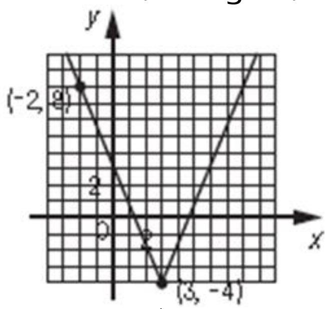
Math 30331 - C

Bloc 2 – Révision mi-bloc

1. Pour les deux valeurs absolues ci-dessous : donne le domaine, l'image, les zéros, l'extrémum, la règle, les variations, les signes, l'ordonnée à l'origine

a)



$S(3,-4);(-2,8)$

$y = a|x-h|+k$

$8 = a|-2-3|-4$

$12 = 5a$

$a = \frac{12}{5}$

$y = \frac{12}{5}|x-3|-4$

$0 = \frac{12}{5}|x-3|-4$

$4 \times \frac{5}{12} = |x-3|$

$x-3 = \frac{20}{12}$; $x-3 = -\frac{20}{12}$

$x = \frac{14}{3}$; $x = \frac{4}{3}$

$D =]-\infty, \infty[$

$I = [-4, \infty[$

$x = \frac{14}{3}$; $x = \frac{4}{3}$

Min de -4

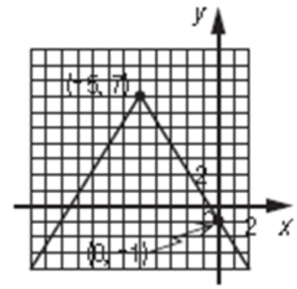
$\nearrow [3, \infty[$, $\searrow]-\infty, 3]$

$+ \left]-\infty, \frac{14}{3}\right] \cup \left[\frac{4}{3}, \infty\right[$

$- \left[\frac{4}{3}, \frac{14}{3}\right]$

$y = 2$

b)



$S(-5,7);(0,-1)$

$y = a|x-h|+k$

$-1 = a|0+5|+7$

$-8 = 5a$

$a = \frac{-8}{5}$

$y = \frac{-8}{5}|x+5|+7$

$0 = \frac{-8}{5}|x+5|+7$

$-7 \times \frac{5}{-8} = |x+5|$

$x+5 = \frac{35}{8}$; $x+5 = -\frac{35}{8}$

$x = \frac{-5}{8}$; $x = \frac{-75}{8}$

$D =]-\infty, \infty[$

$I = [-\infty, 7[$

$x = \frac{-5}{8}$; $x = \frac{-75}{8}$

Max de 7

$\nearrow [-\infty, -5[$, $\searrow]-5, \infty]$

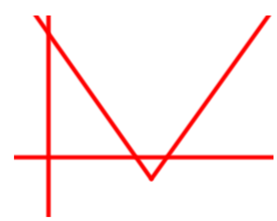
$+ \left]\frac{-75}{8}, \frac{-5}{8}\right[$

$- \left]-\infty, \frac{-75}{8}\right] \cup \left[\frac{-5}{8}, \infty\right[$

$y = -1$

2. Pour la fonction définie par parties ci-contre

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3 \text{ si } x \leq 2 \\ 2x - 5 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$$



a) Quelle est la valeur du paramètre a de la règle de la fonction valeur absolue ?

$a = 2$

b) Quelle est la valeur du paramètre h de la règle de la fonction valeur absolue ?

$h = 2$

c) Quelle est la valeur de ***f***(***x***) quand ***x*** vaut h, et que représente-t-elle ?

$f(2) = -2(2) + 3 = -1$

d) Quelle est la règle de la fonction valeur absolue ?

$f(x) = 2|x-2|-1$

3. Résolvez les équations ci-dessous.

a) $6x^2 - 15x + 4 = 21$

$$6x^2 - 15x - 17 = 0$$
$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{15 \mp \sqrt{225 - 4(6)(-17)}}{2(6)}$$
$$x = \frac{15 \mp \sqrt{633}}{12} = \frac{15 \mp 25,2}{12}$$
$$x = \frac{15 + 25,2}{12} = 3,3$$
$$x = \frac{15 - 25,2}{12} = -0,85$$

b) $x^2 - 6x = 3$

$$x^2 - 6x - 3 = 0$$
$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{6 \mp \sqrt{36 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{6 \mp \sqrt{48}}{2} = \frac{6 \mp 6,9}{2}$$
$$x = \frac{6 + 6,9}{2} = 6,5$$
$$x = \frac{6 - 6,9}{2} = -0,45$$

c) $2\left(-2x^2 - x\right) = x^2 - 3$

$$-4x^2 - 2x - x^2 + 3 = 0$$
$$-5x^2 - 2x + 3 = 0$$
$$5x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$\frac{(5x+5)(5x-3)}{5} = 0$$
$$\frac{5(x+1)(5x-3)}{5} = 0$$
$$x = -1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{5}$$

d) $|x - 5| - 2 = 11$

$$|x - 5| = 13$$
$$x - 5 = 13 \qquad x - 5 = -13$$
$$x = 18 \qquad x = -8$$

e) $3 < -0,25|x - 1| + 5$

$$-2 = -0,25|x - 1|$$
$$8 = x - 1 \qquad -8 = x - 1$$
$$x = 9 \qquad x = -7$$
$$x = 0$$
$$3 < -0,25|0 - 1| + 5$$
$$3 < 4,75$$

