Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

2.1 Les propriétés des logarithmes

1. Combien Renée devra-t-elle placer à un taux d'intérêts 4% composé semestriellement afin d'obtenir 200$ d'intérêts en 260 jours ?

$i = 4\% \div 2$

$M = C + 200$

$C = C$

$n = \dfrac{260j}{365j/a} \times 2$

$M = C(1+i)^n$

$C + 200 = C(1,02)^{1,424657534}$

$C + 200 = 1,028613689C$

$200 = 0,028613689C$

$C = 6989,66\$$

Elle devra placer 6989,66$.

2. Au bout de combien d'années un capital placé à taux annuel de 5%, capitalisé trimestriellement, double-t-il ?

$i = 5\% \div 4$

$M = 2C$

$C = C$

$n = 4x$

$M = C(1+i)^n$

$2C = C(1,0125)^{4x}$

$2 = (1,0125)^{4x}$

$\log_{1,0125} 2 = 4x$

$x = 13,949a$

Il faudrait 14 ans.

3. La valeur acquise d'un capital initial de 10'000 $ placé durant 7 ans à un taux inconnu s'élève à 12 510 $. Quel est le taux ?

$i = x$

$M = 12510\$$

$C = 10000\$$

$n = 7a$

$M = C(1+i)^n$

$12510 = 10000(1+i)^7$

$\left((1+i)^7\right)^{\frac{1}{7}} = (1,251)^{\frac{1}{7}}$

$1 + i = 1,032509$

$i = 3,25\%$

4. Un capital de 41 000 $ placé à intérêts composés à capitalisation mensuelle au taux de 0,5 % le mois. Au terme du placement sa valeur acquise est 44 185 $. Calculer la durée du placement.

$i = 0,5\%$

$M = 44185\$$

$C = 41000\$$

$n = 12x$

$M = C(1+i)^n$

$44185 = 41000(1+0,005)^{12x}$

$1,077682927 = (1,005)^{12x}$

$\log_{1,005} 1,077682927 = 12x$

$12x = 15$

$x = 1,25a$

Il faudrait 1,25 ans.

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

5. L'efficacité d'un télescope dépend principalement du diamètre de ses lentilles. Plus le diamètre est grand, plus il est possible d'observer des astres dont l'éclat est faible. L'éclat minimal (L) que peut discerner un télescope d'un certain diamètre (d) est calculé à l'aide de la règle : $L = 7 + 5\log d$ où L est exprimé en magnitude et d, en centimètres.
   a) Quel est l'éclat minimal que peut discerner un télescope de 75 cm de diamètre ?

   $L = 7 + 5\log 75 = 16{,}375$ de magnitude

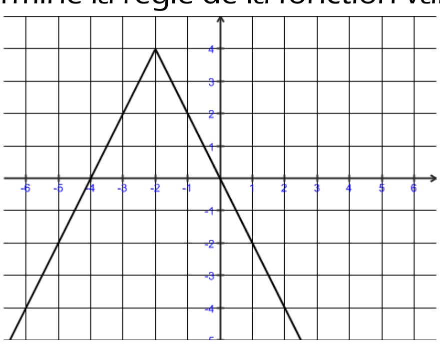
   b) Un télescope permet d'observer des astres dont l'éclat minimal est de magnitude 15. Quelle est le diamètre minimal de ce télescope ?

$$15 = 7 + 5\log d$$
$$8 = 5\log d$$
$$1{,}6 = \log d$$
$$10^{1{,}6} = d$$
$$d = 39{,}81\text{cm}$$

Fonction valeur absolue

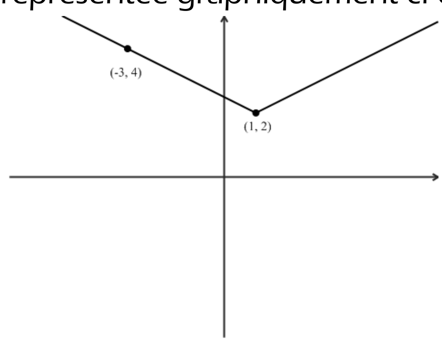
1. Détermine la règle de la fonction valeur absolue représentée graphiquement ci-dessous.

a)



$$S(-2,4),(0,0)$$
$$y = a|x-h|+k$$
$$0 = a|0+2|+4$$
$$-4 = 2a$$
$$a = -2$$
$$y = -2|x+2|+4$$

b)



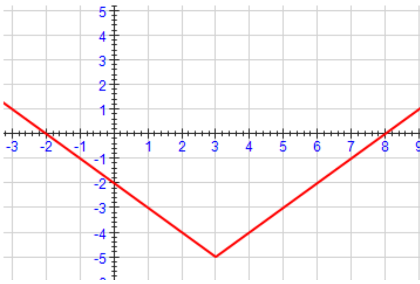
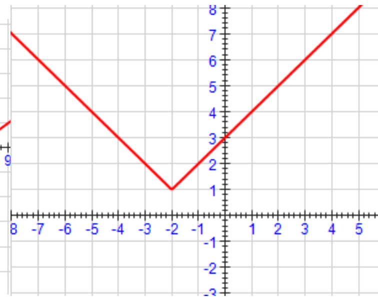
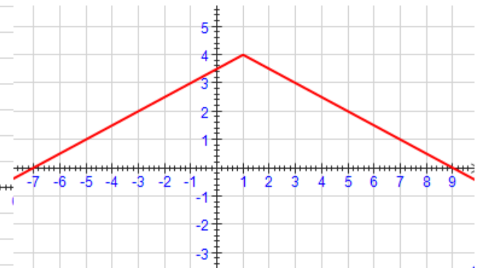
$$S(1,2),(-3,4)$$
$$y = a|x-h|+k$$
$$4 = a|-3-1|+2$$
$$2 = 4a$$
$$a = \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}|x-1|+2$$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

2. Pour chaque fonction, trace son graphique et indique chacune de ses propriétés : domaine, image, sens de l'ouverture, sommet, racines, intervalle où f est strictement positive, intervalle où f est strictement négative, intervalle de croissance, intervalle de décroissance.

a) $f(x) = |x-3| - 5$ b) $f(x) = 1 + |x+2|$ c) $f(x) = \frac{-1}{2}|x-1| + 4$

3. Une balle, frappée au point A(120,10), rebondit sur le rebord de la table de billard au point B (100,0) et atteint le rebord perpendiculaire de la table en un point C. Sachant que $\angle ABh = \angle hBC$, quelle équation exprime la trajectoire de la balle sur le trajet ABC?

