Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

12 B – enlève no. 10 à 17, 23, 29 et 30

1. Simplifie les expressions rationnelles suivantes. Indique les restrictions.

a) $\dfrac{2x^3+3x^2-17x+12}{8x^3-27} \div \dfrac{4x^2+12x-16}{8x^2+12x+18}$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 3 & -17 & 12 \\ & & -2 & -5 & 12 \\ \hline & & 2 & 5 & -12 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrr} -\frac{3}{2} & 8 & 0 & 0 & -27 \\ & & -12 & -18 & -27 \\ \hline & & 8 & 12 & 18 \\ & \div 2 & 4 & 6 & 9 \end{array}$$

$$= \frac{(x-1)(2x^2+5x-12)}{(2x-3)(4x^2+6x+9)} \times \frac{2(4x^2+6x+9)}{4(x^2+3x-4)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-1)}(2x+8)\cancel{(2x-3)}/2}{\cancel{(2x-3)}\cancel{(4x^2+6x+9)}} \times \frac{2\cancel{(4x^2+6x+9)}}{4(x+4)\cancel{(x-1)}}$$

$$= \frac{2(x+4)}{4(x+4)} = \frac{1}{2}\,;x \neq \frac{3}{2},-4,1$$

b) $\dfrac{b}{a^2-ab} - \dfrac{2}{b-a} - \dfrac{b^2}{a^2b-2ab^2+b^3}$

$$= \frac{b}{a(a-b)} - \frac{2}{-(a-b)} - \frac{b^2}{b(a^2-2ab+b^2)}$$

$$= \frac{b}{a(a-b)} - \frac{2}{-(a-b)} - \frac{b^{\cancel{2}}}{\cancel{b}(a-b)(a-b)}$$

$$= \frac{b(a-b)+2a(a-b)-ba}{a(a-b)(a-b)} = \frac{ab-b^2+2a^2-2ab-ab}{a(a-b)(a-b)}$$

$$= \frac{2a^2-2ab-b^2}{a(a-b)^2}\,;a \text{ et } b \neq 0 \text{ et } a \neq b$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

c) $\frac{3}{a^2-3a}-\frac{2}{3-a}-\frac{9}{3a^2-18a+27}$

$$=\frac{3}{a(a-3)}-\frac{2}{-(a-3)}-\frac{9}{3(a^2-6a+9)}$$

$$\frac{3}{a(a-3)}-\frac{2}{-(a-3)}-\frac{9}{3(a-3)(a-3)}$$

$$=\frac{3\times3(a-3)+2a(a-3)-9a}{3a(a-3)(a-3)}$$

$$=\frac{9a-27+2a^2-6a-9a}{3a(a-3)(a-3)}=\frac{2a^2-6a-9}{3a(a-3)^2};x\neq0,3$$

2. La règle $E=10e^{\frac{v}{4095}}-10$ donne la quantité E d'énergie en (Mj) dégagée sous forme de chaleur lorsqu'une plaquette de frein est appuyée sur un disque qui tourne à une vitesse v (en tours/min).
   a) Quelle est la quantité d'énergie dégagée lorsque la plaquette de frein est appuyée sur un disque qui tourne à une vitesse de 5400 tours/min ?

$$E=10e^{\frac{v}{4095}}-10$$

$$E=10e^{\frac{5400}{4095}}-10=27,28Mj$$

   b) Établissez la règle qui permet d'exprimer la vitesse de rotation du disque en fonction de la quantité d'énergie dégagée.

$$\frac{E+10}{10}=e^{\frac{v}{4095}}$$

$$\ln\left(\frac{E+10}{10}\right)=\frac{v}{4095}$$

$$4095\ln\left(\frac{E+10}{10}\right)=v$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