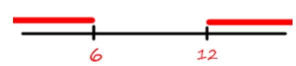
oui

$$\left]-7, 9\right[$$

f) $|x - 9| + 9 \geq 12$

$$3 = |x - 9|$$
$$3 = x - 9 \qquad -3 = x - 9$$
$$x = 12 \qquad x = 6$$
$$x = 0$$
$$|0 - 9| + 9 \geq 12$$
$$18 \geq 12$$

oui



$$\left]-\infty, 6\right[\cup \left]12, +\infty\right[$$

4. Une petite entreprise de construction a modélisé l'évolution de ses profits p (en k$) par la fonction $p = 2,5|5t-20| - 25$, où t représente le temps écoulé (en mois) depuis le début de l'année.

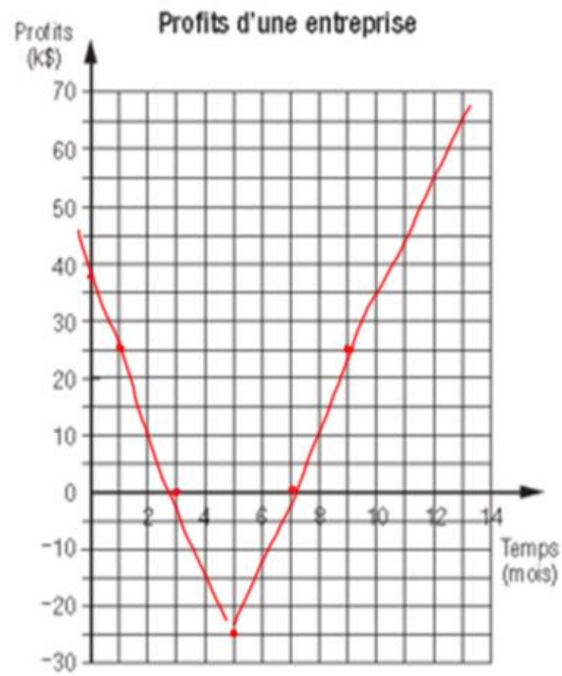
a) Représentez graphiquement cette situation.

L'équation sous sa forme canonique

P = 2,5 x 5 |t - 5| - 25

P = 12,5 |t – 5| - 25

S(5, -25)



b) Quels étaient les profits de l'entreprise au début de l'année ?

P = 12,5|0 – 5| - 25 = 37 500$

c) Quelles sont les coordonnées du sommet de la courbe associée à cette fonction, et à quoi correspondent-elles dans ce contexte?

S(5, -25), ils ont fait une perte de 25 000$ ce mois-là.

d) Pendant combien de temps cette entreprise a-t-elle été déficitaire ?

Du 3e mois au 7e mois, donc 4 mois de temps.

e) D'après ce modèle, à quels moments les profits de l'entreprise seront-ils de 62 500$?

$$62,5 = 12,5|t-5| - 25$$
$$87,5 = 12,5|t-5|$$
$$7 = |t-5|$$
$$t - 5 = 7 \quad \text{ou} \quad t - 5 = -7$$
$$t = 12 \qquad t = -2$$

Les profits seront de 62 500$ au 7e mois d'opération.

5. Dans un jeu vidéo, Juliette doit résoudre correctement l'énigme suivante concernant l'œil d'un cyclope pour continuer la partie.

Lorsque je soustrais 2m de ma taille et que je multiplie le résultat par cette même taille, j'obtiens 3m. Enfin, mon œil se trouve aux neuf dixièmes de ma taille. Si, au millimètre près, la hauteur de mes yeux tu peux trouver, alors la sortie je te montrerai.

Quelle réponse Juliette doit-elle donner?

x : la taille du cyclope

y : hauteur de l'oeil

$$(x-2)x = 3 \qquad y = \frac{9}{10}x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$(x-3)(x+1) = 0 \qquad \rightarrow y = \frac{9}{10}(3) = 2,7m$$
$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -1 \text{ à rejeter}$$

6. Soit un prisme de 2m de hauteur sur (2x – 10) m de profondeur sur (x + 1) m de largeur. Si le volume de ce prisme est de 10m³, quelle est la valeur de x?

$$V = Llh$$
$$10 = (2x-10)(x+1)2$$
$$5 = 2x^2 + 2x - 10x - 10$$
$$0 = 2x^2 - 8x - 15$$

$$0 = x^2 - 4x - 10$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(2)(-15)}}{4}$$
$$x = \frac{8 \pm \sqrt{184}}{4} = \frac{8 \pm 13,56}{4}$$
$$x = \frac{8 + 13,56}{4} = 5,39$$
$$x = \frac{8 - 13,56}{4} = -1,39 \text{ à rejeter}$$

x mesure 5,39 m.