$S(100,0),(120,10)$

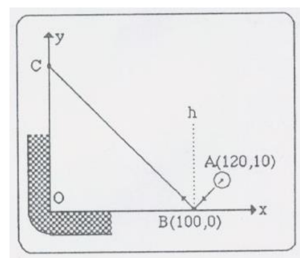
$y = a|x-h| + k$

$10 = a|120-100| + 0$

$10 = 20a$

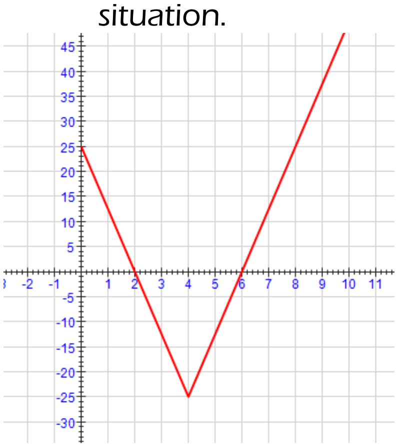
$a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}|x-100|$



4. Une petite entreprise de construction a modélisé l'évolution de ses profits p (en k$) par la fonction $p = 12,5|t-4| - 25$, où t représente le temps écoulé (en mois) depuis le début de l'année.

a) Représentez graphiquement cette situation.



b) Quels étaient les profits de l'entreprise au début de l'année? 25000$

c) Quelles sont les coordonnées du sommet de la courbe associée à cette fonction, à quoi correspondent-elles dans ce contexte?

$(4,-25)$, après 4 mois, ils ont un déficit de 25000$, le plus bas montant.

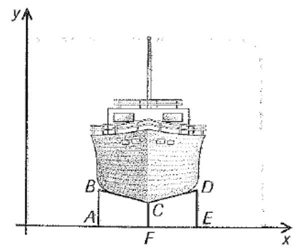
d) Pendant combien de temps cette entreprise a-t-elle été déficitaire?

Pendant 4 mois.

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

5. Pour réparer la coque d'un bateau, on a placé celui-ci sur un support métallique. Le graphique ci-contre, dont les axes sont gradués en mètres, illustre cette situation. La longueur de la poutre AB est 3 m tandis que la poutre CF mesure 1,5 m. Les coordonnées du point F sont (8, 0) tandis que AE =4 m. Détermine la règle de la partie BCD du support métallique.



$C(8;1,5),(6,3)$

$y = a|x-h|+k$

$3 = a|6-8|+1,5$

$1,5 = 2a$

$a = 0,75$

$y = 0,75|x-8|+1,5$

6. Il y a 10 jours, des agents de la protection de la faune ont confié un raton laveur blessé à une clinique vétérinaire. Depuis ce temps, la masse du mammifère a évolué selon la règle $M(d)=\frac{1}{3}|d-4|+6$ où M est la masse en kilogrammes et d, le nombre de jours écoulés depuis l'hospitalisation.

   a) Quelle était la masse du raton laveur à son arrivée à la clinique vétérinaire?

   $M(0)=\frac{1}{3}|0-4|+6=7,33kg$

   b) Quelle est sa masse actuelle?

   $M(10)=\frac{1}{3}|10-4|+6=8kg$

   c) À compter de son arrivée à la clinique, pendant combien de temps le raton laveur a-t-il maigri?

   Pendant 4 jours.

7. À la mi-mars, sur une plate-forme horizontale aménagée pour l'observation, des météorologues ont mesuré, sur une période de 36 h, l'épaisseur de la couche de neige. L'analyse des données leur a permis d'établir que l'épaisseur, en centimètres, a varié selon la règle $E(t)=\frac{2}{3}|t-15|+6$

   a) Au cours de l'observation, quelle a été, sur la plate=forme :

   1) L'épaisseur minimale de la couche de neige?

   L'épaisseur minimale est de 6 cm.

   2) L'épaisseur maximale de la couche de neige?

   $E(36)=\frac{2}{3}|36-15|+6=20c$

   b) Pendant combien d'heures l'épaisseur de la couche de neige s'est-elle accrue?

   36 – 15 = 21 heures

Bloc 2

8. Ashley est la personne responsable de l'entretien du réservoir d'eau potable pour sa municipalité. La semaine prochaine, elle devra coordonner une opération qui vise à vider une partie du réservoir pour ensuite le remplir à nouveau. Elle doit trouver la fonction valeur absolue qui modélise la quantité d'eau dans le réservoir en fonction du temps ($Q(t) = a|t - c| + d$) .

   Ashley a contacté Justin, l'employé de la ville voisine qui occupe le même poste, afin d'avoir le rapport sur le même genre d'opération sur le réservoir d'eau. Dans le rapport de Justin, la fonction qui représente la quantité d'eau restante dans le réservoir, Q(t), (en m^3) en fonction du temps depuis le début de l'opération, t (en heures) est $Q(t) = 750|t - 8| + 4000$

   a. Quelle était la quantité d'eau initiale dans ce réservoir ?

   $Q(t) = 750|t-8| + 4000$

   $Q(0) = 750|0-8| + 4000$

   $Q(0) = 10000m^3$

   b. Quel pourcentage d'eau a été enlevé du réservoir ?

   $\frac{6000}{10000} = 60\%$

   c. Combien de temps a duré l'opération ?

   16 heures

   d. (Parcours C) Le réservoir contient présentement 5 000 m^3 d'eau et on veut enlever 80 % de cette quantité. Selon les experts consultés par Ashley, l'opération complète (c'est-à-dire d'enlever 80 % de l'eau pour ensuite remplir le réservoir à 5 000 m^3 à nouveau) prendra un total de 20 heures. Ashley doit donc définir la fonction qui liera la quantité d'eau restante dans le réservoir, y, (en m^3) et le temps depuis le début de l'opération, x (en heures). Le débit de l'eau sera le même lorsque le réservoir se videra et lorsqu'il se remplira. Quelle est la fonction qui représente cette situation ?