3. Simplifie l'expression rationnelle suivante. Indique les restrictions.

$$\frac{10-5m}{m^2-4}-\frac{2m-6}{m^2-7m+12}\div\frac{m^2+3m+2}{m^3-5m^2+2m+8}$$

$$\frac{-5\cancel{(m-2)}}{\cancel{(m-2)}(m+2)}-\frac{2\cancel{(m-3)}}{(m-4)\cancel{(m-3)}}\times\frac{\cancel{(m+1)}(m^2-6m+8)}{(m+2)\cancel{(m+1)}}$$

$$=\frac{-5}{(m+2)}-\frac{2}{\cancel{(m-4)}}\times\frac{\cancel{(m-4)}(m-2)}{(m+2)}$$

$$=\frac{-5-2(m-2)}{(m+2)}=\frac{-5-2m+4}{(m+2)}=\frac{-2m-1}{m+2};m\neq 2,-2,4,3,-1$$

4. Trace le graphique de la fonction $y=-2\log_2\left(-\frac{x+1}{3}\right)-4$

$$0=-2\log_2\left(\frac{-1}{3}(x+1)\right)-4$$

$$-2=\log_2\left(\frac{-1}{3}(x+1)\right)$$

$$2^{-2}=\frac{-1}{3}(x+1)$$

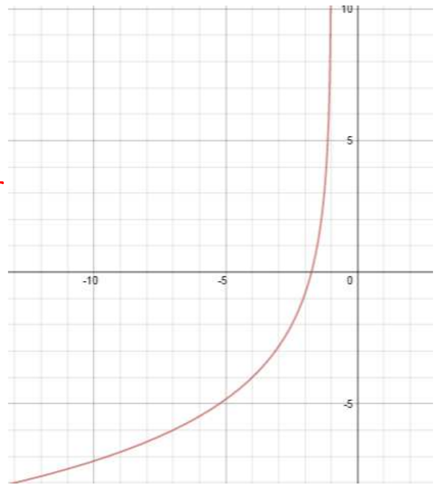
$$\frac{1}{4}\times-3=x+1$$

$$x=\frac{-7}{4};\left(\frac{-7}{4},0\right)$$

$$y=-2\log_2\left(\frac{-1}{3}(-2+1)\right)-4$$

$$y=\log_2\left(\frac{1}{3}\right)-4$$

$$y=-0,83;(0;-0,83)$$



5. Soient $\log_a b=0,25$ et $\log_a c=-1,37$

a) Évalue $\log_a bc^2-2\log_a\frac{a}{b}$

$$=\log_a b+2\log_a c-2\log_a a+2\log_a b$$

$$=0,25+2(-1,37)-2(1)+2(0,25)$$

$$=-3,99$$

b) Si $a>1$, quel nombre parmi b ou c est plus grand? Explique.

$\log_2 b=0,25$	$\log_2 c=-1,37$
$2^{0,25}=b$	$2^{-1,37}=c$
$b=1,19$	$c=0,39$

b est donc plus grand que c.

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

6. Identifie les courbes suivantes avec la lettre correspondante.

D $y = 3^x$

C $y = 5^x$

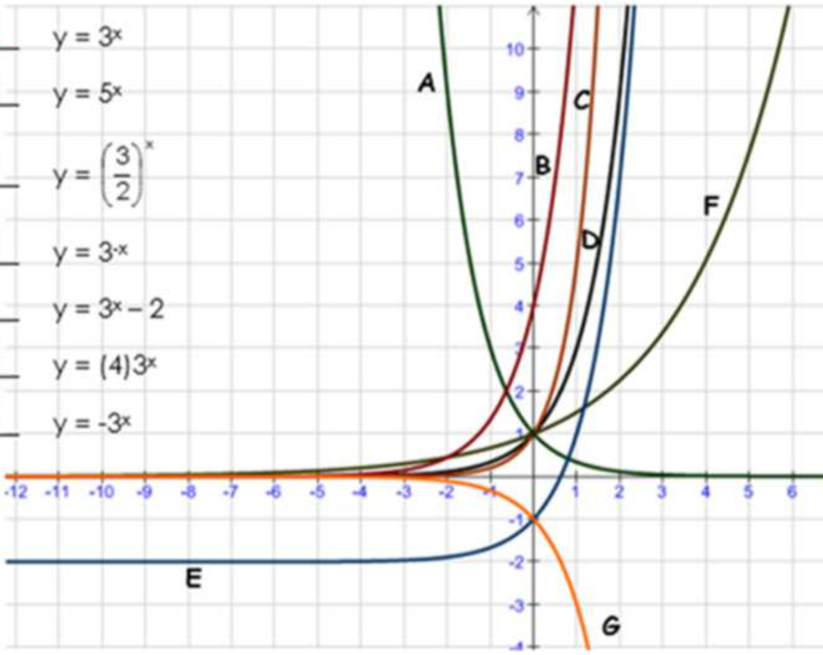
F $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

