

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

Utilise les matrices ci-dessous pour les # 1 à 5

NOM : _____

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ -3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 9 & -7 & 4 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. La dimension du produit DC est **3 par 3 x 3 par 2 donc 3 par 2**.

2. Peux-tu obtenir le produit CD? **3 par 2 x 3 par 3 donc non**

$$3. AB = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48+0 & 32+0 \\ 96+10 & -64+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48 & 32 \\ 106 & -63 \end{bmatrix}$$

4. Détermine B^{-1} , par les deux méthodes.

Méthode échelonnée

$$\begin{array}{l} \boxed{1} \times 5 + \boxed{2} \times 6 \\ \boxed{2} \div 46 \\ \boxed{1} - \boxed{2} \times 8 \\ \boxed{1} \div -12 \end{array} \left[\begin{array}{cc|cc} -12 & 8 & 1 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 8 & 1 & 0 \\ 0 & 46 & 5 & 6 \\ \hline -12 & 8 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{46} & \frac{3}{23} \\ \hline -12 & 0 & \frac{3}{46} & \frac{-24}{23} \\ 0 & 1 & \frac{5}{46} & \frac{3}{23} \\ \hline 1 & 0 & \frac{-1}{92} & \frac{2}{23} \\ 0 & 1 & \frac{5}{46} & \frac{3}{23} \end{array} \right]$$

Méthode du déterminant

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}^{\text{adj}} \\ &= \frac{1}{-12-80} \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ -8 & -12 \end{bmatrix}^t \\ &= \frac{1}{-92} \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -10 & -12 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{92} & \frac{2}{23} \\ \frac{5}{46} & \frac{3}{23} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

5. Détermine

a) $\det A =$

$$\det A = \det \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -8 & 1 \end{bmatrix} = 4 - 0 = 4$$

b) $\det D =$

$$\begin{aligned} \det D &= \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 9 & -7 & 4 & 9 & -7 \\ 5 & 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (-2 \times -7 \times 1 + 1 \times 4 \times 5 + 0 \times 9 \times 1) - (1 \times 9 \times 1 + -2 \times 4 \times 1 + 0 \times -7 \times 5) \\ &= 34 - 1 = 33 \end{aligned}$$

6. Résous.

$$\text{a) } \begin{bmatrix} a+b & c \\ 4 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2b & 7 \\ -2d & 3a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & d \\ c & -9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a+b-2b &= 5 & c-7 &= d \\ 4+2d &= c & b-3a &= -9 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} 2 & 9n+18 \\ 3t & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -n^2 \\ 7 & 2p \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2 &= 2 & 9n+18 &= -n^2 \\ 3t &= 7 & 0 &= 2p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - (-9 + 3a) &= 5 & 4 + 2(c - 7) &= c \\ a + 9 - 3a &= 5 & 4 + 2c - 14 &= c \\ -2a &= -4 & c &= 10 \\ a &= 2 & 10 - 7 &= d \\ b - 6 &= -9 & d &= 3 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9n+18 &= -n^2 \\ n^2+9n+18 &= 0 \\ (n+6)(n+3) &= 0 & t &= \frac{7}{3} & p &= 0 \\ n &= -6 & n &= -3 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -2 & 5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m & 0 \\ 5 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 16 \\ 18 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 1+0+40 &= 41 & 0+0+8s &= 16 \rightarrow s=2 \\ -2+5m+15 &= 18 & 0+0+3s &= 6 \rightarrow s=2 \\ 5m &= 5 \\ m &= 1 \end{aligned}$$

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

7. La matrice A représente le nombre de chaque spécial du midi vendu dans chaque succursale d'un restaurant. La matrice B représente le prix de vente de chaque spécial du midi au menu. La matrice C représente le coût de production du met en question.

Canard à l'orange	Homard à l'ail	Quiche Lorraine	
24	15	30	Bertrand
12	8	8	Bathurst
10	25	16	Dieppe

$$B = \begin{bmatrix} 18.50 \\ 22.75 \\ 12.75 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 9.20 \\ 12.00 \\ 5.00 \end{bmatrix}$$

- a) Détermine la matrice A.

$$A = \begin{bmatrix} 24 & 15 & 30 \\ 12 & 8 & 8 \\ 10 & 25 & 16 \end{bmatrix}$$

- b) Que représente : i) a_{23} *le nombre de Quiche Lorraine vendu à Bathurst*
ii) Dans $AB=D$, d_{21} *le revenu du spécial du midi à Bathurst*
iii) Dans $AC=E$, e_{21} *le coût du spécial du midi à Bathurst*
iv) $D_{21} - E_{21}$ *le profit du spécial du midi à Bathurst*