   $5000 \times 80\% = 4000$

   $S(10,1000);(0,5000)$

   $5000 = a|0-10| + 1000$

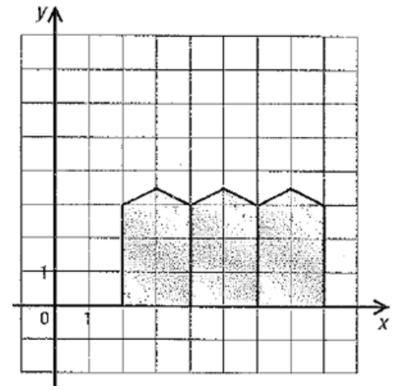
   $4000 = 10a$

   $a = 400$

   $y = 400|x-10| + 1000$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2



9. Sur le mur d'un salon de coiffure, on a disposé trois miroirs identiques qu'on a représentés dans le graphique ci-contre. Les axes sont gradués en mètres. Chaque miroir mesure 2 m de largeur et est symétrique par rapport à l'axe qui passe par son sommet. Les côtés de l'angle au sommet du miroir du centre sont associés à la courbe de la fonction dont la règle est $y = \frac{-1}{2}|x-5| + 3,5$

   a) Détermine la règle de la fonction dont la courbe est associée aux côtés de l'angle au sommet : 1) Du premier miroir; 2) Du troisième miroir.

   $\boxed{1}$ $y = \frac{-1}{2}|x-3| + 3,5$

   $\boxed{3}$ $y = \frac{-1}{2}|x-7| + 3,5$

   b) Quelle est l'aire totale des trois miroirs?

   $A = 6 \times 3 + 3\left(\frac{2 \times 0,5}{2}\right) = 19,5m^2$

10. Pour effectuer des réparations à son réservoir d'eau potable, une municipalité a dû en réduire le contenu de 40 000 m³ à 16 000 m³. Pour cette opération, qui a duré 8 h, on a utilisé une pompe pouvant assurer un débit constant. On a par la suite utilisé la même pompe pour remplir le réservoir à sa capacité maximale de 40 000 m³.

Quelle est la règle de la fonction valeur absolue modélisant la quantité d'eau restante dans le réservoir ?

$S(4,16000);(0,40000)$

$40000 = a|0-4| + 16000$

$24000 = 4a$

$a = 6000$

$y = 6000|x-4| + 16000$

11. Le nombre de logements résidentiels vacants depuis 2000 se modélise par une fonction valeur absolue. Le maximum a été atteint en 2006 où 310 logements étaient vacants. En 2013, il y avait 219 logements vacants. Combien de logements étaient vacants en 2002?

$C(6,310),(13,219)$

$y = a|x-h| + k$

$219 = a|13-6| + 310$

$-91 = 7a$

$a = -13$

$y = -13|x-6| + 310$

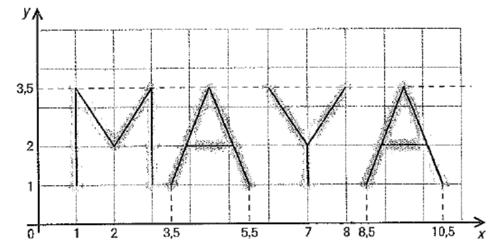
$y = -13|2-6| + 310$

$y = 258$ logements

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

12. La compagnie MAYA fait produire une affiche publicitaire représentée dans le plan cartésien ci-contre gradué en mètres.



a) Quelle est la règle de la fonction modélisant les segments obliques de la lettre « M »?

$C(2,2),(1;3,5)$

$y = a|x-h|+k$

$3,5 = a|1-2|+2$

$1,5 = a$

$y = 1,5|x-2|+2$

b) Quelle est la règle de la fonction modélisant les segments obliques de la première lettre « A »?

$C(4,5;3,5),(3,5,1)$

$y = a|x-h|+k$

$1 = a|3,5-4,5|+3,5$

$-2,5 = a$

$y = -2,5|x-4,5|+3,5$

13. Résous.

a) $|2f-1| \geq 5$

$2f-1=5$ $2f-1=-5$

$2f=6$ $2f=-4$

$f=3$ $f=-2$

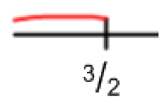
$]-\infty,-2] \cup [3,\infty[$

b) $|x| + x < 3$

$x = -x+3$ $x = x-3$

$2x = 3$ $0x = -3$

$x = \frac{3}{2}$ aucune solution



$\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]$

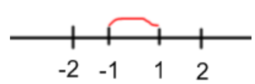
c) (Parcours C) $x^2 + |x| < 2$

$x = -x^2+2$ $x = x^2-2$

$x^2+x-2=0$ $x^2-x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$ $(x-2)(x+1)=0$

$x=-2 \quad x=1$ $x=2 \quad x=-1$



$]-1,1[$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

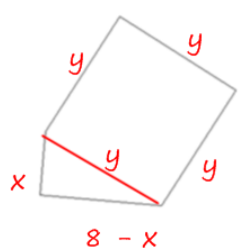
3.2/3.5 La fonction quadratique et les systèmes d'équations

1. La hauteur, $h(t)$, d'un objet projeté vers la haut à une vitesse initiale v_i en fonction du temps écoulé, t, est déterminée par la règle :$h(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_i t + h_0$ où g et h_0 sont respectivement l'accélération gravitationnelle et la hauteur initiale de l'objet.
   On lance un objet à partir d'une distance de 1 m du sol à une vitesse de 12 m/s. L'accélération gravitationnelle est de 9,8 m/s². Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la balle?

$$h(t) = \frac{-gt^2}{2} + v_i t + h_o$$
$$h(t) = \frac{-(9,8)t^2}{2} + (12)t + 1$$
$$h(t) = -4,9t^2 + 12t + 1$$
$$h(t) = -4,9\left[\left(t^2 - 2,4489t + 1,4994\right) - 1,4994 - 0,204082\right]$$
$$h(t) = -4,9\left[\left(t - 1,22445\right)^2 - 1,703482\right]$$
$$h(t) = -4,9\left(t - 1,22445\right)^2 + 8,347$$

La hauteur maximale est de 8,347 mètres.

2. On construit une figure de la façon suivante : À partir d'un triangle rectangle, on ajoute un carré dont le côté se superpose parfaitement sur l'hypoténuse. Le résultat final est présenté dans la figure ci-contre. La somme des cathètes du triangle rectangle est de 8 cm. Quelle est la valeur minimale de l'aire totale de la figure ?
   Dans un triangle rectangle, une cathète est un côté adjacent à l'angle droit.



$$y^2 = x^2 + (8 - x)^2$$

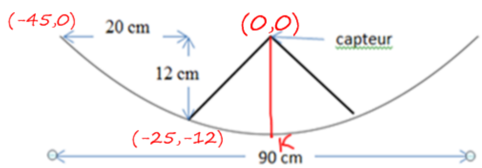
$$Aire = \frac{x(8 - x)}{2} + \left(x^2 + (8 - x)^2\right)$$
$$Aire = 4x - \frac{1}{2}x^2 + x^2 + 64 - 16x + x^2$$
$$Aire = \frac{3}{2}x^2 - 12x + 64$$
$$Aire = \frac{3}{2}\left[\left(x^2 - 8x + 16\right) - 16 + \frac{128}{3}\right]$$
$$Aire = \frac{3}{2}\left[(x - 4)^2 + \frac{80}{3}\right] = \frac{3}{2}(x - 4)^2 + 40$$

L'aire minimale serait de 40cm².