A $y = 3^{-x}$

E $y = 3^x - 2$

B $y = (4)3^x$

G $y = -3^x$



7. Trace la courbe de $g(x) = -2\log_3(x+2) - 1$. Identifie le domaine, l'image, le point min ou max, la(les) racine(s), l'ordonnée à l'origine, les signes, la variation.

A.V. $\rightarrow x = -2$

$0 = -2\log_3(x+2) - 1$

$\frac{-1}{2} = \log_3(x+2)$

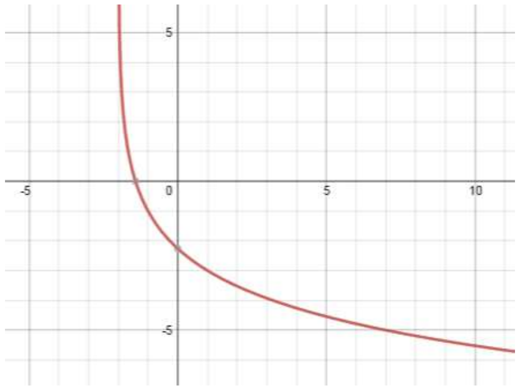
$3^{\frac{-1}{2}} = x + 2$

$x = -1,42 ; (-1,42 ; 0)$

$g(0) = -2\log_3(0+2) - 1$

$g(0) = -2,26$

$(0 ; -2,26)$



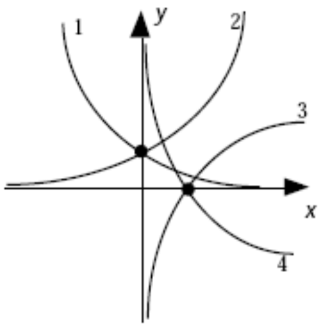
8. Identifie le graphique qui représente le mieux chacune des fonctions.

a) $y = 3^x$ 2

b) $y = \log_2 x$ 3

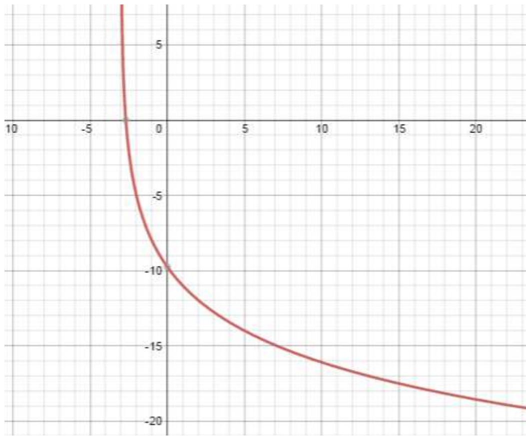
c) $y = \log_{1/3} x$ 4

d) $y = (0,1)^x$ 1



Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

9. Représente graphiquement la fonction $f(x) = -3\log_2(2x+6) - 2$. Indique le domaine et l'image ainsi que l'intervalle de croissance et décroissance.