7. Résolvez chacune des inéquations ci-dessous.

a) $-4x^2 + 7x - 7 < 4$

$$-4x^2 + 7x - 11 < 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(-4)(-11)}}{2(-4)}$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{-127}}{-8} \quad \text{Aucune racine}$$

Donc de $\left]-\infty, \infty\right[$

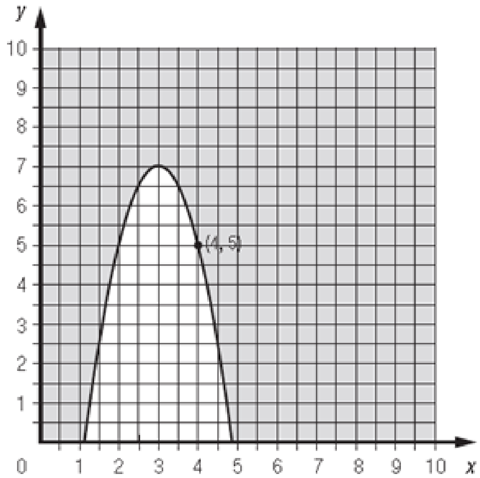
b) $6,3x + 0,3x \geq 9x^2 + 3$

$$0 \geq 9x^2 - 6x + 3$$
$$0 \geq 3x^2 - 2x + 1$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(3)(1)}}{2(3)}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{6} \quad \text{Aucune racine}$$

Donc de $\left]-\infty, \infty\right[$

8. Établissez l'inéquation associée à chacun des graphiques suivants.

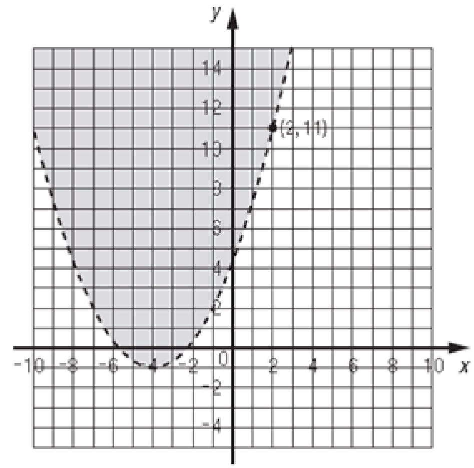
a)



$S(3,7), P(4,5)$

$$y = a(x-3)^2 + 7$$
$$5 = a(4-3)^2 + 7$$
$$-2 = a$$
$$y \geq -2(x-3)^2 + 7$$

b)



$$11 = a(2+4)^2 - 1$$
$$12 = 36a$$
$$a = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$
$$y > \frac{1}{3}(x+4)^2 - 1$$

9. Remplissez le tableau de signes ci-dessous afin de résoudre l'inéquation suivante :

$(3 - 4x)(x + 1) \geq 0.$

Valeur de x		-1		$3/4$	
Signe de $(3 - 4x)$	+	+	+	0	−
Signe de $(x + 1)$	−	0	+	+	+
$(3 - 4x)(x + 1)$	−	0	+	0	−

$\left[-1, \frac{3}{4}\right]$

10. Une automobile effectue une manœuvre qui l'oblige à modifier la vitesse de sa voiture. Le graphique ci-dessous représente la vitesse de la voiture en fonction du temps.

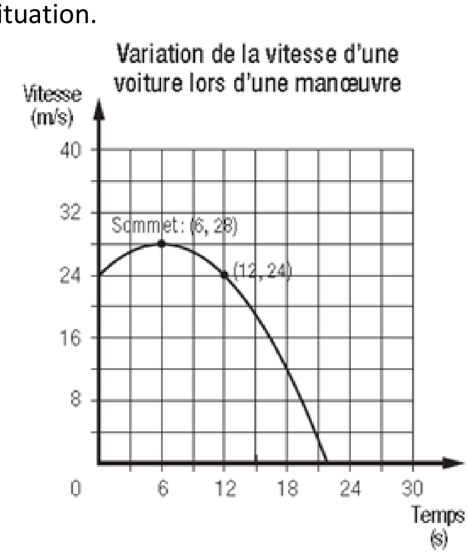
a) Établissez la règle de la fonction polynomiale de degré 2 qui représente cette situation.

$S(6,28) \quad P(12,24)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$24 = a(12-6)^2 + 28$$
$$-4 = a(6)^2$$
$$a = \frac{-4}{36} = \frac{-1}{9}$$

$S(6,28) \quad P(12,24)$

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$y = \frac{-1}{9}(x-6)^2 + 28$$



b) Combien de temps s'est écoulé durant cette manœuvre?

$$y = \frac{-1}{9}\left(x^2 - 12x + 36\right) + 28$$

$$y = \frac{-1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x - 4 + 28$$

$$y = \frac{-1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 24$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} - 4\left(\frac{-1}{9}\right)(24)}}{2\left(\frac{-1}{9}\right)}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{112}{9}}}{-2/9} = \frac{-1,33 \pm 3,5}{-0,22}$$

$$x = \frac{-1,33 + 3,5}{-0,22} = -9,9$$

$$x = \frac{-1,33 - 3,5}{-0,22} = 21,9$$

La manœuvre a duré 21,9 secondes.

c) Durant cette manœuvre, pendant combien de temps la vitesse de la voiture est-elle supérieure à 26 m/s?