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

3. On doit construire un récepteur de signal satellite de forme parabolique. Les dimensions connues du récepteur sont présentées dans la figure ci-dessous. On doit placer un capteur au sommet de l'armature surmontée sur la base parabolique. Quelle sera la distance entre le capteur et le centre du récepteur ?



$$S(0,k),(-45,0),(-25,-12)$$
$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-12 = a(-25-0)^2 - 2025a$$
$$-12 = 625a - 2025a$$
$$-12 = -1400a$$
$$a = \frac{12}{1400} = \frac{3}{350}$$

$$S(0,k),(-45,0),(-25,-12)$$
$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$0 = a(-45-0)^2 + k$$
$$k = -2025a$$

$$k = -2025\left(\frac{3}{350}\right) = -17,35$$

La distance entre le capteur et le centre du récepteur est de 17,35 cm.

4. Détermine les points d'intersection des systèmes d'équations semi-linéaires.

a) $y = 5x^2 + 49$
$y = x^2 - 28x$

$$5x^2 + 49 = x^2 - 25x$$
$$4x^2 + 25x + 49 = 0$$
$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 - 4(4)(49)}}{8}$$
$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{-159}}{8}$$

Aucun points d'intersection.

b) $y - 2x = 0$
$y = x^2 - 35$

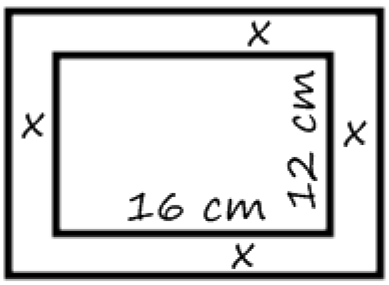
$$2x = x^2 - 35$$
$$x^2 - 2x - 35 = 0$$
$$(x-7)(x+2) = 0$$
$$x = 7 \quad x = -2$$
$$y = 14 \quad y = -4$$
$$(7,14),(-2,-4)$$

Bloc 2

c) $\begin{cases} y = 4x \\ y = 3x^2 \end{cases}$

$$4x = 3x^2$$
$$0 = 3x^2 - 4x$$
$$x(3x-4) = 0$$
$$x = 0 \quad x = \frac{4}{3}$$
$$y = 0 \quad y = \frac{16}{3}$$
$$(0,0), \left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$$

5. Avant d'encadrer une photographie de 16 cm sur 12 cm, on doit l'entourer d'une cache. La largeur de la cache doit être la même de chaque côté de la photographie. L'aire du cache doit être égale à l'aire de la photographie. Détermine la largeur du cache.



$$2 \times 16 \times 12 = (16+2x)(12+2x)$$
$$304 = 192 + 32x + 24x + 4x^2$$
$$0 = 4x^2 + 56x - 112$$
$$x = \frac{-56 \pm \sqrt{56^2 - 4(4)(-112)}}{8}$$
$$x = \frac{-56 \pm \sqrt{4928}}{8} = \frac{-56 \pm 70{,}2}{8}$$
$$x = 1{,}8 \quad x = -15{,}8 \text{ à rejeter}$$

La largeur du cache est de 1,8 cm.

6. On additionne deux nombres entiers consécutifs. Le carré de leur somme est 361. Quels sont ces nombres?

X : est le premier nombre

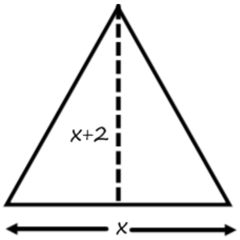
X+1 est le deuxième nombre

$$(x + x + 1)^2 = 361$$
$$(2x+1)^2 = 361$$
$$2x + 1 = \pm 19$$
$$2x + 1 = 19 \qquad 2x + 1 = -19$$
$$2x = 18 \qquad 2x = -20$$
$$x = 9 \qquad x = -10$$

Les nombres sont 9 et 10 ou -10 et -9.

Bloc 2

7. La hauteur d'un triangle mesure 2 unités de plus que la longueur de sa base. L'aire du triangle mesure 10 unités carrées. Trouve la longueur de la base, au centième près.



$$\frac{bh}{2} = A$$

$$\frac{x(x-2)}{2} = 10$$

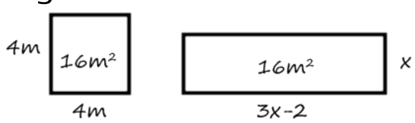
$$x^2 - 2x - 20 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-20)}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{84}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{21}$$

8. Un tapis rectangulaire et un tapis carré ont des aires égales. La longueur de coté du tapis carré mesure 4 m. La longueur du tapis rectangulaire mesure 2 m moins que trois fois sa largeur. Quelles sont les dimensions du tapis rectangulaire?



$$x(3x-2) = 16$$

$$3x^2 - 2x - 16 = 0$$

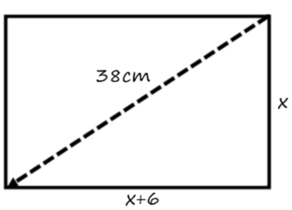
$$(3x-8)(3x+6)/3 = 0$$

$$(3x-8)3(x+2)/3 = 0$$

$$x = \frac{8}{3} \qquad x = -2 \text{ à rejeter}$$

Les dimensions du rectangle sont $\frac{8}{3}\text{m} \times 6\text{m}$

9. On se sert habituellement de la longueur de sa diagonale pour indiquer la taille d'un écran de téléviseur ou d'ordinateur. Un écran a une diagonale de 38 cm. La largeur de l'écran mesure 6 cm de plus que sa hauteur. Trouve les dimensions de l'écran, au dixième de centimètre près.



$$38^2 = x^2 + (x+6)^2$$

$$1444 = x^2 + x^2 + 12x + 36$$

$$0 = 2x^2 + 12x - 1408$$

$$0 = x^2 + 6x - 704$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-704)}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{2852}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm 53{,}4}{2}$$

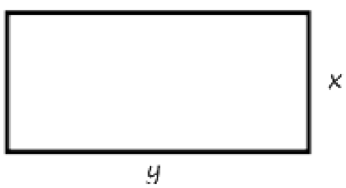
$$x = 23{,}7 \qquad x = -29{,}7 \text{ à rejeter}$$

Les dimensions de l'écran sont de 23,7 cm par 29,7 cm.