A.V. $\rightarrow x = -3$

$$0 = -3\log_2(2(x+3)) - 2$$
$$\frac{-2}{3} = \log_2(2(x+3))$$
$$2^{\frac{-2}{3}} = 2x+6$$
$$x = -2{,}69; (-2{,}69; 0)$$

$$f(0) = -3\log_2(2(0+3)) - 2$$
$$f(0) = -9{,}75$$
$$(0; -9{,}75)$$

10. Résous.

a) $x = \sqrt{x-2} + 4$

$$(x-4)^2 = (\sqrt{x-2})^2$$
$$x^2 - 8x + 16 = x - 2$$
$$x^2 - 9x + 18 = 0$$
$$(x-3)(x-6) = 0$$
$$x = 3 \text{ et } x = 6$$

Vérification

$$x = 3$$
$$3 - 4 = \sqrt{3-2}$$
$$-1 \neq \sqrt{1}$$
$$x = 3$$
à rejeter

Vérification

$$x = 6$$
$$6 - 4 = \sqrt{6-2}$$
$$2 = \sqrt{4}$$
$$2 = 2$$
$$\{6\}$$

b) $\dfrac{x+2}{x+3} + \dfrac{3}{x^2+3x} = \dfrac{1}{x}$

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} = \frac{1}{x}$$
$$\frac{(x+2)x+3}{x(x+3)} = \frac{1(x+3)}{x(x+3)}$$
$$x^2 + 2x + 3 = x + 3$$
$$x^2 + x = 0$$
$$x(x+1) = 0$$
$$x = 0 \text{ et } x = -1$$

Vérification

$$x = 0$$
$$\frac{0+2}{0+3} + \frac{3}{0+0} = \frac{1}{0}$$
pas défini

Vérification

$$x = -1$$
$$\frac{-1+2}{-1+3} + \frac{3}{(-1)^2 + 3(-1)} = \frac{1}{-1}$$
$$\frac{1}{2} + \frac{3}{-2} = -1$$
$$-1 = -1$$
$$\{-1\}$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

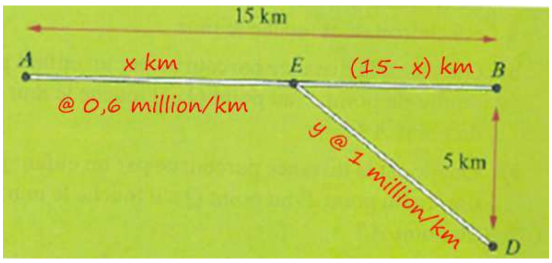
c) $\sqrt{x}+\sqrt{x-7}=\dfrac{21}{\sqrt{x-7}}$

$$\frac{\sqrt{x}\times\sqrt{x-7}+\sqrt{x-7}\times\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-7}}=\frac{21}{\sqrt{x-7}}$$
$$\sqrt{x^2-7x}+x-7=21$$
$$\left(\sqrt{x^2-7x}\right)^2=\left(-x+28\right)^2$$
$$x^2-7x=x^2-28x-28x+784$$
$$49x=784$$
$$x=16$$

Vérification

$$x=16$$
$$\sqrt{16}+\sqrt{16-7}=\frac{21}{\sqrt{16-7}}$$
$$4+3=\frac{21}{3}$$
$$7=7$$
$$\{16\}$$

11. Une route relie une ville A à une ville B située à 15 km à l'est de la première. Une ville D est située à 5 km au sud de la ville B. On veut construire une route joignant la ville A à la ville D en refaisant une partie de celle qui relie A et B, puis en créant une nouvelle route à partir d'un point E jusqu'à la ville D, comme l'indique le schéma qui suit.
La réfection du tronçon reliant A et E coûte 0,6 millions de \$ par km, tandis que la construction de la nouvelle route en D et E coûte 1 million de \$ par km. Une étude a démontré que le coût minimal de la route sera de 13 millions de \$. **Quelle distance devra-t-on parcourir pour aller de la ville B à la ville D?**



$$0,6x+1y=13$$
$$0,6x+\sqrt{(15-x)^2+5^2}=13$$
$$\left(\sqrt{(15-x)^2+5^2}\right)^2=(13-0,6x)^2$$
$$225-30x+x^2+25=169-15,6x+0,36x^2$$
$$0,64x^2-14,4x+81=0$$
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x=\frac{14,4\pm\sqrt{(-14,4)^2-4(0,64)(81)}}{2(0,64)}$$
$$x=\frac{14,4\pm 0}{1,28}=11,25$$