8. Benjamin doit prendre un comprimé à chaque quatre heures lorsque sa température corporelle est de $38,4^{\circ}\text{C}$ et plus. Sa température corporelle peut être représenté par $T(x) = -0,147|x-34| + 42$ pendant une durée de trois jours. Soient $T(x)$ la température corporelle et x , le temps en heures. Combien de comprimés va-t-il prendre durant ces trois jours ?

$$-0,147|x-34| + 42 \geq 38,4$$

$$-0,147|x-34| = 38,4 - 42$$

$$|x-34| = 24,49$$

$$x-34 = 24,49 \quad \text{ou} \quad x-34 = -24,49$$

$$x = 58,49$$

$$x = 9,51$$

$$\frac{58,49 - 9,51}{4} = \frac{48,98 \text{ heures}}{4 \text{ heures / comprimé}} = 12,245 \text{ comprimés}$$

Benjamin va prendre 13 comprimés pendant ces trois jours.

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

9. Les côtés d'un carré sont de 10 cm, on relie le centre de chaque côté pour créer un autre carré. Ce processus se poursuit pour 10 carrés. Calculer la somme des aires de tous ces carrés.

$$c^2 = 5^2 + 5^2$$

$$c_2 = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$c_3 = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 5$$

$$A_1 = l_1 = 10 \times 10 = 100$$

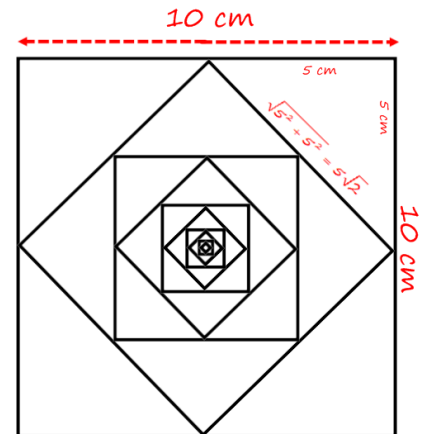
$$A_2 = 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 50$$

$$A_3 = 5 \times 5 = 25$$

Aires totales

$$100 + 50 + 25 \dots + t_{10}$$

$$\text{Aires totales} = 199,8 \text{ cm}^2$$



10. John a acheté 20 livres. Le 1^{er} livre au coût de 1 \$, le 2^e au coût de \$2, le 3^e au coût de 4 \$ et le 4^e au coût de 8\$, et ainsi de suite. Combien John a-t-il payé pour les 20 livres? (séries géo)

$$a = 1\$$$

$$r = 2$$

$$n = 20$$

$$S_{20} = ?$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_{20} = \frac{1(1-2^{20})}{1-2} = 1048575\$$$

11. Après une chirurgie du genou, votre entraîneur vous dit de revenir à votre programme de jogging lentement. Il suggère de faire du jogging pendant 12 minutes chaque jour pendant la première semaine. Chaque semaine, par la suite, il suggère d'augmenter ce temps de 6 minutes par jour. Combien de semaines faudra-t-il encore avant que vous êtes jusqu'à 60 minutes par jour de jogging ?

$$a = 12 \text{ min}$$

$$d = 6 \text{ min}$$

$$n = ?$$

$$t_n = 60 \text{ min}$$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$60 = 12 + (n-1)6$$

$$48 = (n-1)6$$

$$n-1 = 8$$

$$n = 9 \text{ semaines}$$

12. Vous vous plaignez que l'eau du hot tub dans les suites de l'hôtel n'est pas assez chaude. L'hôtel vous indique qu'ils augmenteront la température de 10 % par heure. Si la température du Spa est 75°F, quelle sera la température de l'eau dans le hot tub après 3 heures, au dixième de degré près ?

$$a = 75^\circ\text{F}$$

$$r = 110\%$$

$$n = 4$$

$$t_4 = ?$$

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$t_4 = 75(1,1)^3$$

$$t_4 = 99,8^\circ\text{F}$$

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

13. Frank a pris un emploi avec un salaire de 15 000 \$ et une augmentation annuel de 4 %. Quel sera son salaire durant sa troisième année au travail ?

$$\begin{aligned}
 a &= 15000\$ & t_n &= ar^{n-1} \\
 r &= 104\% & t_3 &= 15000(1,04)^2 \\
 n &= 3 & t_3 &= 16224\$ \\
 t_3 &=? & &
 \end{aligned}$$

14. Une nouvelle paire de chaussures de course coûte 70 \$ maintenant. En supposant une augmentation annuelle de 8 % du prix, trouver le prix de 4 ans à partir de maintenant ?