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

10. L'aire d'un rectangle est 10 cm^2 et son périmètre est de 44 cm. Trouve les dimensions de la figure.



$$2x + 2y = 44$$
$$x + y = 22$$
$$x = 22 - y$$

$$10 = xy$$
$$10 = (22 - y)y$$
$$0 = -y^2 + 22y - 10$$
$$y = \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4(-1)(-10)}}{-2}$$
$$y = \frac{-22 \pm \sqrt{444}}{-2} = \frac{-22 \pm 21{,}07}{-2}$$
$$y = 21{,}5 \qquad y = 0{,}46$$

Les dimensions sont de 21,5cm par 0,46 cm.

11C – réviser le cercle.

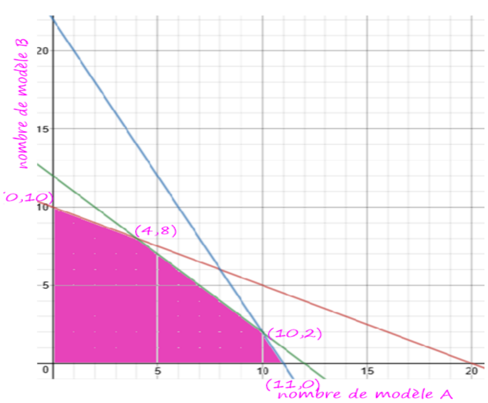
11B – réviser le graphe et les problèmes d'optimisation.

1. Le directeur d'une manufacture de meubles décide de fabriquer deux nouveaux modèles de bibliothèque : le modèle A et le modèle B.
   - Le modèle A nécessité 1 heure de sciage, 2 heures d'assemblage et 1 heure de finition.
   - Le modèle B nécessité 2 heures de sciage, 1 heures d'assemblage et 1 heure de finition.

La manufacture dispose quotidiennement de 20 heures à l'atelier de sciage, de 22 heures à l'atelier d'assemblage et de 12 heures à l'atelier de finition. Les profits que la compagnie peut réaliser pour chacun des modèles sont de 200$ pour le modèle A et de 300$ pour le modèle B. Le directeur désire déterminer le nombre de bibliothèques de chaque modèle qu'il doit fabriquer par jour pour obtenir un profit maximal.

x = nombre de modèles A
y = nombre de modèles B

sciage $1x + 2y \le 20$
assemblage $2x + y \le 22$
finition $x + y \le 12$
$x \ge 0; y \ge 0$
$z = 200x + 300y$



$(0,10)$
$z = 200(0) + 300(10)$
$z = 3000\$$

$(10,2)$
$z = 200(10) + 300(2)$
$z = 2600\$$

$(4,8)$
$z = 200(4) + 300(8)$
$z = 3200\$$

$(11,0)$
$z = 200(11) + 300(0)$
$z = 2200\$$

Il devrait fabriquer 4 bibliothèques du type A et 8 bibliothèques du type B.

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

2. Traduis les énoncés suivants par une inéquation du premier degré à deux variables.

   a) x adultes et y enfants ont assisté à une représentation dans une salle de spectacles ne pouvant contenir que 250 personnes.

   $$x + y \leq 250$$

   b) Les frais de participation à un camp d'hiver sont de 200$ pour un membre de l'organisation et de 300$ pour tout autre participant. On pense recueillir un minimum de 10 000$ grâce à la participation de x membres de l'organisation et de y autres participants.

   $$200x + 300y \geq 10000$$

   c) Laura possède x cartes de hockey et David en possède y. Laura possède au moins quatre fois plus de cartes que David.

   $$x \geq 4y$$

   d) La valeur maximale d'un portefeuille constitué de x actions privilégiées à 8$ et chacun et de y actions ordinaires à 5$ chacune est de 1800$.

   $$8x + 5y \leq 1800$$

   e) Une cassette audio coûte 15$ et un disque compact coûte 25$. On peut acheter x cassettes et y disques compacts avec une somme de 400$.

   $$15x + 25y \leq 400$$

   f) Un camion remorque ne peut transporter plus de 9 tonnes. Il transporte x sacs de 100kg de farine et y sacs de 50kg de sucre.

   $$100x + 50y \leq 18000$$

   g) Nathalie travaille x heures par jour et Patricia travaille y heures par jour. Nathalie travaille au moins deux heures de plus par jour que Patricia.

   $$x \geq y + 2$$

   h) Xaviera possède x robes et Yolanda en possède y. Yolanda possède au plus trois fois plus de robes que Xaviera.

   $$y \leq 3x$$

   i) La production quotidienne de la compagnie Bat-Hock-Ski est de x bâtons de hockey et de y paires de skis par machine. Une machine produit un bâton de hockey en 2 minutes et un ski en 3 minutes. La machine fonctionne 8 heures par jour.

   $$2x + 3y \leq 8$$

   j) X représente le nombre d'ordinateurs vendus et y représente le nombre d'imprimantes vendues dans un magasin. On vend au moins deux fois plus d'imprimantes que d'ordinateurs.

   $$y \geq 2x$$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

3. Pour chacune des situations suivantes :

i) Définis les variables qui interviennent dans la situation.

ii) Traduis la situation à l'aide d'une inéquation du premier degré à deux variables.

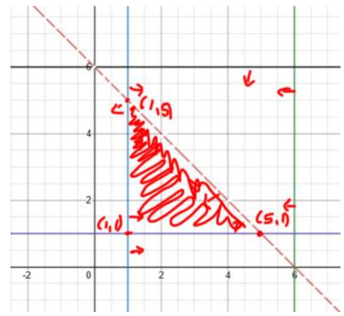
iii) Représente la situation dans un plan cartésien et hachure le demi-plan trouvé.

iv) Donne les coordonnées des sommets.

a) On lance un dé régulier deux fois. La somme des résultats est inférieure à 6.

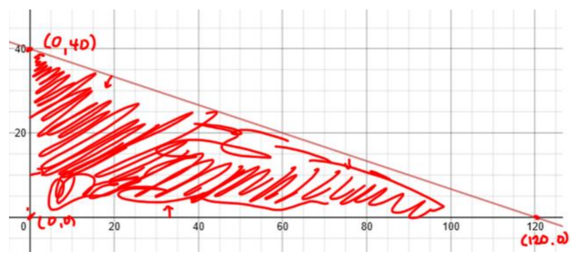
x = résultats du premier dé
y = résultats du deuxième dé

$x + y < 6$
$x \geq 1$
$x \leq 6$
$y \geq 1$
$y \leq 6$



b) Un parc de stationnement a une surface de 720m^2. Chaque voiture occupe une aire de 6m^2 et chaque autobus une aire de 18m^2.