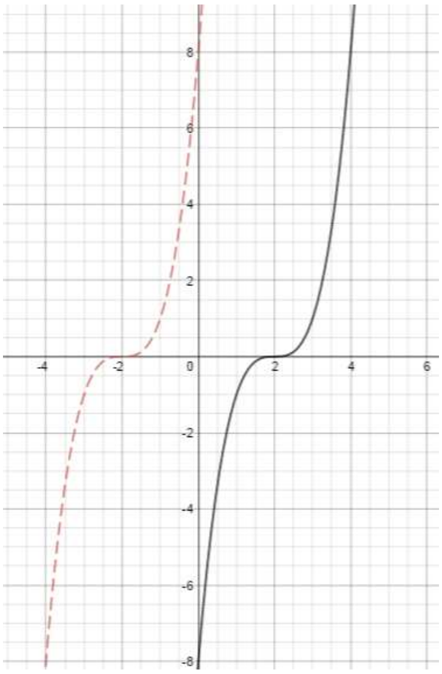
$$y^2=(15-x)^2+5^2$$
$$y=\sqrt{(15-x)^2+5^2}$$

$$y^2=(15-11,25)^2+5^2$$
$$y=6,25$$

$$\text{B à D}=15-11,25+6,25=10\text{km}$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

12. Soit une fonction f dont le domaine est R. Ci-dessous, on retrouve la représentation graphique de f pour les valeurs de x ≥ 0.



a) Complète le graphique de f en sachant qu'elle est impaire.

Coordonnées

$(0,-8) \to (0,8)$

$(1,-1) \to (-1,1)$

$(2,0) \to (-2,0)$

$(3,1) \to (-3,-1)$

$(4,8) \to (-4,-8)$

b) La fonction f est-elle biunivoque ? Explique ta réponse.

Non, on ne peut pas faire des lignes horizontales sans toucher deux fois le graphique.

13. Jean loue un véhicule dont la consommation de carburant est de 5,9 L par 100 km parcourus sur la route et 7,9 L par 100 km parcourus en ville. Il a parcouru 125 km sur la route et une distance inconnue en ville. À la fin du trajet, le véhicule indique que la consommation moyenne d'essence pour le trajet était de 6,5 L par 100 km. Le coût de l'essence est de 131,9¢/L. Quelle est la valeur de l'essence consommée pendant le trajet?

x : distance parcourue en ville, en km

$$\text{Moyenne} = \frac{\frac{5,9L}{100km}(125km) + \frac{7,9L}{100km}x}{(125+x)km} = \frac{6,5L}{100km}$$

$$5,9 \times 125 + 7,9x = 6,5(125+x)$$

$$737,5 + 7,9x = 812,5 + 6,5x$$

$$1,4x = 75$$

$$x = 53,57km$$

$$\frac{5,9L}{100km}(125km) + \frac{7,9L}{100km}(53,57km) = 11,64L$$

$$1L = 1,319\$$$

$$11,64L = x$$

$$x = 15,35\$$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

14. Détermine la réciproque de $y=\dfrac{2}{1-x^2}$

$$x=\frac{2}{1-y^2}$$
$$x\left(1-y^2\right)=2$$
$$1-y^2=\frac{2}{x}$$
$$-y^2=\frac{2}{x}-1$$
$$y^2=-\frac{2}{x}+1$$
$$f^{-1}=y=\sqrt{-\frac{2}{x}+1}$$

15. Détermine si la fonction f définie par $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{x^4-x^2}$ est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

$$f\left(-x\right)=\frac{\left(-x\right)^3}{\left(-x\right)^4-\left(-x\right)^2}=\frac{-x^3}{x^4-x^2}$$
$$-f\left(x\right)=\frac{-x^3}{x^4-x^2}$$

impaire

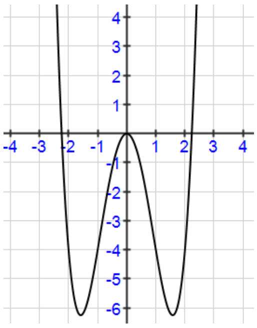
16. VRAI OU FAUX : Il est impossible qu'une fonction soit à la fois paire et biunivoque.