$$26 = \frac{-1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 24$$

$$0 = \frac{-1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x - 2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} - 4\left(\frac{-1}{9}\right)(-2)}}{2\left(\frac{-1}{9}\right)}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{8}{9}}}{-2/9} = \frac{-1,33 \pm 0,94}{-0,22}$$

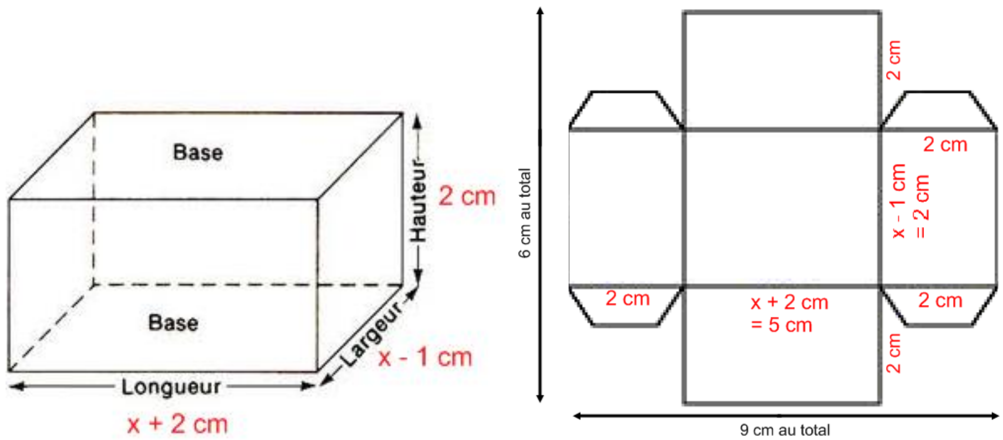
$$x = \frac{-1,33 + 0,94}{-0,22} = 1,77$$

$$x = \frac{-1,33 - 0,94}{-0,22} = 10,3$$

$$10,3 - 1,77 = 8,5$$

La vitesse est supérieure à 26m/s pendant 8,5 secondes.

11. La boîte en carton : une entreprise veut fabriquer des boîtes en forme de prisme droit à base rectangulaire ouvertes sur le dessus. Les dimensions de la boîte sont de 2 cm de hauteur sur (x + 2) cm de longueur sur (x – 1) cm de largeur. Les dirigeants de l'entreprise veulent fabriquer cette boîte en un seul morceau et ne peuvent pas découper et recoller un morceau lors du montage. Expliquez aux dirigeants de cette entreprise qu'un morceau de carton carré de 64 cm² n'est pas assez grand pour fabriquer une boîte dont l'aire totale des 5 faces extérieures est de 38 cm²?



$$2(2(x-1)) + 2(2(x+2)) + (x-1)(x+2) = 38$$
$$4x - 4 + 4x + 8 + x^2 + 2x - x - 2 = 38$$
$$x^2 + 9x - 36 = 0$$
$$(x+12)(x-3) = 0$$
$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -12 \text{ à rejeter}$$

Si x = 3, les dimensions sont de 5 cm par 2 cm par 2 cm.

Donc, il faudrait un morceau carré d'au moins 81cm².

12. Résolvez chacun des systèmes d'équations suivants à l'aide de la méthode de substitution.

a) $x^2 = 5y$ $\qquad$ $4x + 10y - 6 = 0$

$$10y = -4x + 6$$
$$y = \frac{-4x+6}{10}$$
$$x^2 = 5\left(\frac{-4x+6}{10}\right)$$
$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$(x+3)(x-1) = 0$$
$$x = -3 \text{ ou } x = 1$$
$$\text{si } x = -3; y = 1,8$$
$$\text{si } x = 1; y = 0,2$$
$$(-3; 1,8) \text{ et } (1; 0,2)$$

b)

$$x^2 = 3y + 4 \qquad y = 3x + 2$$

$$x^2 = 3(3x+2) + 4$$
$$x^2 - 9x - 6 - 4 = 0$$
$$x^2 - 9x - 10 = 0$$
$$(x-10)(x+1) = 0$$
$$x = 10 \text{ ou } x = -1$$

$$\text{si } x = 10$$
$$y = 3(10) + 2 = 32$$
$$\text{si } x = -1$$
$$y = 3(-1) + 2 = -1$$
$$(10, 32) \text{ ou } (-1, -1)$$

c)

$$y = \frac{4}{9}x^2 + 8x - 4$$

$$x = \frac{3}{4}y + 15$$
$$4x = 3y + 60$$
$$4x - 60 = 3y$$
$$\frac{4}{3}x - 20 = y$$
$$\text{si } x = -3$$
$$\frac{4}{3}(-3) - 20 = y$$
$$y = -24$$
$$\text{si } x = -12$$
$$\frac{4}{3}(-12) - 20 = y$$
$$y = -36$$
$$(-3, -24) \text{ et } (-12; -36)$$