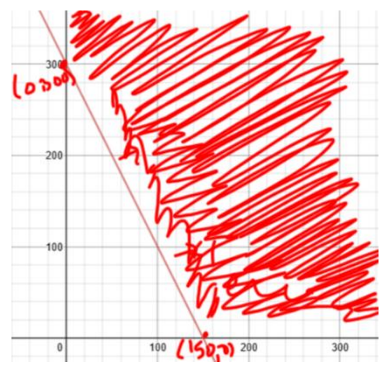
x = nombre de voitures
y = nombre d'autobus
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$6x + 18y \leq 720$



c) Lors d'une représentation théâtrale, le prix d'un billet adulte est de 8$ et celui d'un billet enfant est de 4$. Le montant total des recettes pour la représentation dépasse 1200$.

x = nombre de billets adulte
y = nombre de billets enfant

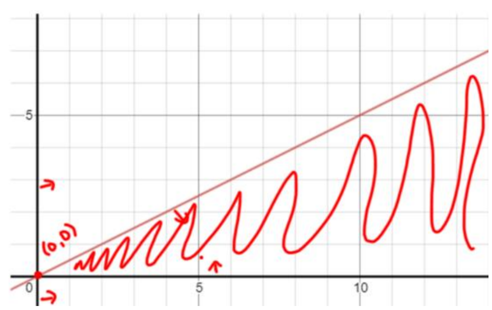
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$8x + 4y > 1200$



d) Lors d'une randonnée organisée par des Scouts, le nombre de garçons est au moins égal au double du nombre de filles.

x = nombre de garçons
y = nombre de filles

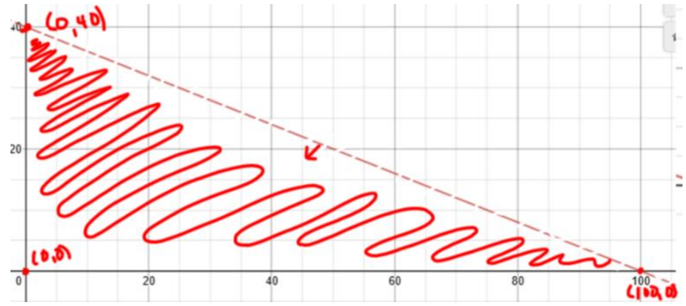
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x \geq 2y$



Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

e) Un employé d'un supermarché évalue que le montant total de ses pièces de 10¢ et de 25¢ n'atteint pas 10$.



x = nombre de pièces de 0,10$

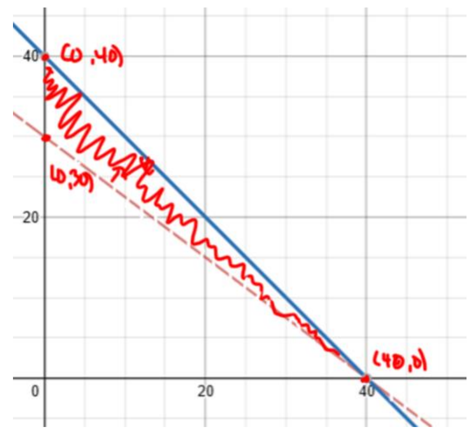
y = nombre de pièces de 0,25$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$0,10x + 0,25y < 10$

f) un étudiant a deux emplois d'été. Il gagne 6$/h dans une boulangerie et 8$/h dans un supermarché. Ses autres activités l'empêchent de travailler plus de 40 heures par semaine. Son salaire a été supérieur à 240$ cette semaine.



x = nombre d'heures à la boulangerie

y = nombre d'heures au supermarché

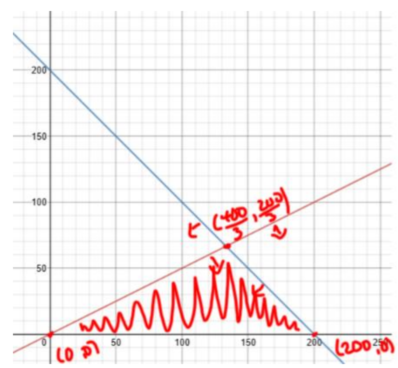
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$6x + 8y > 240$

$x + y \leq 40$

g) Au bal de fin d'années, il y avait au moins deux fois plus d'élèves que d'autres participants dans une salle ne pouvant contenir plus de 200 personnes.



x = nombre d'élèves

y = nombre autre

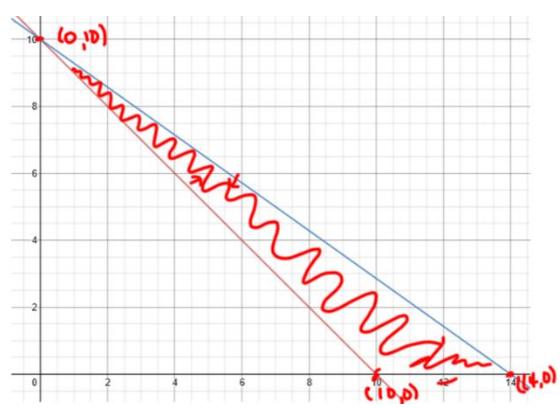
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \geq 2y$

$x + y \leq 200$

h) Le directeur d'une école secondaire veut acheter des billets pour une représentation théâtrale qu'il compte offrir aux meilleurs élèves de son école. Les places au parterre coûtent 10$ et celles au balcon 14$. Il a besoin d'au moins 10 billets, mais son budget ne lui permet pas de dépenser plus de 140$.



x = nombre de billets partaire

y = nombre de billets balcon

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$10x + 14y \leq 140$

$x + y \geq 10$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

i) une usine fabrique des micro-ondes luxueux et des micro-ondes standards. On prévoit produire au plus 2000 unités en tout. Une étude de marché montre que l'on doit produire au moins 200 unités du modèle luxueux, au plus 1600 unités du modèle standard et que le nombre d'unités du modèle standard doit être supérieur ou égal au double du nombre d'unités du modèle luxueux. X représente le nombre d'unités du modèle luxueux produites et y représente le nombre d'unités de modèle standard produites.