Vrai car on ne pourrait pas faire des lignes horizontales sans toucher le graphique à plus d'un endroit.

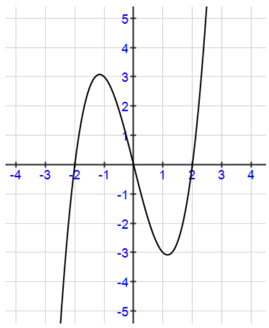
Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

17. Associe les termes ci-dessous aux représentations graphiques ci-dessous.

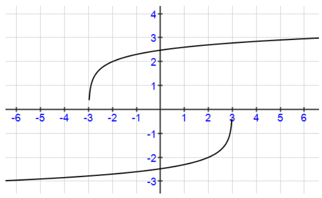
- Ne représente pas une fonction
- Graphique d'une fonction paire
- Graphique d'une fonction impaire
- Graphique d'une fonction biunivoque



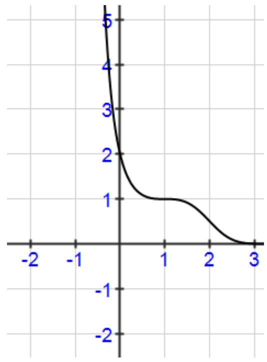
Paire



impaire



impaire



ni l'une ni l'autre

18. Résous pour x.

a) $\log_4 \sqrt[3]{2} = x$

$$\log_4 2^{\frac{1}{3}} = x$$
$$\frac{1}{3}\frac{\log 2}{\log 4} = x$$
$$x = 0,167$$

b) $2^{x+2} = 5^x$

$$\log 2^{x+2} = \log 5^x$$
$$(x+2)\log 2 = x\log 5$$
$$0,3010x + 0,6020 = 0,699x$$
$$0,3980x = 0,6020$$
$$x = 1,51$$

c) $\frac{3^{x+1}}{9^{3x-4}} = 27^{x-5}$

$$\frac{3^{x+1}}{(3^2)^{3x-4}} = (3^3)^{x-5}$$
$$3^{x+1-6x+8} = 3^{3x-15}$$
$$-5x + 9 = 3x - 15$$
$$-8x = -24$$
$$x = 3$$

19. Le césium 144 est l'un des produits d'une explosion nucléaire. S'il ne reste que $\frac{1}{64}$ de la quantité initiale au bout de 846 jours, quelle est la demi-vie du césium 144 ?

$t = 846j$

$M = \frac{1}{64}C$

$C = C$

$x = \frac{1}{2}$

$$M = C(x)^{\frac{t}{d}}$$
$$\frac{1}{64}C = C\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{846}{d}}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{846}{d}}$$
$$6 = \frac{846}{d}$$
$$d = 141\,jours$$

La demi-vie du césium est de 141 jours.

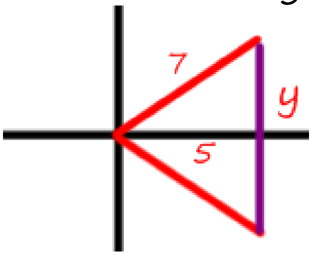
Mathématiques 30411B/C

Formatif Bloc 1

20. Soit un angle A tel que $sec\,A = \frac{7}{5}$ Détermine toutes les valeurs possibles de tanA.

$\frac{1}{\cos A} = \frac{7}{5}$

$\cos A = \frac{5}{7}$



$7^2 = 5^2 + y^2$

$49 - 25 = y^2$

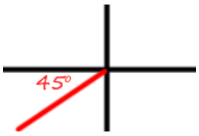
$y^2 = 24$

$y = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$

$\tan A = \frac{\pm 2\sqrt{6}}{5}$

21. Évalue les expressions suivantes.