$$\frac{4}{3}x - 20 = \frac{4}{9}x^2 + 8x - 4$$
$$0 = \frac{4}{9}x^2 + 8x - 4 - \frac{4}{3}x + 20$$
$$0 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{20}{3}x + 16$$
$$x = \frac{-\frac{20}{3} \pm \sqrt{\frac{400}{9} - 4\left(\frac{4}{9}\right)(16)}}{2\left(\frac{4}{9}\right)}$$
$$x = \frac{-\frac{20}{3} \pm \sqrt{16}}{\frac{8}{9}} = \frac{-\frac{20}{3} \pm 4}{\frac{8}{9}}$$
$$x = \left(-\frac{20}{3} + 4\right) \times \frac{9}{8} = -3$$
$$x = \left(-\frac{20}{3} - 4\right) \times \frac{9}{8} = -12$$

d)

$$y = x^2 - \frac{2}{3}x - 6$$

$$2x + 3y - 9 = 0$$
$$2x + 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x - 6\right) - 9 = 0$$
$$2x + 3x^2 - 2x - 18 - 9 = 0$$
$$3x^2 - 27 = 0$$
$$x^2 = 9$$
$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

$$\text{si } x = 3$$
$$y = (3)^2 - \frac{2}{3}(3) - 6$$
$$y = 9 - 2 - 6 = 1$$
$$\text{si } x = -3$$
$$y = (-3)^2 - \frac{2}{3}(-3) - 6$$
$$y = 9 + 2 - 6 = 5$$
$$(3, 1) \text{ ou } (-3, 5)$$

13. Sara et Jade veulent économiser de l'argent pour faire un voyage. Sara a déjà une somme de 108$ dans son compte de banque, auquel elle pourra ajouter 24$ par semaine. Jade n'a pas d'argent dans son compte de banque pour l'instant, mais elle sera en mesure d'y déposer régulièrement de sorte que le montant total peut se traduire par l'équation $y = 4x^2$, où x représente le temps écoulé en semaines.
   a) Représentez cette situation par un système d'équations.

   x : nombre de semaines — Sara: $y = 108 + 24x$ — Jade: $y = 4x^2$
   y : somme accumulée

   b) Après combien de temps auront-elles amassé la même somme? Quelle sera cette somme?

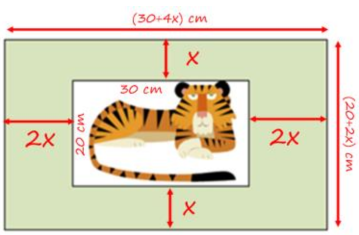
$$108 + 24x = 4x^2$$
$$0 = 4x^2 - 24x - 108$$
$$0 = 4\left(x^2 - 6x - 27\right)$$
$$0 = \left(x - 9\right)\left(x + 3\right)$$
$$x = 9 \text{ ou } x = -3 \text{ à rejeter}$$

Sara
$$y = 108 + 24x$$
$$y = 108 + 24\left(9\right)$$
$$y = 324\$$$

Jade
$$y = 4x^2$$
$$y = 4\left(9\right)^2$$
$$y = 324\$$$

Problème défi

Homme d'affaire insatiable, le propriétaire du cirque où travaille Jean-Paul a trouvé une occasion d'affaire en or. Il veut la placer vendre des photos du tigre de Jean-Paul. La photo a des dimensions (hauteur par largeur) de 20 cm par 30 cm. Il décide donc de placer la photo dans un beau cadre dont les côtés gauche et droit sont deux fois plus larges que les côtés inférieur et supérieur. L'aire de ce cadre est de 400 cm². Une bordure dorée sera ajoutée au cadre, au coût de 12$/m. Quel sera le coût de la bordure pour 1 cadre ?



$$\left(20 + 2x\right)\left(30 + 4x\right) - 20 \times 30 = 400$$
$$600 + 80x + 60x + 8x^2 - 600 - 400 = 0$$
$$8x^2 + 140x - 400 = 0$$
$$x = \frac{-140 \pm \sqrt{19600 - 4\left(8\right)\left(-400\right)}}{16}$$
$$x = \frac{-140 \pm \sqrt{32400}}{16} = \frac{-140 \pm 180}{16}$$
$$x = \frac{-140 + 180}{16} = 2{,}5\text{cm} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-140 - 180}{16} = -20\text{cm}$$
à rejeter

si $x = 2{,}5\text{cm}$
$$30 + 4\left(2{,}5\right) = 40\text{cm}$$
$$20 + 2\left(2{,}5\right) = 25\text{cm}$$

$$\text{Périmètre} = 40 \times 2 + 25 \times 2 = 130\text{cm}$$
$$\text{coût} = 1{,}3\text{m} \times 12\$ / \text{m} = 15{,}60\$$$

14. Un capital a été placé au taux annuel de 4% (à intérêts composés annuellement) pendant 3 ans et 6 mois. L'ayant retiré avec ses intérêts, on le place au taux semestriel de 3% pendant 2 ans et 6 mois. La valeur acquise après ces 6 années est de 100 000 $. Trouver la valeur du capital initial.

$i = 3\%$
$n = 2{,}5a \times 2$
$C = C$
$M = 100000\$$

$M = C(1+i)^n$
$100000 = C(1+3\%)^5$
$C = 86260{,}88\$$

$i = 4\% \div 1$
$n = 3{,}5a \times 1$
$C = C$
$M = 86260{,}88\$$

$M = C(1+i)^n$
$86260{,}88 = C(1+4\%)^{3{,}5}$
$C = 75196{,}42\$$

15. Si les intérêts composés produits par un capital de 20 000 $ placé <u>au taux semestriel de</u> 2% s'élèvent à 4 867,49 $, pendant combien de temps ce capital a-t-il été placé ?