x = nombre de micro – ondes luxueux

y = nombre de micro – ondes standards

$x \geq 0$

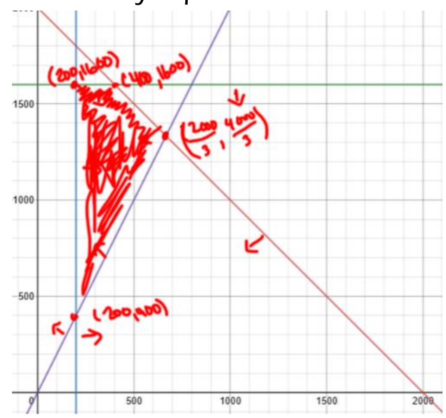
$y \geq 0$

$x + y \leq 2000$

$x \geq 200$

$y \leq 1600$

$y \geq 2x$



j) un magasin à rayons qui se spécialise dans la vente de cadeaux veut embaucher des étudiants pour les ventes de fin d'année. Le gérant veut embaucher au moins 12 étudiants et au plus 20 étudiants. Il veut embaucher au plus deux fois plus de filles que de garçons. Il a besoin d'au moins trois filles pour le rayon des bijoux. X représente le nombre de garçons embauchés et y représente le nombre de filles embauchées.

x = nombre de garçons

y = nombre de filles

$x \geq 0$

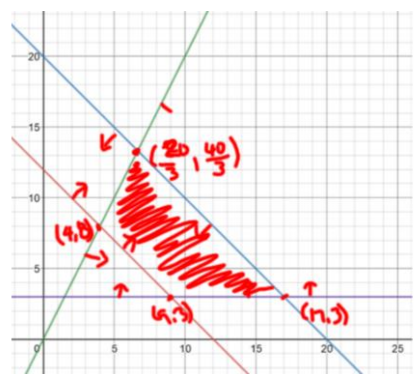
$y \geq 0$

$x + y \geq 12$

$x + y \leq 20$

$y \leq 2x$

$y \geq 3$



k) La gérante d'une boutique de sport doit faire une commande chez un fournisseur de patins à glace pour hommes et pour femmes. Pour satisfaire sa clientèle et pour éviter de subir des pertes, elle doit commander au moins 200 paires et au plus 500 paires de patins au total. Elle doit commander au plus 100 paires de patins pour femmes de plus que de paires de patins pour hommes. Le nombre de paires de patins pour hommes doit être au plus égal au triple du nombre de paires de patins pour femmes. Elle doit commander au plus 250 paires de patins pour femmes. X représente le nombre de paires de patins pour hommes et y le nombre de paires de patin pour femmes que la gérante doit commander.

x = nombre de patins homme

y = nombre de patins femme

$x \geq 0$

$y \geq 0$

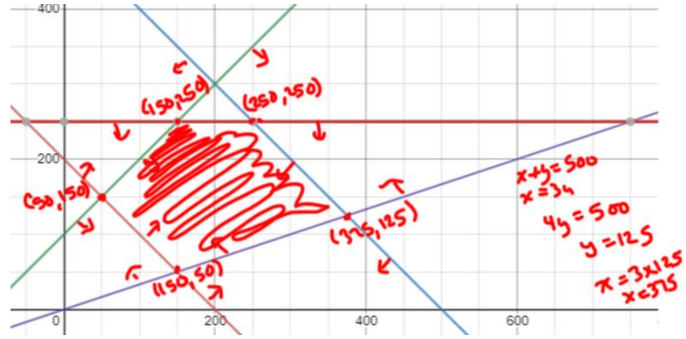
$x + y \geq 200$

$x + y \leq 500$

$y \leq x + 100$

$x \leq 3y$

$y \leq 250$

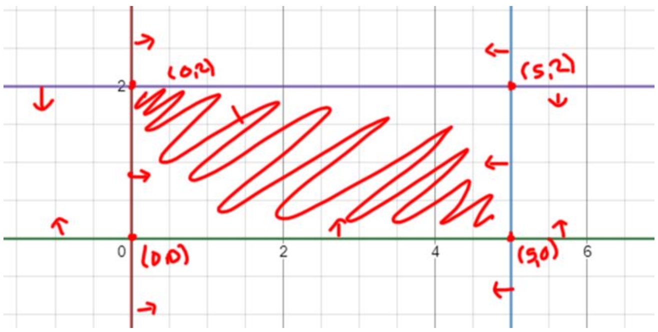


Mathématiques 30311B-30331C

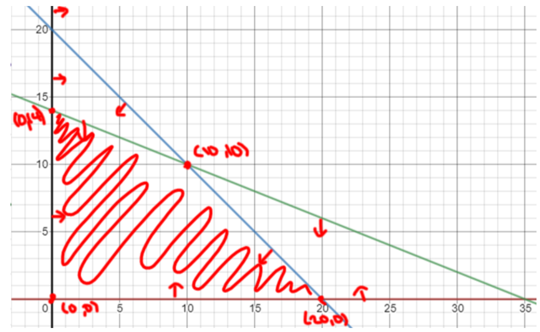
Bloc 2

11. Représente l'ensemble solution de chacun des systèmes d'inéquations suivants, puis décris la région polygonale obtenue en indiquant les coordonnées des sommets.

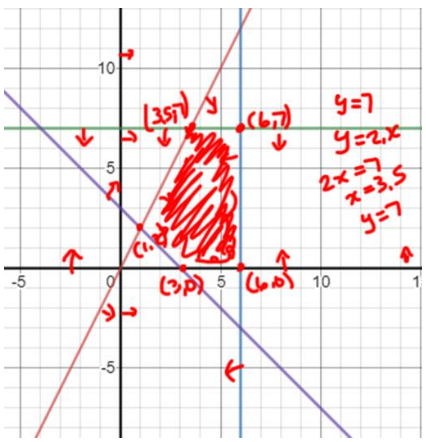
a) $x \geq 0, x \leq 5, y \geq 0, y \leq 2$



b) $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 20, 2x + 5y \leq 70$



c) $x \geq 0, y \geq 0, y \leq 2x, x \leq 6, y \leq 7, x + y \geq 3$



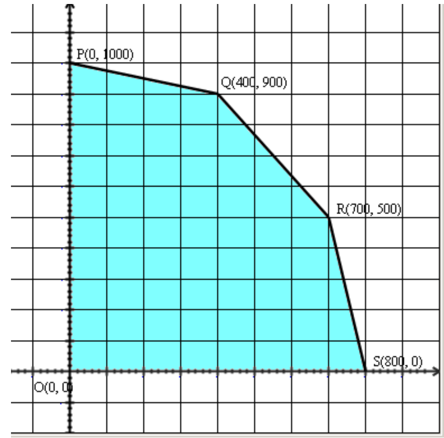
12. Le propriétaire d'un lot non développé veut le transformer en terrain de stationnement dans lequel il prévoit avoir x espaces de stationnement pour voitures compactes et y espaces pour voitures luxueuses. Il veut louer ces espaces au mois. Le loyer d'un espace pour voiture compacte est de 150$ et celui d'un espace pour voiture luxueuse est de 200$. Le propriétaire aura besoin d'un employé qui travaillera 8 heures par jour, 20 jours par mois, et ce à un taux horaire de 6,50$. Le propriétaire est convaincu qu'il louera tous les espaces. Quel sera le revenu net mensuel du propriétaire R(x, y) en fonction de x et y ?

