$

14. Soit l'angle  $\theta = \frac{32\pi}{7}$  mesuré en position standard.

a) Détermine l'angle co-terminal principal de  $\theta$ .

$$\frac{32\pi}{7} - 2\pi = \frac{18\pi}{7}$$

$$\frac{18\pi}{7} - 2\pi = \frac{4\pi}{7}$$

b) Dans quel quadrant se situe le côté terminal de l'angle  $\theta$ ?

*2<sup>e</sup> quadrant*

c) Détermine l'angle l'expression de tous les angles co-terminaux de  $\theta$ .

$$\frac{4\pi}{7} \pm 2\pi k; k \in \mathbb{N}$$

d) Convertis  $\theta$  en degrés.

$$\frac{32\pi}{7} = x$$

$$\pi = 180^\circ$$

$$x = 822,86^\circ$$

# Mathématiques 30411B/C

## Formatif Bloc 1

15. Si  $\log_7 5 = x$ , évalue  $\log_7 250 - \log_7 10 + \log_7 49$  en fonction de  $x$ .

$$\begin{aligned} & \log_7 \frac{5^2 \times 10 \times 7^2}{10} \\ & 2\log_7 5 + 2\log_7 7 \\ & 2x + 2 \end{aligned}$$

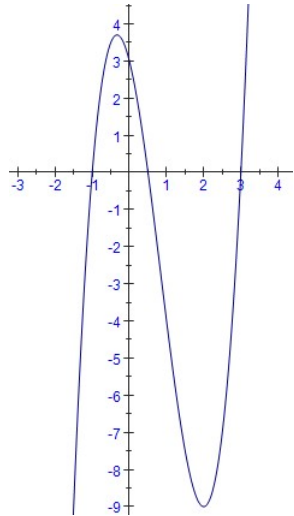
16. Évalue.

a)  $\log_5 200 + \log_5 \left(\frac{1}{8}\right)$

$$\log_5 25 = 2$$

b)  $\log_8 \sqrt{36} - \log_8 3 + 5\log_8 2$

$$\log_8 \frac{6 \times 32}{3} = \log_8 64 = 2$$



17. Le graphique de  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$  est représenté ci-contre. Selon son graphique donne les facteurs de  $P(x)$ .

$$(x + 1)(2x - 1)(x - 3)$$

18. Le produit de quatre nombres entiers est  $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$ , où  $x$  est un des nombres entiers. Quelles sont des expressions possibles des trois autres nombres entiers?

$$\begin{array}{r} x(x^3 + 6x^2 + 11x + 6) \quad 1 \mid 1 \quad 6 \quad 11 \quad 6 \\ = x(x + 1)(x^2 + 5x + 6) \quad \quad \quad 1 \quad 5 \quad 6 \\ = x(x + 1)(x + 3)(x + 2) \quad \quad \quad 1 \quad 5 \quad 6 \end{array}$$

19. On divise le polynôme  $P(x) = 5x^3 + mx^2 - nx - 13$  par  $x + 2$ , le reste est 7. Si on divise ce même polynôme par  $3x - 5$ , le reste est  $\frac{739}{27}$ . Quelles sont les valeurs de  $m$  et  $n$ ?

$$\begin{aligned} P(-2) &= 5(-2)^3 + m(-2)^2 + 2n - 13 = 7 \\ -40 + 4m + 2n - 13 &= 7 \\ 4m + 2n &= 60 \\ 2m + n &= 30 \\ n &= 30 - 2m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 75m - 45(30 - 2m) &= 465 \\ 75m - 1350 + 90m &= 465 \\ 165m &= 1815 \\ m &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P\left(\frac{5}{3}\right) &= 5\left(\frac{5}{3}\right)^3 + m\left(\frac{5}{3}\right)^2 - \frac{5}{3}n - 13 = \frac{739}{27} \\ 5\left(\frac{125}{27}\right) + \frac{25}{9}m - \frac{5}{3}n - 13 &= \frac{739}{27} \\ 625 + 75m - 45n - 351 &= 739 \\ 75m - 45n &= 465 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 30 - 2(11) \\ n &= 8 \end{aligned}$$