Mathématiques 30311B/C

1. Au bout d'un an, la valeur du placement à intérêt simple de Nadia est de 256,80 $. Au bout de 3 ans, elle est de 324,00 $.

   a) **Comment faire pour calculer le montant d'intérêt reçu par année?** Encercle la bonne réponse.(2 pts) (H1)

   i) 324,00$ - 256,80 $ ii) $\dfrac{324{,}00\$ - 256{,}80\ \$}{2}$

   ii) 3 (324,00 $ - 256,80 $) iv) 324,00 $ + 256,80 $

   b) **Quel est la valeur du capital** ? (1 pts) (H2)

   $$\frac{324 - 256{,}80}{2} = 33{,}60\$ \qquad C + 3 \times 33{,}60 = 324$$
   $$C = 223{,}20\$$$

   c) **Quel est le taux d'intérêt annuel simple**? (3 pts) (H2)

   $$I = Cid$$
   $$33{,}60 = 223{,}20i(1)$$
   $$i = 15\%$$

2. Colette emprunte 2 800 $ pour acheter un scooter. Elle prévoit rembourser cet emprunt dans 3 ans sans faire de paiement. Le montant dû sera alors de 3 420,51 $. **Quel est le taux d'intérêt annuel, composé trimestriellement, de cet emprunt?** (H 2)

$$M = C\left(1+i\right)^n$$

$$C = 2800\$$$
$$M = 3420{,}51\$$$
$$i = \frac{x}{4}$$
$$n = 3a \times 4 = 12$$

$$3420{,}51 = 2800\left(1+\frac{x}{4}\right)^{12}$$
$$\left(1{,}221611\right)^{\frac{1}{12}} = \left(\left(1+\frac{x}{4}\right)^{12}\right)^{\frac{1}{12}}$$

Le taux est de 6,7%

$$1{,}016821 = 1 + \frac{x}{4}$$
$$0{,}016821 \times 4 = x$$
$$x = 0{,}067284$$

3. Ester veut se retirer dans 20 ans. Elle dépose 200$ chaque semaine dans un compte dont l'intérêt annuel est de 2,6% composé hebdomadairement. (H2)

   a) **Détermine le montant finale qu'elle va avoir pour sa retraite.**

$$200+200\times\left(1+\frac{2,6\%}{52}\right)+100\times\left(1+\frac{2,6\%}{52}\right)^{2}\ldots 100\times\left(1+\frac{2,6\%}{52}\right)^{1040}$$

$a=200$

$r=\frac{0,026}{52}$ $\quad S_n=\frac{a\left(1-r^n\right)}{1-r}=\frac{200\left(1-1,000025^{1040}\right)}{1-1,000025}=210724,92\$$

$n=1040$

   b) **Quel est le total de l'intérêt accumulé?** (H2)

$210724,92-200\times 1040=2724,92\$$

   c) À sa retraite, Ester veut vivre de ses économies pendant les 20 années suivantes. **Détermine la somme maximale qu'elle peut retirer chaque semaine** si le compte rapporte encore 2,6%, composé hebdomadairement. (H2)

4. David veut s'acheter une maison. Il vérifie ses comptes et après avoir payé toutes ses autres factures mensuelles, il lui reste 1200,00 $ par mois.
   Il prévoit acheter une maison de 150 000,00 $. Il s'est ramassé de l'argent pour un versement initial équivalent à 15% du prix de la maison et veut contracter un prêt hypothécaire avec 7,5 % d'intérêt amorti sur 25 ans pour le restant.
   Sa maison à une valeur imposable de 162 000 $ et le taux résidentiel par millième dans sa municipalité est de 32,593.
   En connaissant cette information, est-ce qu'il peut couvrir ses coûts de logements? (H3)

$150000\times 15\%=22500\$$

$\text{Hypothèque}=150000-22500=127500\$$

$$127500\times\frac{7,39}{1000}=942,23\$ / \text{mois}$$

$$162000\times\frac{32,593}{1000}=5280,07\$ / \text{an}=440,01\$ / \text{mois}$$

$\text{Total}=942,23+440,01=1382,24\$ / \text{mois}$

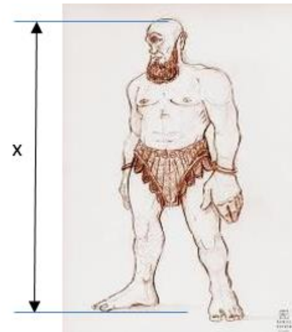
Non, il ne peut pas couvrir les paiements pour cette maison.

5. Le jeu vidéo

Pour continuer la partie, Juliette doit résoudre correctement l'énigme suivante concernant l'œil d'un cyclope.