$R(x, y) = 150x + 200y + 8 \times 20 \times 6,50$

Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

13. Les contraintes relatives à la production, dans une usine, de x ordinateurs et y imprimantes sont représentées dans le plan cartésien ci-contre par le polygone de contraintes OPQRS. La fonction linéaire définie par B(x, y) = 830x + 420y exprime le revenu brut réalisé par la vente de x ordinateurs et y imprimantes.



a) Le point intérieur I(300, 400) du polygone de contrainte correspond à la production de 300 ordinateurs et 400 imprimantes. Quel est le revenu brut pour une telle production ?

$B(x,y) = 830x + 420y$

$B(300,400) = 830(300) + 420(400) = 417000\$$

b) Évalue, pour chacun des sommets du polygone de contraintes, le revenu brut associé à cette production.

$B(0,1000) = 830(0) + 420(0) = 0\$$

$B(0,1000) = 830(0) + 420(1000) = 420000\$$

$B(400,900) = 830(400) + 420(900) = 710000\$$

$B(700,500) = 830(700) + 420(500) = 791000\$$

$B(800,0) = 830(800) + 420(0) = 664000\$$

c) Parmi les sommets O, P, Q, R et S, lequel correspond au revenu brut maximal ? Quel est ce revenu brut maximal ? R, 791000$

d) Parmi les sommets O, P, Q, R et S, lequel correspond au revenu brut minimal ? Quel est ce revenu brut minimal ? O, 0$

14. Patricia dispose de 700 timbres américains, de 410 timbres britanniques et de 910 timbres canadiens. Elle regroupe ces timbres en deux types de lots :

- un lot A contient 1 timbre américain, 2 timbres britanniques et 7 timbres canadiens ;
- un lot B contient 7 timbres américains, 3 timbres britanniques et 3 timbres canadiens ;

Elle prévoit vendre un lot A 6$ et un lot B 8$. Elle veut déterminer le nombre de lots de chaque type qu'elle doit préparer pour maximiser ses revenus. Soit x le nombre de lots A et y le nombre de lots B qu'elle prépare.

a) traduis par un système d'inéquations les contraintes relatives à la préparation de ces lots.

x = nombre de lotsA

y = nombre de lotsB

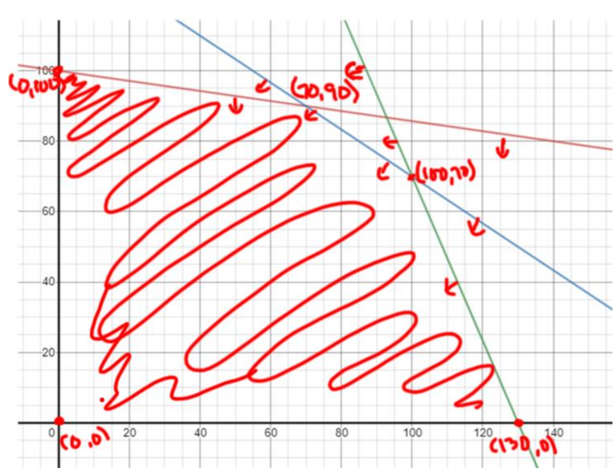
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + 7y \leq 700$

$2x + 3y \leq 410$

$7x + 3y \leq 910$



Mathématiques 30311B-30331C

Bloc 2

b) Trace le polygone de contraintes dans le plan cartésien ci-contre.

c) Détermine les coordonnées des sommets du polygone de contraintes.

$(0,0),(0,100),(70,90),(100,70),(130,0)$

d) Détermine la règle de la fonction à optimiser. $Z = 6x + 8y$

e) Évalue la fonction à optimiser aux sommets du polygone de contraintes.

$(0,0) \rightarrow 6(0)+8(0)=0\$$ $(0,100) \rightarrow 6(0)+8(100)=800\$$

$(70,90) \rightarrow 6(70)+8(90)=1140\$$ $(100,70) \rightarrow 6(100)+8(70)=1160\$$

$(130,0) \rightarrow 6(130)+8(0)=780\$$

f) Quel est le revenu maximal ? 1160$

g) Combien de lots de chaque type doit-elle préparer pour maximiser ses revenus ?

100 lots A et 70 lots B.

15. Un fermier dispose d'un champ de 120 hectares, de 480$ destinées à l'achat de semences et de 2400 heures de main-d'œuvre agricole pour effectuer son travail. Il doit utiliser son champ pour deux cultures :

- Une culture A pour laquelle la semence revient à 5$ par hectare et qui nécessite 8 heures de main-d'œuvre par hectare.
- Une culture B pour laquelle la semence coûte 3$ par hectare et qui nécessite 24 heures de main d'œuvre par hectare.

Sachant que la culture A rapporte 100$ par hectare et la culture B rapporte 150S par hectare, le fermier désire savoir combien d'hectare de son champ il devra consacrer à chaque culture pour maximiser son profit.

x = nombre d'hectares culture A

y = nombre d'hectares culture B

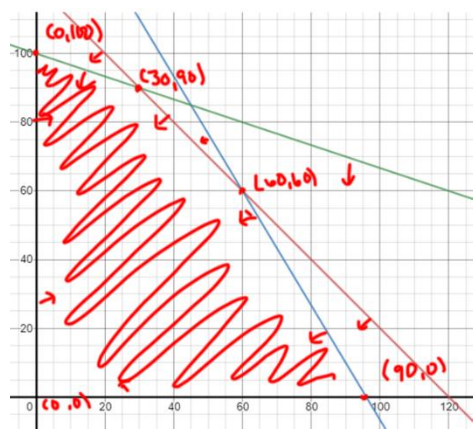
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 120$

$5x + 3y \leq 480$

$8x + 24y \leq 2400$



$z = 100x + 150y$

$(0,0) \rightarrow 100(0)+150(0)=0\$$

$(0,100) \rightarrow 100(0)+150(100)=15000\$$

$(30,90) \rightarrow 100(30)+150(90)=16500\$$

$(60,60) \rightarrow 100(60)+150(60)=15000\$$

Il devrait cultiver 30 hectares de culture A et 90 de culture B.