$$\begin{aligned}
 a &= 70\$ & t_n &= ar^{n-1} \\
 r &= 108\% & t_4 &= 70(1,08)^3 \\
 n &= 4 & t_4 &= 88,18\$ \\
 t_4 &=? & &
 \end{aligned}$$

15. Au cours de la respiration normale, environ 12 % de l'air dans les poumons est remplacé après un souffle. Écrire un modèle de décroissance exponentielle pour la quantité de l'air original qui reste dans les poumons si le montant initial de l'air dans les poumons est de 500 ml. Quelle quantité d'air original est présente après 240 respirations?

$$\begin{aligned}
 a &= 500\text{ml} & t_n &= ar^{n-1} \\
 r &= 88\% & t_{240} &= 500(0,88)^{240} \\
 n &= 240 & t_{240} &= 2,37\text{ml} \\
 t_{240} &=? & &
 \end{aligned}$$

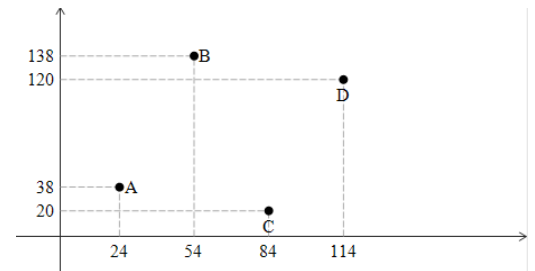
16. Calcule :

- a) Le périmètre du rectangle ABDC

$$\begin{aligned}
 d_{AB} &= \sqrt{(54 - 24)^2 + (138 - 38)^2} \\
 d_{AB} &= 104,4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{BD} &= \sqrt{(114 - 54)^2 + (120 - 138)^2} \\
 d_{BD} &= 62,6
 \end{aligned}$$

$$P = 104,4 + 62,6 + 104,4 + 62,6 = 334 \text{ unités}^2$$



- b) La coordonnée du point E situé au $\frac{2}{3}$ de BA.

$$\begin{aligned}
 E &= \left(54 + \frac{2}{3}(24 - 54), 138 + \frac{2}{3}(38 - 138) \right) \\
 E &= \left(34, \frac{214}{3} \right)
 \end{aligned}$$

Mathématiques 30321-B

Sommatif Mi-bloc 2

c) La distance la plus courte entre l'origine et la droite qui passe par les points A et C.

$$A(24, 38), C(84, 20)$$

$$m = \frac{20 - 38}{84 - 24} = \frac{-18}{60} = \frac{-3}{10}$$

$$y = \frac{-3}{10}x + b$$

$$20 = \frac{-3}{10}(84) + b$$

$$b = \frac{226}{5}$$

$$y = \frac{-3}{10}x + \frac{226}{5}$$

$$(0, 0), (12, 4; 41, 3)$$

$$d = \sqrt{(0 - 12, 4)^2 + (0 - 41, 3)^2}$$

$$d = 43, 12$$

$$m_{\perp} = \frac{10}{3}$$

$$y = \frac{10}{3}x + 0$$

$$\frac{-3}{10}x + \frac{226}{5} = \frac{10}{3}x$$

$$-45x + 6780 = 500x$$

$$-545x = -6780$$

$$x = 12, 4$$

$$y = \frac{10}{3}(12, 4) = 41, 3$$

$$(12, 4; 41, 3)$$

17. Une compétition de « burpees » doit avoir lieu dans 14 jours entre Éric et Élizabeth. Ils doivent en faire 100 dans 14 jours. Aujourd'hui, Éric en a fait 22 et Élizabeth en a fait 9. Leurs progressions respectives se font de façon arithmétique et les deux amis arrivent à compléter le défi. Combien de « burpees » Éric a-t-il effectué de plus qu'Élizabeth?

$$\text{Éric} \quad t_n = a + (n - 1)d$$

$$a = 22 \quad 100 = 22 + 13d$$

$$t_{14} = 100 \quad 78 = 13d$$

$$S_{14} = ? \quad d = 6$$

$$\text{Élizabeth} \quad t_n = a + (n - 1)d$$

$$a = 9 \quad 100 = 9 + 13d$$

$$t_{14} = 100 \quad 91 = 13d$$

$$S_{14} = ? \quad d = 7$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2}(2(22) + (14 - 1)6)$$

$$S_{14} = 7(44 + 78) = 854$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2}(2(9) + (14 - 1)7)$$

$$S_{14} = 7(18 + 91) = 763$$

$$854 - 763 = 91$$

Éric fait 91 burpees de plus qu'Élizabeth.