$i = 2\%$
$n = 2x$
$C = 20000\$$
$M = 24867{,}49\$$

$M = C(1+i)^n$
$24867{,}49 = 20000(1+2\%)^{2x}$
$(1{,}02)^{2x} = 1{,}2433745$
$\log_{1{,}02} 1{,}2433745 = 2x$
$11 = 2x$
$x = 5{,}5\text{années}$

16. La valeur d'une carte d'hockey de Wayne Gretzky recrue augmente de 3% par année. La valeur d'une carte d'hockey de Marc Paulin diminue de 9% par année. Marc estime que sa carte vaut 10$ présentement. À partir d'aujourd'hui, que vaudra la carte à Marc lorsque la carte Gretzky recrue aura doublé en valeur.

Gretzky

$i = 3\%$
$n = n$
$C = C$
$M = 2C$

$M = C(1+i)^n$
$2C = C(1+3\%)^n$
$2 = (1{,}03)^n$
$\log_{1{,}03} 2 = n$
$n = 23{,}45\text{années}$

$i = -9\%$
$n = 23{,}45\text{années}$
$C = 10$
$M = ?$

Paulin

$M = C(1+i)^n$
$M = 10(1-9\%)^{23{,}45}$
$M = 1{,}10\$$

17. Combien d'années devrait-on laisser un montant à un taux de 4% capitalisé par quinzaine pour qu'il triple?

$i = 4\% \div 24$
$n = 24x$
$C = C$
$M = 3C$

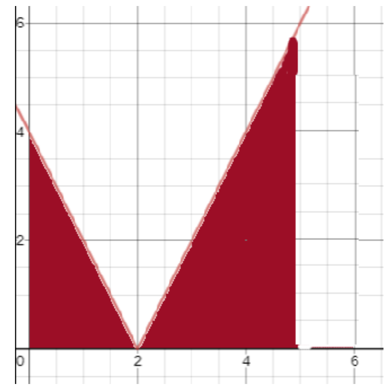
$M = C(1+i)^n$
$3C = C\left(1+\frac{4}{24}\%\right)^{24x}$
$3 = (1{,}001667)^{24x}$
$\log_{1{,}001667} 3 = 24x$
$659{,}58 = 24x$
$x = 27{,}48\text{ans}$

18. La vitesse v d'un kart, en mètres à la seconde, à un temps donné t, en secondes, est modélisée par la fonction V(t) = -2t + 4. Tu peux déterminer la distance parcourue, en mètres, si tu calcules l'aire comprise entre le graphique de V(t) =|-2t + 4| et l'axe des x. Quelle est la distance parcourue au cours des 5 premières secondes?

l'aire sous la courbe donne l'aire de deux triangles

$$A_{total} = \frac{b_1 h_1}{2} + \frac{b_2 h_2}{2}$$

$$A_{total} = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{3 \times 6}{2} = 4 + 9 = 13m$$



19. Une fontaine décorative projette de l'eau selon une trajectoire parabolique au-dessus d'un sentier. Pour déterminer l'emplacement du sentier, le concepteur doit résoudre l'inéquation $-\frac{3}{4}x^2 + 3x \le 2$, où x est la distance horizontale à partir de la source d'eau, en mètres. Résous cette inéquation et explique la signification de la solution pour le concepteur de la fontaine.

$$\frac{-3}{4}x^2 + 3x - 2 \le 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\left(\frac{-3}{4}\right)(-2)}}{2\left(\frac{-3}{4}\right)}$$

distance 3,2 − 0,85 = 2,35 m

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{\frac{-3}{2}}$$

$x = 0,85$ ou $x = 3,2$

20. Une personne doit construire une remise rectangulaire dont la longueur sera le double de la largeur. L'aire maximale de la remise doit être de 18 m2. Quelles sont les dimensions possibles de la remise?

$$x \times 2x \leq 18$$

$$2x^2 - 18 = 0$$

$x = \text{largeur}$

$y = \text{longueur}$

$$2(x^2 - 9) = 0$$

$$2(x-3)(x+3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

à rejeter

La longueur ne peut pas dépasser 6 m et la largeur 3 m.

21. David a appris que la portée des phares de sa voiture est de 100m. Soit v, la vitesse de sa voiture en kilomètres à l'heure. L'inéquation $0,007v^2 + 0,22v \leq 100$ modélise les vitesses pour lesquelles la voiture peut s'arrêter sur une distance de 100m ou moins. Quelle est la vitesse maximale à laquelle David peut rouler pour arrêter en toute sécurité sur une distance de 100m.

$$0,007v^2 + 0,22v - 100 = 0$$

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$v = \frac{-0,22 \pm \sqrt{(0,22)^2 - 4(0,007)(-100)}}{2(0,007)}$$

Pas plus de 105 km/h.