«Lorsque Je soustrais 2m de ma taille et que je multiplie le résultat par cette même taille, j'obtiens 3 m. Enfin, mon œil se trouve aux neuf dixièmes de ma taille. Si la hauteur de mes yeux tu peux trouver, alors la sortie je te montrerai.»

Quelle réponse Juliette doit-elle donner?



Soit x, la taille du cyclope.

$$(x-2)x = 3$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$(x-3)(x+1) = 0$$
$$x = 3 \text{ ou } x = -1$$

à rejeter

Taille de 3m, donc son œil est à 2,7m.

6. Écris une équation de chaque parabole.

a) Sommet au point (0,0), a=2.

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$y = 2x^2$$

b) Sommet au point (0,0), passe par (-2,-20)

$$y = a(x-h)^2 + k$$
$$-20 = a(-2)^2$$
$$a = -5$$
$$y = -5x^2$$

c) dont les racines sont 4 et -3 et qui passe par (3,-18)

$$y = a(x-r_1)(x-r_1)$$
$$-18 = a(3-4)(3-(-3))$$
$$-18 = -6a$$
$$a = 3$$
$$y = 3(x-4)(x+3)$$
$$y = 3(x^2 - 4x + 3x - 12)$$
$$y = 3x^2 - 3x - 36$$

d) qui a un allongement vertical de 2, une valeur minimale de -4, l'équation de l'axe de symétrie est x=-3

$$a = 2, k = -4, h = -3$$
$$y = 2(x+3)^2 - 4$$

7. Fais un diagramme sommaire de chaque parabole et indique

a) la direction de l'ouverture;

b) l'allongement ou le rétrécissement de la parabole;

c) les coordonnées du sommet;

d) l'équation de l'axe de symétrie;

e) le domaine et l'image;

f) le maximum ou le minimum.

a) $3x^2 + 9x + 1$

$$3\left[\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} + \frac{1}{3}\right]$$

$$3\left[\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{23}{12}\right]$$

$$3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{23}{4}$$

$$\uparrow, \text{AV de fact.} 3, S\left(\frac{-3}{2}, \frac{-23}{4}\right)$$

$$x = \frac{-3}{2}, D = \left]-\infty, +\infty\right[, I = \left[\frac{-23}{4}, +\infty\right[$$

Val. min. de $\frac{-23}{4}$

b) $-x^2 + 6x$

$$-1\left[\left(x^2 - 6x + 9\right) - 9\right]$$

$$-1\left[\left(x - 3\right)^2 - 9\right]$$

$$-\left(x - 3\right)^2 + 9$$

$$\downarrow, \text{sym} / x, S(3, 9)$$

$$x = 3, D = \left]-\infty, +\infty\right[, I = \left]-\infty, 9\right]$$

Val. max. de 9

8. On peut représenter la trajectoire d'un ballon de basket-ball par l'équation $h(d) = -0{,}125d^2 + d + 2{,}5$ où $h(d)$ est la hauteur du ballon, en mètres, et d, la distance horizontale entre le ballon et la personne qui le lance, en mètres.

a) Trouve la hauteur maximale atteinte par le ballon.

$$-0{,}125\left[\left(d^2 - 8d + 16\right) - 16 - 20\right]$$

$$-0{,}125\left[\left(d - 4\right)^2 - 36\right]$$

$$-0{,}125\left(d - 4\right)^2 + 4{,}5$$

La hauteur maximale du ballon est de 4,5 m.

b) Quelle est la distance horizontale entre la personne et le ballon au moment où le ballon atteint sa hauteur maximale?

Le ballon est à 4m du point de départ.

c) À quelle distance du sol le ballon se trouve-t-il au moment où la personne le lance?

$h(0) = -0{,}125(0)^2 + (0) + 2{,}5 = 2{,}5$ Le ballon est à 2,5 m du sol au moment où la personne le lance.

9. Nombres entiers – Trouve deux nombres entiers dont la différence est 12 et dont le produit est un minimum.

x est le 1er nb

y est le 2e nb

$$x - y = 12$$
$$x = 12 + y$$

$$m = xy$$
$$m = (12 + y)y$$
$$m = (y^2 + 12y + 36) - 36$$
$$m = (y + 6)^2 - 36$$

Produit minimum est -36 lorsque y = -6, donc x = 6

10. Clôture rectangulaire – on doit entourer un champ rectangulaire avec 600m de clôture. Quelles dimensions correspondent à une aire maximale?

x est la largeur

y est la longueur

$$2x + 2y = 600$$
$$2x = 600 - 2y$$
$$x = 300 - y$$

$$A = xy$$
$$A = (300 - y)y$$
$$A = -y^2 + 300y$$
$$A = -\left[(y^2 - 300y + 22500) - 22500\right]$$
$$A = -(y - 150)^2 + 22500$$

L'aire maximale serait de 22500m² quand les dimensions seraient de 150m par 150 m.