a) $\cos\frac{5\pi}{4} + \tan 420°$

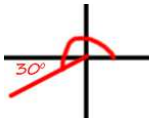


$\cos\frac{5(180)^{\circ}}{4} + \tan 420°$

$\cos 225° + \tan 420°$

$\frac{-\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$

b) $\cos 7\pi \div sec^2\frac{7\pi}{6}$



$\cos 7\pi \times \cos^2 210°$

$-1 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\frac{-4}{3}$

22. Soit l'angle $\theta = \frac{32\pi}{7}$ mesuré en position standard.

a) Détermine l'angle co-terminal principal de θ.

$\frac{32\pi}{7} - 2\pi = \frac{18\pi}{7}$

$\frac{18\pi}{7} - 2\pi = \frac{4\pi}{7}$

b) Dans quel quadrant se situe le côté terminal de l'angle θ?

2^e quadrant

c) Détermine l'angle l'expression de tous les angles co-terminaux de θ.

$\frac{4\pi}{7} \pm 2\pi k; k \in N$

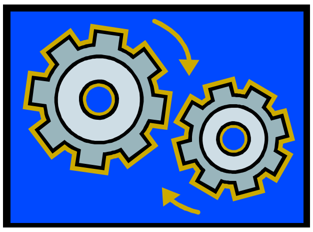
d) Convertis θ en degrés.

$\frac{32\pi}{7} = x$

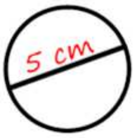
$\pi = 180°$

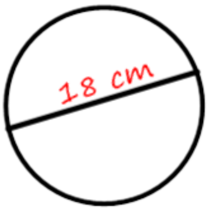
$x = 822{,}86°$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1



23. Un système d'engrenage consiste de deux roues dentées de tailles différentes imbriquées l'une dans l'autre. La plus grosse roue a un diamètre de 18 cm et effectue 25 révolutions en une minute. La plus petite roue a un diamètre de 5 cm. Quelle est la vitesse angulaire de la petite roue en radians par seconde?





$$\theta = 25rev \times 2\pi = 50\pi$$
$$\theta = \frac{A}{r}$$
$$50\pi = \frac{A}{9}$$
$$A = 450\pi$$

$$\theta = \frac{A}{r} = \frac{450\pi}{2,5}$$
$$\theta = 180\pi$$
$$180\pi = 1\,min = 60\,sec$$
$$x = 1\,sec$$
$$x = 3\pi rad\,/\,sec$$

24. Si $\log_7 5 = x$, évalue $\log_7 250 - \log_7 10 + \log_7 49$ en fonction de x.

$$\log_7 \frac{5^2 \times 10 \times 7^2}{10}$$
$$2\log_7 5 + 2\log_7 7$$
$$2x + 2$$

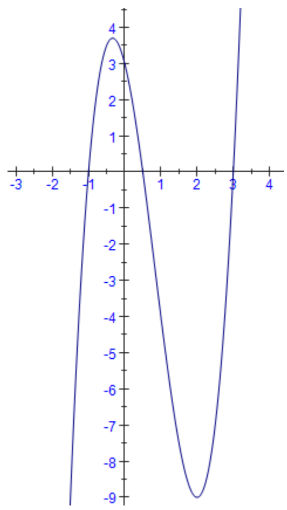
25. Évalue.

a) $\log_5 200 + \log_5\left(\frac{1}{8}\right)$

$$\log_5 25 = 2$$

b) $\log_8 \sqrt{36} - \log_8 3 + 5\log_8 2$

$$\log_8 \frac{6 \times 32}{3} = \log_8 64 = 2$$



26. Le graphique de $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ est représenté ci-contre. Selon son graphique donne les facteurs de P(x).

$$(x+1)(2x-1)(x-3)$$

Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

27. Le produit de quatre nombres entiers est $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$, où x est un des nombres entiers. Quelles sont des expressions possibles des trois autres nombres entiers?