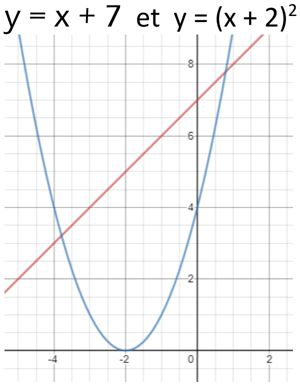
$$v = \frac{-0,22 \pm \sqrt{2,8484}}{0,014}$$

$$v = 105 \quad \text{ou} \quad v = -136,4$$

à rejeter

22. Résous.

a) $y = x + 7$ et $y = (x + 2)^2 + 3$



$$x + 7 = x^2 + 4x + 4 + 9$$

$$0 = x^2 + 3x$$

$$0 = x(x+3)$$

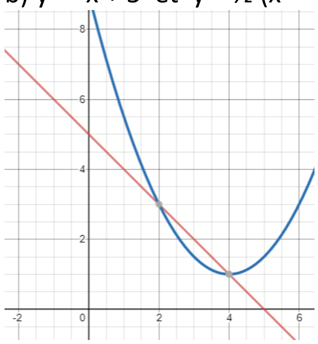
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$y = 0 + 7 \qquad y = -3 + 7$$

$$y = 7 \qquad y = 4$$

$$(0,7) \quad \text{et} \quad (-3,4)$$

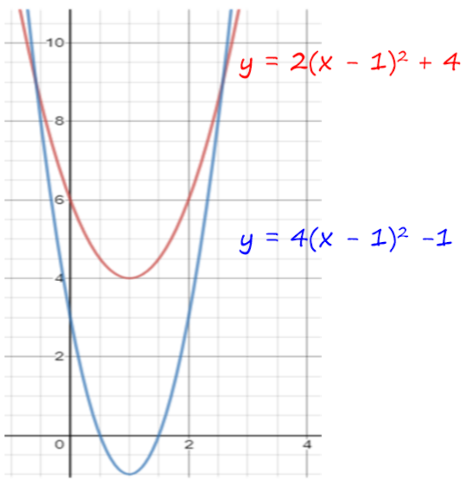
b) $y = -x + 5$ et $y = ½ (x - 4)^2 + 1$



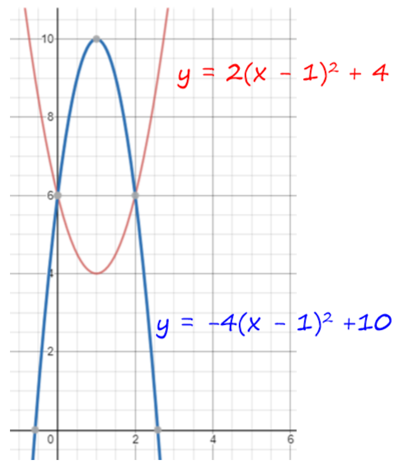
$$-x + 5 - 2x + 10 = x^2 - 8x + 16 + 2$$
$$0 = x^2 - 6x + 8$$
$$0 = (x-2)(x-4)$$
$$x = 2 \quad ou \quad x = 4$$
$$y = -2 + 5 \quad y = -4 + 5$$
$$y = 3 \qquad y = 1$$
$$(2,3) \quad et \quad (4,1)$$

23. Esquisse le graphique d'un système d'équations quadratiques qui a deux solutions réelles et dont les paraboles ont :

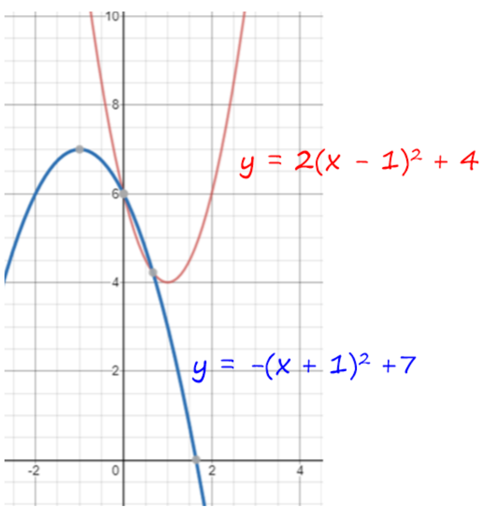
a) Le même axe de symétrie;



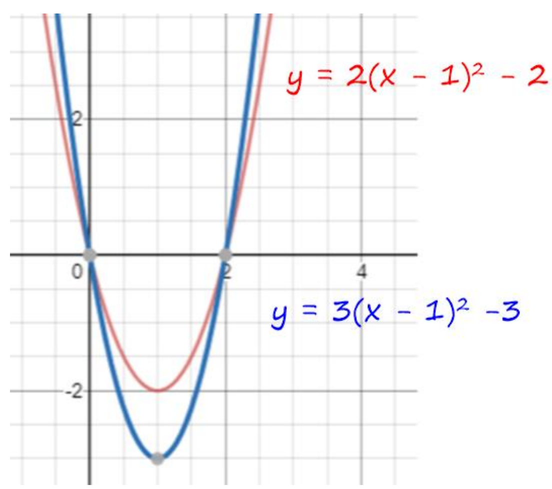
b) Le même axe de symétrie et la même ordonnée à l'origine.



c) Des axes de symétrie différents, mais la même ordonnée à l'origine.



d) Les mêmes abscisses à l'origine.