$$x\left(x^3+6x^2+11x+6\right)$$
$$=x\left(x+1\right)\left(x^2+5x+6\right)$$
$$=x\left(x+1\right)\left(x+3\right)\left(x+2\right)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 6 & 11 & 6 \\ & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & \end{array}$$

28. On divise le polynôme $P(x) = 5x^3 + mx^2 - nx - 13$ par $x + 2$, le reste est 7. Si on divise ce même polynôme par $3x - 5$, le reste est $\frac{739}{27}$. Quelles sont les valeurs de m et n?

$$P\left(-2\right)=5\left(-2\right)^3+m\left(-2\right)^2+2n-13=7$$
$$-40+4m+2n-13=7$$
$$4m+2n=60$$
$$2m+n=30$$
$$n=30-2m$$

$$P\left(\frac{5}{3}\right)=5\left(\frac{5}{3}\right)^3+m\left(\frac{5}{3}\right)^2-\frac{5}{3}n-13=\frac{739}{27}$$
$$5\left(\frac{125}{27}\right)+\frac{25}{9}m-\frac{5}{3}n-13=\frac{739}{27}$$
$$625+75m-45n-351=739$$
$$75m-45n=465$$

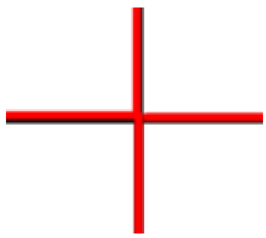
$$75m-45\left(30-2m\right)=465$$
$$75m-1350+90m=465$$
$$165m=1815$$
$$m=11$$

$$n=30-2\left(11\right)$$
$$n=8$$

29. Résous pour $\theta \in \mathbb{R}$.

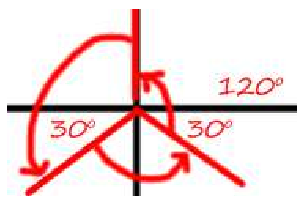
a) $\cos^3\theta=\cos\theta$

$$\cos^3\theta-\cos\theta=0$$
$$\cos\theta\left(\cos^2\theta-1\right)=0$$
$$\cos\theta\left(\cos\theta-1\right)\left(\cos\theta+1\right)=0$$
$$\cos\theta=0 \quad ou \quad \cos\theta=1 \quad \cos\theta=-1$$
$$\theta=0^\circ+90k;k\in\mathbb{Z}$$



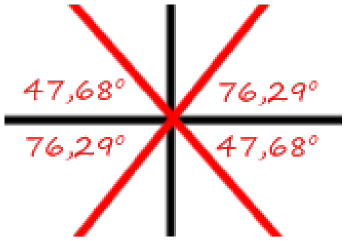
b) $2\sin^2\theta=\sin\theta+1$

$$2\sin^2\theta-\sin\theta-1=0$$
$$\left(2\sin\theta-2\right)\left(2\sin\theta+1\right)/2=0$$
$$2\left(\sin\theta-1\right)\left(2\sin\theta+1\right)/2=0$$
$$\sin\theta=1 \quad ou \quad \sin\theta=\frac{-1}{2}$$
$$\theta=90^o \qquad \theta=210^o,330^o$$
$$\theta=90^o+120k;k\in\mathbb{Z}$$



Mathématiques 30411B/C
Formatif Bloc 1

30. Résous au centième près, $\theta \in [0, 2\pi[$, $2\tan^2\theta - 6\tan\theta - 9 = 0$



$$\tan\theta = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(2)(-9)}}{2(2)}$$

$$\tan\theta = \frac{6 \pm \sqrt{108}}{4}$$

$$\tan\theta = 4{,}09808 \quad \text{ou} \quad \tan\theta = -1{,}09808$$

$$\theta = 76{,}29°; 256{,}29° \qquad \theta = 132{,}32°; 312{,}32°$$

$$\theta = 1{,}33\text{rd}; 4{,}47\text{rd} \qquad \theta = 2{,}31\text{rd}; 5{,}45\text{rd}$$