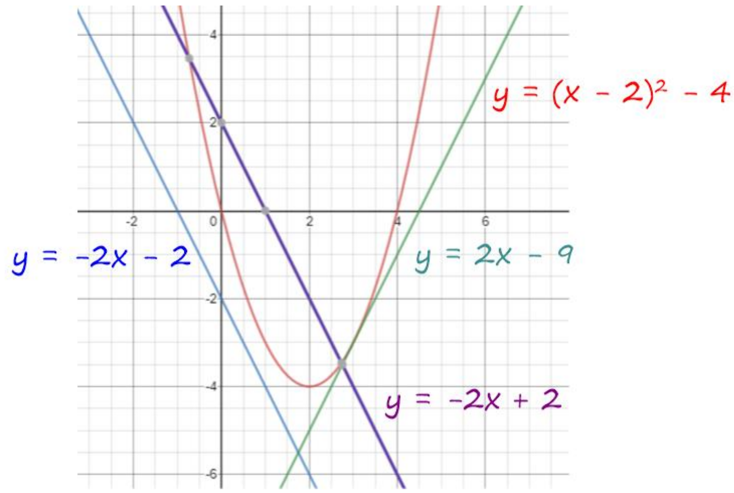


24. À partir du graphique suivant d'une fonction quadratique, détermine l'équation d'une droite telle que cette équation et celle de la fonction quadratique forment un système qui a :

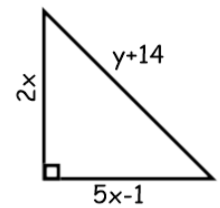
a) aucune solution réelle. $y = -2x - 2$

b) 1 solution réelle. $y = 2x - 4$

c) 2 solutions réelles. $y = -2x + 2$



25. Ce triangle rectangle a un périmètre de 60 m. Il a une aire de 10y mètres carrés. Détermine les valeurs de x et de y, ainsi que les dimensions du triangle.



$$P = 2x + y + 14 + 5x - 1 = 60$$

$$y = 60 - 7x - 13$$

$$y = -7x + 47$$

$$A = \frac{(5x-1)(2x)}{2} = 10y$$

$$5x^2 - x = 10(-7x + 47)$$

$$5x^2 - x + 70x - 470 = 0$$

$$5x^2 + 69x - 470 = 0$$

$$x = \frac{-69 \pm \sqrt{69^2 - 4(5)(-470)}}{2(5)}$$

$$x = \frac{-69 \pm \sqrt{4761 + 9400}}{10} = \frac{-69 \pm 119}{10}$$

$$x = \frac{-69 + 119}{10} = 5 \quad \text{et} \quad x = \frac{-69 - 119}{10} = 18{,}8$$

$$y = -7(5) + 47 = 12 \quad \text{et} \quad y = -7(18{,}8) + 47 = -84{,}6$$

à rejeter

Les dimensions du triangle seraient 10m par 24 m par 26 m.

26. Deux nombres entiers ont une différence de -30. Le plus grand nombre plus 3 additionné au carré du plus petit nombre donne 189. Résous le système pour déterminer les deux nombres entiers.

x est le plus grand nombre
y est le deuxième nombre

$$y - x = -30$$
$$x + 3 + y^2 = 189$$

$$x = 30 + y$$
$$30 + y + 3 + y^2 = 189$$
$$y^2 + y - 156 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-156)}}{2}$$
$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-1 \pm 25}{2}$$
$$y = 12 \quad \text{ou} \quad y = -13$$

$$x = 12$$
$$x = 30 + y$$
$$x = 30 + 12 = 42$$

$$x = -13$$
$$x = 30 + y$$
$$x = 30 - 13 = 17$$

Les deux nombres sont 12 et 42 ou -13 et 17.

27. Suppose que tu investis 100$ à un taux de 7% composé semestriellement. Calcule le nombre d'années requis pour que ce placement double?

$C = 100\$$
$i = 7\% \div 2$
$n = 2x$
$M = 2C$

$$M = C(1+i)^n$$
$$2C = C(1+0{,}035)^{2x}$$
$$2 = (1{,}035)^{3x}$$
$$\log_{1{,}035} 2 = 2x$$
$$20{,}14879 = 2x$$
$$x = 10{,}1 \text{années}$$

28. Le jour de son 21e anniversaire, Élise reçoit 4000$. Cette somme représente le montant accumulé du 1750$ que ses parents ont placés quelques années après sa naissance. Quel âge avait Élise quand ce placement a été effectué à un taux de 4,5% composé trimestriellement?

$C = 1750\$$
$i = 4{,}5\% \div 4$
$n = 4x$
$M = 4000\$$

$$M = C(1+i)^n$$
$$4000 = 1750(1+0{,}01125)^{4x}$$
$$2{,}285714286 = (1{,}01125)^{4x}$$
$$\log_{1{,}01125} 2{,}285714286 = 4x$$
$$73{,}9 = 4x$$
$$x = 18{,}5 \text{ années}$$

Élise avait 2 ans et demi.